

# 不同波動性估計模型下 台指選擇權評價績效之比較

- ◆ 東吳大學企管系副教授
- 劉美櫻
- ◆ 東吳大學企管系碩士
- 陳昶均

## 摘要

選擇權評價模型發展至今已經算是非常成熟的工具，在實務上也被廣泛地運用。然而，台指選擇權在台灣上市僅兩年多，仍然是非常新穎的衍生性金融商品，相關實證研究並不多。因此本研究目的在於採用不同的波動性模型來衡量台指選擇權的價格，並探討最適合評估台指選擇權價格之波動性模型。首先，以歷史波動性、EWMA、GARCH、等權重加權平均隱含波動性、VEGA加權平均隱含波動性及彈性加權平均隱含波動性等六種波動性模型來估計標的指數的波動性，再代入Black-Scholes選擇權評價模型計算其理論價格。接著藉由價格誤差衡量指標來衡量理論價格與市場價格之價差大小，最後進行統計檢定分析，找出評估績效表現最佳之波動性模型。實證結果顯示，以VEGA加權平均隱含波動性模型所計算之理論價格最接近市場價格，是評估台指選擇權價格之波動性的最適模型。而短天期選擇權方面，整體而言，隱含波動性模型的評估績效表現較時間序列模型佳。

## 壹、前言

隨著金融市場環境的快速變遷，各種創新的衍生性金融商品也不斷地推陳出新，進而帶動金融市場的蓬勃發展。選擇權在國外已經是相當成熟的衍生性金融商品，所交易之種類繁多，包括了股票、股價指數、公債、利率、外幣、商品等各式選擇權。在交易所上市交易之標準化選擇權，最早是由芝加哥選擇權交易所（Chicago Board Option Exchange, CBOE）於1973年所推出的16種股票買權，而在同年Fisher Black及Myron Scholes兩人也提出了著名的Black-Scholes選擇權評價模型，為日後選擇權價格的評估奠定了一個良好的基礎。在國內方面，繼1997年9月推出認購權證（warrant）在證交所掛牌交易後，台灣期貨交易所於2001年12月正式推出台股指數選擇權，第一個「選擇權」商品才算真正上市，而接著於2003年1月再推出以個別上市公司之普通股股票為標的之股票選擇權。認購權證類似股票選擇權之買權，不同的是，認購權證是由券商發行，而一般在交易所交易的選擇權則是由交易所發行。而在到期期間方面，一般而言，認購權證到期期間約在一年以上，而選擇權之到期期間則大多是少於一年。

在學術研究或實務上，估算選擇權價格時，最常使用的就是Black-Scholes模型，此模型原始的假設是必須使用於不配發股利的歐式選擇權，不過經過不斷的延伸修正，現在也已經可應用到美式選擇權或其他

創新的選擇權商品上了。國內證交所掛牌交易的認購權證就是屬於美式選擇權，可以在到期期間之內隨時履約；而台指選擇權則是屬於歐式選擇權，只能在選擇權到期日履約，在選擇權評價方面，也較能適用Black-Scholes原始的模型。相較於國外選擇權已經發展有數十年歷史，國內最早推出的台指選擇權距今僅有兩年的歷史，還算是非常新穎的衍生性商品，國內的實證研究也十分有限。由於台指選擇權上市第一年投資人對選擇權商品的理論與操作還不熟悉，市場還不成熟，所以其交易量較小，以選擇權評價模型估算其理論價格可能還不足以反應其市場價格。台指選擇權上市的第二年交易量已經明顯放大，使用評價模型來估計選擇權價格應該具有更好的績效表現，所以本研究嘗試以台指選擇權為研究對象，並使用Black-Scholes模型來估計其理論價格。

由於Black-Scholes模型的假設條件是把股價報酬率之波動性視為常數，所以如何有效運用波動性估計模型來衡量波動性，是使用Black-Scholes模型估計選擇權理論價格所面臨最關鍵的要素。不論是學術研究或者是實務上，都不斷針對最原始的歷史波動性模型提出修改或發展新的估計方法。因此，本研究希望比較各種波動性估計模型衡量台指選擇權的績效表現，找出最適合的模型以為日後估計台指選擇權價格之衡量參考依據。

本研究主要是根據Black & scholes（1973）所提出之Black-Scholes選擇權評價模型，配合各種波動性估計模型來估計台指選擇權（TXO）之理論價格，並與市場價格作比較，接著檢定各波動性模型所估計之理論價格與市場價格之價格誤差是否顯著，並探討價格誤差與模型各參數之間的關係，以提供投資人買賣決策的參考依據。本文架構除本節前言外，以下於第二節進行文獻回顧，第三節研究方法中依序說明實證資料、介紹各種波動性模型、價格誤差衡量指標以及分析方法，第四節為實證結果分析。最後一節則歸納實證結果發現，提出本研究之結論與建議。

## 貳、文獻探討

在選擇權評價模型裡，標的股票波動性的估計一直是研究的焦點，早期的研究一般是假設波動過程是隨機的且固定不會隨時間而改變的。而以歷史價格計算股價報酬率之標準差，視為預期波動性，亦即是以所謂的歷史波動性為下一期波動性之估計值。然而許多實證研究指出，金融資產報酬的波動性並不符合固

定常數的假設，而是隨時間改變且具有波動群集（volatility clustering）的現象，亦即，當股價發生大幅度變動時，跟隨在後的亦是大幅度變動；當股價發生較小幅度變動時，跟隨在後的往往也是小幅度變動（Mandelbrot（1963））。Engle（1982）首先對於變異數為異質性之特質提出自我迴歸異質條件變異數模型（autoregressive conditional heteroskedastic model，ARCH模型）；Bollerslev（1986）並將ARCH模型一般化，提出一般化自我迴歸異質條件變異數模型（generalized autoregressive conditional heteroskedastic model，GARCH模型），以之捕捉資產報酬變異隨時間改變的特質，不但能降低歷史波動性模型的估計誤差，還能更加準確估計波動性，後續有許多相關實證（Akgriray（1989）；Meade（1993））均支持GARCH模型的預測績效。

在Black-Scholes選擇權評價模型中，選擇權的價格主要受到標的股票股價、履約價格、無風險利率、距到期日之期間及標的股價的波動性所影響，而其中除了標的股價的波動性之外，其餘的變數皆很容易衡量。過去常使用的歷史波動性模型就是以歷史股價報酬率之標準差來估計股價未來波動性，所以當選擇權的價格已知的情況下，也可以利用Black-Scholes模型反推求標的股價報酬的波動性，而利用此方法所得之波動性，稱為隱含波動性（implied volatility）。然而，許多實證研究顯示相同標的股票之選擇權，若有不同履約價格或距到期日期間不同，則由市場價格反推得之隱含波動性常常都不同。對於買權而言，價內的隱含波動性常常高於價外；對於賣權而言，價外的隱含波動性常常高於價內，其所呈現的曲線如微笑般，所以這種現象一般稱之為波動性微笑（volatility smile）。針對這些問題，國外學者也相繼提出幾種不同方法來估計隱含波動性。Latane & Rendleman（1976）指出選擇權在價平時，對於股價波動較敏感，所以其以選擇權價格對標的股價報酬率標準差之偏微分Vega做為權重，以加權平均的方式估計隱含波動性。Schmalensee & Trippi（1978）同樣是以Black-Scholes模型來求隱含波動性，其針對同種類的選擇權給予相同的權重，提出等權重加權平均隱含波動性模型來估計標的股票報酬率之隱含波動性。Chiras & Manaster（1978）指出選擇權在每一觀察日、每一標的股票平均有6.3個交易價格，而為了求得單一隱含波動性，他們針對Latane & Rendleman的方法提出修正，增加價外選擇權的權重，提出以選擇權價格對股價報酬波動性的彈性為權重來估計隱含波動性。

加權平均隱含波動性的計算方法除了上述學者所提，尚有Becker（1981）認為直接採用對標準差敏感性最高，亦即最接近履約價格（near-the-money）時，所求得之隱含波動性為最佳。Whaley（1982）則建議使用迴歸法計算估價誤差平方的最小值，以此求得隱含標準差。而Day & Lewis（1988）亦提出以成交量多寡為權重，以此做為加總隱含波動性的依據。

隱含波動性與其他波動性估計模型的相對績效表現，也有許多實證研究。實證結果顯示隱含波動性在估計未來波動性之能力明顯優於歷史波動性的計有：Latane & Rendleman（1976），Chiras & Manaster（1978），Becker（1981），Lamoureux & Lastrapes（1990）及Chu & Freund（1996）等。Vasilellis & Meade（1996）實證研究更進一步發現，以VEGA加權平均隱含波動性模型的評估績效表現最佳，但是其他隱含波動性模型表現卻不如歷史波動性與GARCH模型，顯示隱含波動性模型的加權方式對於波動性的估計能力有極大影響。Day & Lewis（1992）則發現，GARCH及EGARCH模型所估計之波動性較之隱含波動性模型更接近實際波動性。

國內相關實證研究方面，支持隱含波動性模型比歷史波動性模型、GARCH模型的績效較佳的有：林佩蓉（2000）、張鐘霖（2003）。林景智（2003）則依價內、價外及價平而有不同結論。反之，支持歷史波動性模型、GARCH模型預測績效優於隱含波動性模型的有：鄭亦姣（2003）及謝美鳳（2003）。

綜合以上實證研究之結果發現，國內使用隱含波動性估計模型所反推求之股價報酬波動性是否可以反應真實的情況，似乎尚無一致的實證結果，這或許是由於台股指數選擇權（TXO）是於2001年底才開始上市交易，選擇權市場仍尚未成熟交易不熱絡、效率性不足，選擇權評價模型之操作設定也有差異所致。

## 參、研究方法

### 一、實證資料說明

#### （一）台灣證券交易所發行量加權股價指數

本研究使用台灣證券交易所發行量加權股價指數（TSEC Capitalization Weighted Stock Index，TAIEX）之每日收盤價格估計股價指數報酬率之波動性。實證期間為2001/01/02至2003/12/31，共計741筆交易日的股價指數收盤價格資料。

#### （二）台灣證券交易所發行量加權股價指數選擇權

在選擇權資料部分，本研究是採用臺灣證券交易所股價指數選擇權（TXO），屬於歐式選擇權，資料包含：交易日期、到期日期、履約價格、距到期日期間、選擇權型態及市場價格、無風險利率。實證期間為2002/01/02至2003/12/31，共計497個交易日，扣除成交量為0之資料，共取得28,683筆選擇權每日收盤資料，其中包含14,183筆買權資料以及14,500筆賣權資料。

根據過去實證研究，選擇權資料的使用有若干限制，不合乎實證條件之資料必須剔除。本研究進行樣本刪除篩選條件如下：



## 1. 成交量為0之選擇權

當選擇權之成交量為0時，當天沒有收盤價，無法和理論價格作比較，因此必須刪除。

## 2. 距到期日未滿5日之選擇權

由於接近到期日，投資人面臨擁有之選擇權即將到期的壓力，以及市場快速的變化，很可能造成市場價格的不合理情況出現，故本研究將距到期日未滿5日之選擇權資料予以刪除。

## 3. 波動性不合理之選擇權資料

在計算隱含波動性時，有可能會產生所估計選擇權價格低於波動性為0之理論價格（即隱含波動性為負值）之不合理現象，其可能是台指選擇權為一新的衍生性金融商品，市場認知及交易量不高導致市場的無效率所致，所以此類資料亦應予以刪除。

在經過以上篩選後，共取得選擇權每日收盤資料25,275筆，其中包含12,070筆買權資料和13,205筆賣權資料。

本研究並參考Bakshi, Cao, and Chen (1997)實證研究分類，將買權之價內外程度區分為深價外（deep out-of-the-money,  $S/K < 0.94$ ）、價外（out-of-the-money,  $0.94 \leq S/K < 0.97$ ）、價平（at-the-money,  $0.97 \leq S/K < 1.00$  或  $1.00 \leq S/K < 1.03$ ）、價內（in-the-money,  $1.03 \leq S/K < 1.06$ ）、深價內（deep in-the-money,  $S/K \geq 1.06$ ）六組資料，而賣權則相反。其中價內外程度（moneyness）計算是以 $S/K$ 來衡量，其中 $S$ 為標的股價指數，而 $K$ 為履約價格。

另外，在距到期日方面，本研究將距到期日期間分為小於30天、30天~60天以及大於60天等三組。

## (三) 無風險利率

一般國外實證研究所使用之無風險利率大多是以期間相同之政府公債或國庫券，由於國內國庫券利率資料不完整，加上選擇權到期日大多在一年以內，且樣本期間利率低且波動不大，故本研究以台灣銀行之一年期定期存款固定利率為無風險利率。

## 二、波動性估計模型

文獻上一般把波動性估計模型分為兩大類，一類為時間序列模型，如：歷史波動性模型、GARCH模型等，主要是以過去歷史股價報酬率來估計未來波動性；另一類為隱含波動性模型，例如：以Black-Scholes模型，透過反推的方式求出標的股價的波動性。本文參考相關實證文獻，採用以下六種波動性估

計模型來估計標的股價指數之波動性：

## (一) 時間序列模型

## 1. 歷史波動性模型（Historical Volatility Model, HV）

歷史波動性模型是傳統上估計波動性的方法，一般是利用簡單加權移動平均的方式來估計歷史股價報酬率的標準差。理論上，觀察期的長度愈長，估計股價報酬率之標準差應該愈精確，但是期數過長容易包含太多過時資訊，對於未來標準差之估計幫助不大。觀察期數 $t$ 之大小，一般實證研究建議觀察期數 $t$ 設定在估計日前60天到前180天之間較佳，亦即，設定移動窗口長度（window length）為60天至180天之間。因此，本研究觀察期數將採用估計日前60個交易日，即移動窗口等於60天，先估計歷史股價日報酬率之標準差，再乘以 $\sqrt{T}$ 天的調整，轉換成年報酬率之標準差。歷史波動性模型可表示如下：

$$\hat{\sigma}_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_{t-i} - \bar{u}_t)^2}$$

$$u_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

$$\bar{u}_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_{t-i}$$

其中

$\hat{\sigma}_t$ ：為第 $t$ 日歷史股價指數報酬率之標準差。

$u_t$ ：為第 $t$ 日之股價指數報酬率。

$\bar{u}_t$ ：為第 $t-i$ 日至第 $t-n$ 日之間的股價指數日報酬率平均值。

$S_t$ ：為第 $t$ 日之收盤股價指數。

## 2. 指數加權移動平均模型（Exponential Weighted Moving Average, EWMA）

由於歷史波動性模型把過去每一天股價指數報酬率之權重都看成一樣，無法反應愈接近估計日的股價波動之影響性應愈大，其權重理應愈大；而愈遠離估計日的股價波動之影響性應愈小，其權重理應愈小的直覺，才可以迅速反應市場較近期資訊所帶來的股價波動。因此J.P.Morgan (1995)建議採用指數加權移動平均法來估計波動性，模型如下：

$$\hat{\sigma}_t = \sqrt{(1-\lambda) \sum_{i=1}^n \lambda^{t-i-1} (u_{t-i} - \bar{u}_t)^2}$$

式中， $\lambda$ 為衰退因子（decay factor），亦即代表權重， $\lambda$ 值愈小代表對較近期的資料賦予較高的權重，而在本研究中以股價日報酬率來估算波動性，因此採用J.P.Morgan建議，將 $\lambda$ 值設為0.94。

### 3. 一般化自我迴歸異質條件變異數模型 (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic Model, GARCH)

Engle (1982) 之 ARCH 模型已經可以反應股價報酬分配呈現高狹峰及厚尾 (fat-tail) 之特性，但由於實證觀察期數往往很長，使得參數估計不夠精簡。因此 Bollerslev (1986) 提出較一般化之 GARCH 模型，設定當期條件變異數為過去誤差項平方與過去條件變異數的函數，使得參數估計能夠大為簡化。許多實證研究顯示 GARCH (1,1) 已經可以充分描述金融性資產報酬率之異質變異數現象，所以本研究亦採用 GARCH (1,1) 模型來估計股價報酬率之波動性，模型設定如下：

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

GARCH (1,1) 表示第 t 期的變異數決定於前一期的誤差項平方  $\varepsilon_{t-1}^2$  以及前一期所估計的變異數  $\sigma_{t-1}^2$ ，本研究取估計日前 250 個交易日，即移動窗口為 250 天，來估計參數，其中先以 Matlab 財務工具箱之 ugarch.m 指令來求 GARCH 模型之參數，再以所估計之參數，使用 ugarchpred.m 指令進行 2002/01/02 至 2003/12/31 股價指數日報酬率波動性之估計。

#### (二) 隱含波動性模型

隱含波動性假設選擇權的市場是有效率的，所以將標的股價、履約價格、利率及距到期日期間及選擇權市價代入 Black-Scholes 模型的公式中即可反推計算出股價報酬率之波動性。在反推隱含波動性時，必須利用數值方法反覆運算求解，以買權價格公式為例：

$$C = SN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2)$$

其中，

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

雖然上述公式中買權價格 (C)、標的股價 (S)、履約價格 (K)、距到期日期間 (T) 以及無風險利率 (r) 皆已知，但是要將  $\sigma$  表示成 C、S、K、T、r 的反函數事實上是很困難，所以必須利用數值方法反覆運算的方式來求解。本研究則利用 Matlab 財務工具箱之 blsimpv.m 指令，並設定遞迴次數 50 次，以逼近求解隱含波動性。再採用以下三種加權平均方式來估計股價報酬率之波動性。

### 1. 等權重加權平均隱含波動性模型 (Average Weighted Implied Volatility, AWIV)

由 Schmalensee & Trippi (1978) 提出，針對同一個交易日同類型的選擇權給予相同的權重來加總隱含波動性。模型公式如下所示：

$$AWIV = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i$$

其中

n：同一觀察日，選擇權之個數。

$\sigma_i$ ：第 i 個指數選擇權所計算出之隱含波動性。

### 2. Vega 加權平均隱含波動性模型 (Vega Weighted Implied Volatility, VWIV)

由 Latane & Rendleman (1976) 所提出，由於相關實證研究發現選擇權不同價內外情況對股價波動的敏感度會有不同，一般情況下在價平時，對於股價波動較敏感，因此以選擇權價格對於股價報酬率標準差之偏微分 (vega) 做為權重來加總隱含波動性，模型公式如下所示：

$$VWIV = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i \frac{\partial C_i}{\partial \sigma_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{\partial C_i}{\partial \sigma_i}}$$

其中

$\frac{\partial C_i}{\partial \sigma_i}$ ：第 i 個指數選擇權之 Vega 值。

### 3. 彈性加權平均隱含波動性模型 (Elasticity Weighted Implied Volatility, EWIV)

由 Chiras & Manaster (1978) 提出，為了求得單一隱含波動性，以選擇權價格對股價報酬波動性的彈性做為權重來加總隱含波動性。模型公式如下所示：

$$EWIV = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i \frac{\partial C_i}{\partial \sigma_i} \frac{\sigma_i}{C_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{\partial C_i}{\partial \sigma_i} \frac{\sigma_i}{C_i}}$$

其中

$\frac{\partial C_i}{\partial \sigma_i} \frac{\sigma_i}{C_i}$ ：第 i 個指數選擇權之彈性。

### 三、價格誤差之衡量

在衡量價格誤差方面，本研究參考Bakshi, Cao, and Chen (1997) 及 Lehar, Scheicher, and Schittenkopf (2002) 之衡量方式，先採用以下兩個價格誤差衡量指標來衡量比較六種波動性模型所估計之理論價格與市場價格在不同價內外程度及距到期日期間各種組合情況下之差異。再以成對t檢定，來檢視不同波動性模型價格誤差之差異是否顯著。

#### (一) 價格誤差衡量指標

##### 1. 平均絕對誤差 (Mean Absolute Error, MAE)

平均絕對誤差是最簡單的價格誤差衡量指標，可以用來比較不同波動性模型所求得之理論價格與市場價格之差異幅度，當平均絕對誤差愈小，表示模型理論價格愈接近市場價格，亦即代表該模型的評估績效愈佳。MAE之公式如下：

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |MP_j - TP_j|$$

$MP_j$ ：第j個觀察值之選擇權市價。

$TP_j$ ：第j個觀察值之選擇權理論價格。

##### 2. 平均絕對誤差百分比 (Mean Absolute Percentage Error, MAPE)

由於MAE只考量模型理論價格與市場價格的絕對誤差，並未考慮誤差相對於本身價格的大小，通常價格愈低，其MAE亦會愈小，但其所佔比例卻可能很大，所以應該考慮價格因素，以平均絕對誤差百分比來衡量模型評估績效的表現會較恰當。同理，如同前述衡量指標，平均絕對誤差百分比愈小，亦表示模型的評估績效愈佳。但是MAPE在市場價格極小時，會變得極大，導致衡量效果不佳，因此同時配合前述MAE衡量指標之運用仍是必要的。MAPE之公式如下：

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left| \frac{MP_j - TP_j}{MP_j} \right|$$

#### (二) 價格誤差之成對t檢定

在衡量比較出不同波動性模型在各分類群組之價格誤差後，將可以明確觀察在各種情形下，不同波動性模型的適用程度，整體而言亦可比較出各波動性模型價格誤差之大小，惟對於其差異性是否顯著，則需進一步進行統計檢定。因此，本研究接著使用成對t檢定來檢視在整體實證樣本下，不同波動性估計模型所計算出價格誤差之差異是否顯著。本研究將先就波動性模型區分為時間序列模型以及隱含波動性模型兩大類，再由兩大類模型中做兩兩

比較，比較出時間序列模型與隱含波動性模型之中各自的優劣順序。本研究檢定假說如下所示：

##### 1. 時間序列模型

$$(1) H_0: |MP - TP(\sigma_{GARCH})| = |MP - TP(\sigma_{HV})|$$

$$H_1: |MP - TP(\sigma_{GARCH})| \neq |MP - TP(\sigma_{HV})|$$

$$(2) H_0: |MP - TP(\sigma_{GARCH})| = |MP - TP(\sigma_{EWMA})|$$

$$H_1: |MP - TP(\sigma_{GARCH})| \neq |MP - TP(\sigma_{EWMA})|$$

$$(3) H_0: |MP - TP(\sigma_{HV})| = |MP - TP(\sigma_{EWMA})|$$

$$H_1: |MP - TP(\sigma_{HV})| \neq |MP - TP(\sigma_{EWMA})|$$

##### 2. 隱含波動性模型

$$(4) H_0: |MP - TP(\sigma_{VWIV})| = |MP - TP(\sigma_{AWIV})|$$

$$H_1: |MP - TP(\sigma_{VWIV})| \neq |MP - TP(\sigma_{AWIV})|$$

$$(5) H_0: |MP - TP(\sigma_{VWIV})| = |MP - TP(\sigma_{EWIV})|$$

$$H_1: |MP - TP(\sigma_{VWIV})| \neq |MP - TP(\sigma_{EWIV})|$$

$$(6) H_0: |MP - TP(\sigma_{AWIV})| = |MP - TP(\sigma_{EWIV})|$$

$$H_1: |MP - TP(\sigma_{AWIV})| \neq |MP - TP(\sigma_{EWIV})|$$

在完成時間序列模型與隱含波動性模型之類別內部模型差異比較之後，接著再挑選兩大類中績效表現最佳的模型進行成對t檢定，以比較出所有波動性模型之中績效表現最佳之模型。

### 四、價格誤差之分析

在衡量出不同波動性模型之價格誤差後，本節再針對模型理論價格與市場價格，進行成對t檢定統計分析，確認價格誤差是否顯著異於零。接著再以複回歸分析，來探討本研究使用之Black-Scholes模型參數對於價格誤差是否會產生顯著影響效果。

#### (一) 理論價格與市場價格之成對t檢定

本研究針對模型理論價格與市場價格，採用成對t檢定統計分析，以此來探討不同波動性模型所得之波動性代入Black-Scholes模型後，所得到模型理論價格與市場價格之誤差是否顯著。



並且由於本研究在前面實證衡量價格誤差大小都是取絕對值之後再做比較，並無法看出波動性模型所計算之理論價格是否會高估或低估市場價格。因此，本研究在本節除了確認價格誤差是否顯著異於零外，也利用成對 t 檢定來探討不同波動性模型之理論價格是否會高估或低估其市場價格。設立研究假說如下：

$$H_0: TP = MP$$

$$H_1: TP \neq MP$$

## (二) 複迴歸分析

為了瞭解Black-Scholes模型之參數是否會影響價格誤差之大小，本研究以價內外程度（S/K）、無風險利率（r）、距到期日期間（T）、股價指數報酬率之波動性（ $\sigma$ ）為自變數，價格誤差方面，參考Lehar, Scheicher, and Schittenkopf（2002）之實證研究，選擇衡量指標APE為依變數來進行複迴歸分析，模型設定如下：

$$APE = \beta_0 + \beta_1(S/K) + \beta_2r + \beta_3T + \beta_4\sigma + \varepsilon$$

其中，

$$APE = \left| \frac{MP - TP}{MP} \right|$$

$\varepsilon$ : 隨機誤差項。

## 肆、實證結果分析

### 一、價格誤差衡量

本研究利用MAE、MAPE兩個價格誤差衡量指標來衡量六種波動性模型所估計之理論價格與市場價格之差異大小，進行各模型的績效評估。實證結果如下：

#### (一) 平均絕對誤差（MAE）

六種波動性模型估計之理論價格與市場價格之MAE如表1及表2所示，比較三種隱含波動性模型結果顯示：除了買權在距到期日30天以內且深價外時，彈性加權平均隱含波動性模型所衡量之MAE會較小；以及買權或賣權在距到期日30天以內且深價內時，等權重加權平均隱含波動性模型所衡量之MAE會較小外，其餘不論買權、賣權或距到期日期間之長短，Vega加權平均隱含波動性模型在各種組合中之MAE均最小，整體表現最佳，彈性加權平均波動模型次之，等權重加權波動模型最差。

比較歷史波動性模型、GARCH模型以及EWMA模型三個時間序列模型，在買權方面，並沒有任何一個模型佔絕對優勢，而是依據到期日期間的長

短，而評估表現互有優劣。在距到期日30天以內，以GARCH模型最佳、歷史波動性最差；在距到期日30~60天，以EWMA模型最佳、GARCH模型最差；而在距到期日60天以上，則以歷史波動性模型最佳、EWMA模型最差。會產生此現象，可能是跟模型的特質有關，GARCH模型對於短天期的波動性有較佳的預測能力，隨著距到期日的增加預測能力逐漸降低；而本研究之歷史波動性是以以前60天做為移動窗口來估計波動性，所以隨著距到期日的增加，模型的預測能力也逐漸增加。在比較賣權時，不管距到期日期間長短，GARCH模型的MAE都較小，評估表現最佳。而歷史波動性及EWMA模型表現則和買權時相似，在距到期日30天以下以EWMA模型較佳，在距到期日60天以上則以歷史波動性模型較佳，整體而言，不論買權或賣權，時間序列模型在距到期日30天以下，都以GARCH模型表現最佳，而與Akgiray（1989）的實證結果一致。

#### (二) 平均絕對誤差百分比（MAPE）

以MAPE衡量模型評估績效表現，結果如表3及表4所示。整體而言，VEGA加權平均隱含波動性模型所衡量之MAPE，如同其MAE的表現，在六個波動性模型之中表現最佳。不論買權、賣權或距到期日之長短各種組合的情形下，VEGA加權平均模型的MAPE大多是最小，只有在距到期日30天內，深價內的買權及賣權，等權重加權平均模型的評估表現較VEGA加權平均模型優異。

在買權方面，在距到期日30天以內，三種隱含波動性模型的MAPE都較時間序列模型小，評估表現較佳。在距到期日30~60天，則是以VEGA加權平均和EWMA模型的MAPE較小，只有分別在深價外和深價內，等權重加權平均及GARCH模型的評估表現較EWMA模型佳。在距到期日60天以上，則是以VEGA加權及彈性加權模型的表現較佳，只有分別在深價外和深價內，等權重加權平均及歷史波動性模型的MAPE較彈性加權平均模型小。整體而言，由MAPE的比較，三種隱含波動性模型仍是以VEGA加權平均模型最佳，彈性加權平均波動模型次之，等權重加權波動模型最差。在賣權方面，不論距到期日長短，在深價內時，仍是以三種隱含波動性模型的MAPE最小，評估表現較佳。不過，在考慮價格因素的MAPE衡量下，不論距到期日長短，都是以VEGA加權平均以及GARCH模型所衡量之MAPE最小，評估績效表現最佳。隱含波動性模型方面，彈性加權平均模型的MAPE依然最大，是所有模型中表現最差的；而等權重加權平均模型雖然在MAE的表現與GARCH模型互有優劣，但在MAPE的表現則較GARCH模型差。

比較時間序列模型評估績效表現，買權在距到期

日30天以內，GARCH模型的MAPE並未如前文所述之MAE表現具有絕對優勢，在價平及價外時反而是以EWMA模型的MAPE較小，而歷史波動性模型表現最差。在距到期日30~60天，則是以EWMA模型最佳、GARCH模型最差。在距到期日60天以上，則是以歷史波動性模型最佳、GARCH模型最差。賣權方面，其結果和MAE的衡量相同，都是以GARCH模型的衡量績效較佳，歷史波動性及EWMA模型則依據到期日期間長短而各具有優勢。

以上兩種誤差衡量指標，不管買權、賣權在距到期日期間長短與價內外程度的各種組合中，整體而言，VEGA加權平均隱含波動性模型的評估績效表現最佳，只有在距到期日30天以內，深價內選擇權是以等權重加權平均隱含波動性模型表現最佳，是唯一的例外。實證結果顯示，隱含波動性模型的績效表現多較佳，而且在價平時選擇權價格對於股價波動較敏感，國內選擇權交易多以較近期的價平選擇權為主，因此以VEGA做為權重加總有最佳的績效表現。在時

間序列模型方面，買權是隨著距到期日期間的長短，有較適合評估其波動性的模型，由短到長分別是GARCH、EWMA、歷史波動性模型；而賣權則不論距到期日長短，都是以GARCH模型表現最佳。因此，整體而言，在距到期日30天以內，GARCH模型是時間序列模型中評估績效表現最優異的模型。

在距到期日期間長短方面，在距到期日30天以內，隱含波動性模型的預測能力較佳，買權方面以VEGA、彈性加權平均模型表現最佳；賣權方面則是以VEGA、等權重加權平均模型表現最佳。而在距到期日30天以上，除了VEGA加權平均模型表現最佳以外，隱含波動性模型與時間序列模型並沒有明顯的優劣差異。不過，值得注意的是彈性加權平均模型在賣權方面的表現，幾乎都是所有模型中表現最差的，探究其原因可能是因為國內投資人偏好投資低價位的價外賣權，使得計算彈性加權時所佔之權數較大，造成波動性估計值偏高，因而在預測模型理論價格時產生較大的誤差。

表 1 在不同波動性估計模型下買權之 MAE

MAE	歷史波動性			GARCH 波動性			EWMA 波動性		
	距到期日期間			距到期日期間			距到期日期間		
價內外程度	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60
<0.94	4.9902	11.6501	26.7678	4.3467	12.2530	26.9297	4.4183	10.8638	27.3632
0.94~0.97	13.3392	20.9065	41.4881	10.6706	22.0838	41.6521	11.4738	20.1812	44.8843
0.97~1.00	19.1426	26.9491	49.6495	16.7106	27.6261	52.5067	16.7971	25.9600	52.8314
1.00~1.03	22.3751	28.7177	55.1657	19.9139	30.1575	56.6998	20.5301	28.1968	57.5616
1.03~1.06	22.5421	29.6400	47.9708	21.1612	31.2104	51.8426	21.9506	28.9198	50.4164
≥1.06	24.7535	30.1610	46.9380	24.3215	29.3152	48.5083	25.0364	30.5329	48.8043
	等權重加權平均波動性			VEGA 加權平均波動性			彈性加權平均波動性		
	距到期日期間			距到期日期間			距到期日期間		
價內外程度	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60
<0.94	3.8905	9.9296	28.1281	3.9252	8.0373	17.9203	3.5878	13.0169	28.6946
0.94~0.97	9.7118	22.6246	44.5083	8.0089	14.3669	27.6612	8.5061	22.2526	31.4027
0.97~1.00	13.0300	26.7174	47.8251	10.0694	17.3594	31.2636	11.5454	24.8087	38.0936
1.00~1.03	15.3049	28.8122	49.7719	12.6567	19.1558	36.5330	15.4167	27.0980	44.2796
1.03~1.06	15.8323	31.0199	52.7603	15.4098	22.0816	39.5675	17.3043	29.9906	44.8165
≥1.06	22.4540	29.8889	56.8283	22.8525	25.8408	43.1407	23.6399	29.4293	48.5744

註：灰色區域代表該分組中價格誤差最小者

表 2 在不同波動性估計模型下賣權之 MAE

MAE	歷史波動性			GARCH 波動性			EWMA 波動性		
	距到期日期間			距到期日期間			距到期日期間		
價內外程度	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60
<0.94	37.3716	43.9632	74.4472	35.8805	40.3878	66.6154	36.9726	43.5649	72.9867
0.94~0.97	26.4516	28.0174	64.7307	23.4815	26.8682	60.7349	25.1737	29.4583	69.0037
0.97~1.00	23.6174	28.9283	45.9518	20.7142	26.7559	42.1253	22.5057	29.7132	50.9459
1.00~1.03	19.7056	26.9284	42.2953	15.9833	23.6595	39.8265	18.2690	26.3167	48.5628
1.03~1.06	14.6923	22.2329	38.0909	11.9897	19.5588	32.5200	13.8151	21.5682	45.4085
≥1.06	5.3879	12.1039	27.6498	4.5350	10.8416	20.4406	5.0846	11.6617	31.5815
	等權重加權平均波動性			VEGA 加權平均波動性			彈性加權平均波動性		
	距到期日期間			距到期日期間			距到期日期間		
價內外程度	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60
<0.94	<b>30.2788</b>	35.9076	52.8155	30.9046	<b>34.0187</b>	<b>50.2865</b>	31.6402	40.4004	54.6165
0.94~0.97	19.2721	32.9835	58.9241	<b>18.6398</b>	<b>24.8118</b>	<b>50.4329</b>	23.3844	43.5958	69.0252
0.97~1.00	18.9830	33.0859	46.7212	<b>15.8033</b>	<b>23.0144</b>	<b>35.8899</b>	25.3702	44.9565	64.1647
1.00~1.03	15.6658	29.1029	38.9261	<b>11.9427</b>	<b>19.0259</b>	<b>28.1250</b>	21.9748	41.0037	62.9133
1.03~1.06	10.1306	25.6139	34.9016	<b>7.4801</b>	<b>16.2859</b>	<b>23.0710</b>	14.2819	34.4810	54.7040
≥1.06	3.3338	12.8575	22.4049	<b>2.8283</b>	<b>8.1702</b>	<b>13.4590</b>	4.6980	17.9632	42.2940

表 3 在不同波動性估計模型下買權之 MAPE

MAPE	歷史波動性			GARCH 波動性			EWMA 波動性		
	距到期日期間			距到期日期間			距到期日期間		
價內外程度	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60
<0.94	0.6676	0.4603	1.7197	0.6467	0.4771	1.7681	0.6519	0.4596	1.0540
0.94~0.97	0.4257	0.2768	0.2616	0.3919	0.3085	0.2774	0.3447	0.2440	0.2696
0.97~1.00	0.2626	0.2025	0.2003	0.2493	0.2164	0.2202	0.2217	0.1854	0.2040
1.00~1.03	0.1501	0.1432	0.1743	0.1387	0.1540	0.1847	0.1350	0.1348	0.1734
1.03~1.06	0.0850	0.1027	0.1224	0.0809	0.1106	0.1352	0.0822	0.0986	0.1255
≥1.06	0.0432	0.0579	0.0742	0.0423	0.0573	0.0781	0.0438	0.0578	0.0763
	等權重加權平均波動性			VEGA 加權平均波動性			彈性加權平均波動性		
	距到期日期間			距到期日期間			距到期日期間		
價內外程度	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60
<0.94	0.5968	0.3728	0.9056	<b>0.5934</b>	<b>0.3198</b>	<b>0.8017</b>	0.6324	0.4811	1.0372
0.94~0.97	0.3994	0.2984	0.2779	<b>0.2725</b>	<b>0.1916</b>	<b>0.1831</b>	0.3006	0.2810	0.2043
0.97~1.00	0.1993	0.2015	0.2014	<b>0.1409</b>	<b>0.1319</b>	<b>0.1326</b>	0.1771	0.1873	0.1598
1.00~1.03	0.1064	0.1401	0.1657	<b>0.0865</b>	<b>0.0945</b>	<b>0.1230</b>	0.1111	0.1362	0.1463
1.03~1.06	0.0617	0.1088	0.1367	<b>0.0589</b>	<b>0.0783</b>	<b>0.1045</b>	0.0685	0.1090	0.1185
≥1.06	<b>0.0385</b>	0.0592	0.0913	0.0388	<b>0.0487</b>	<b>0.0686</b>	0.0411	0.0586	0.0782



表4 在不同波動性估計模型下賣權之 MAPE

MAPE	歷史波動性			GARCH 波動性			EWMA 波動性		
	距到期日期間			距到期日期間			距到期日期間		
價內外程度	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60
<0.94	0.0667	0.0794	0.1012	0.0637	0.0728	0.0919	0.0661	0.0783	0.1016
0.94~0.97	0.0907	0.0862	0.1466	0.0809	0.0845	0.1407	0.0867	0.0902	0.1546
0.97~1.00	0.1376	0.1245	0.1457	0.1245	0.1183	0.1392	0.1305	0.1276	0.1603
1.00~1.03	0.2234	0.1801	0.1896	0.1966	0.1659	0.1867	0.2117	0.1766	0.2218
1.03~1.06	0.3556	0.2311	0.2219	0.3206	0.2208	0.2068	0.3537	0.2254	0.2598
≥1.06	0.8177	1.0115	0.5513	0.7249	0.9068	0.4614	0.7903	0.9589	0.6002
	等權重加權平均波動性			VEGA 加權平均波動性			彈性加權平均波動性		
	距到期日期間			距到期日期間			距到期日期間		
價內外程度	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60	≤30	30~60	>60
<0.94	<b>0.0524</b>	0.0695	0.0806	0.0534	<b>0.0633</b>	<b>0.0750</b>	0.0554	0.0783	0.0840
0.94~0.97	0.0681	0.1087	0.1511	<b>0.0650</b>	<b>0.0814</b>	<b>0.1250</b>	0.0837	0.1432	0.1823
0.97~1.00	0.1312	0.1612	0.1714	<b>0.1051</b>	<b>0.1111</b>	<b>0.1261</b>	0.1802	0.2249	0.2444
1.00~1.03	0.2780	0.2418	0.2067	<b>0.1857</b>	<b>0.1561</b>	<b>0.1396</b>	0.4502	0.3673	0.3560
1.03~1.06	0.3874	0.3525	0.2455	<b>0.2418</b>	<b>0.2196</b>	<b>0.1494</b>	0.7153	0.5594	0.4299
≥1.06	0.6674	1.0604	0.4735	<b>0.6264</b>	<b>0.8590</b>	<b>0.3528</b>	0.8792	1.3623	0.8871

## (四) 價格誤差之成對 t 檢定

本研究使用 t 檢定來檢視不同波動性估計模型價格誤差是否具有顯著差異。首先比較時間序列模型，研究假說 (1) 至 (3) 檢定結果如表5所示，在雙尾檢定顯著水準 $\alpha=0.05$ 下，買權方面 t 值均不顯著，表示買權之時間序列模型績效表現無顯著差異。而在賣權及全樣本方面，GARCH與歷史波動性之價格誤差的 t 值都小於-1.96，表示兩模型價格誤差之差異顯著，且 t 值分別為-26.817及-18.109，表

示GARCH模型的價格誤差較小，因此，其估計績效表現相對較佳。再來檢視GARCH與EWMA模型之價格誤差和歷史波動性與EWMA模型之價格誤差的 t 值都小於-1.96，代表兩模型之差異顯著，並且由 t 值可以清楚判別GARCH及歷史波動性模型之績效表現分別較佳。因此，整體而言，GARCH模型之價格誤差最小，歷史波動性模型次之，EWMA模型之價格誤差最大。

表5 時間序列模型之價格誤差成對 t 檢定比較

GARCH模型與歷史波動性模型			
	買權	賣權	全樣本
t 值	-0.063	-26.817	-18.109
GARCH模型與EWMA模型			
	買權	賣權	全樣本
t 值	0.123	-27.754	-19.065
歷史波動性模型與EWMA模型			
	買權	賣權	全樣本
t 值	0.238	-8.928	-6.002

接著根據研究假說（4）至（6），來比較隱含波動性模型，結果如表6顯示，VEGA與等權重加權平均模型、VEGA與彈性加權平均模型之價格誤差比較，不論買權、賣權或全樣本，在雙尾檢定顯著水準 $\alpha=0.05$ 下，其 t 值都小於-1.96，拒絕虛無假說，兩模型具有顯著差異，由表中觀察 t 值都為負值，顯示VEGA加權平均模型之價格誤差較小。等權重與彈性加權平均模型之價格誤差比較，t 檢定

拒絕虛無假說，顯示兩模型是有差異的，在買權時 t 值為8.495，表示彈性加權平均模型之價格誤差較小；而在賣權及全樣本時 t 值分別為-40.242及-24.932，表示等權重加權平均模型之價格誤差較小。整體而言，VEGA加權平均模型之價格誤差最小、等權重加權平均模型次之，彈性加權平均模型之價格誤差最大。

表6 隱含波動性模型價格誤差之成對 t 檢定比較

VEGA 加權平均模型與等權重加權平均模型			
	買權	賣權	全樣本
t 值	-36.007	-42.686	-54.797
VEGA 加權平均模型與彈性加權平均模型			
	買權	賣權	全樣本
t 值	-26.513	-48.450	-54.313
等權重加權平均模型與彈性加權平均模型			
	買權	賣權	全樣本
t 值	8.495	-40.242	-24.932

在比較完時間序列與隱含波動性模型之後，本研究以隱含波動性模型中表現最佳的VEGA模型與時間序列模型中表現最佳的GARCH模型進行價格誤差成對 t 檢定比較，而設立假說（7）如下，結果如表7顯示，VEGA加權平均模型與GARCH模型之價格誤差比較，不論買權、賣權或全樣本，根據雙尾檢定在顯著水準 $\alpha=0.05$ 下，其 t 值都小於-1.96，表示兩模型之價格誤差具有顯著差異。且 t 值均為負值，表示VEGA加權平均模型之價格誤差較小。歸結統計檢定分析結果顯示，VEGA加權平均模型是六種波動性模型中績效表現最佳的模型。

$$(7) H_0: |MP - TP(\sigma_{VWIV})| = |MP - TP(\sigma_{GARCH})|$$

$$H_1: |MP - TP(\sigma_{VWIV})| \neq |MP - TP(\sigma_{GARCH})|$$

表7 時間序列與隱含波動性模型價格誤差之成對 t 檢定比較

VEGA 加權平均模型與 GARCH 模型			
	買權	賣權	全樣本
t 值	-34.255	-28.689	-44.585

## 二、價格誤差分析

### （一）理論價格與市場價格之成對 t 檢定

根據前文實證結果，價格誤差衡量指標MAE、MAPE可以得知，理論價格與市場價格是存在有價格誤差。因此本研究再針對六種模型之理論價格與市場價格進行成對 t 檢定，以瞭解價格誤差是否顯著，並且檢視六種模型之理論價格是否高估或低估市場價格。

由表8及表9觀察可以發現，在時間序列模型方面，歷史波動性、EWMA模型不論買權或賣權，其理論價格平均值都顯著小於市場價格平均值。GARCH模型雖然買權、賣權之理論價格平均值都小於市場價格平均值，但是卻只有在賣權時顯著；而在買權時，t 值為-0.942，大於臨界值-1.96，因此不拒絕虛無假說，表示理論價格與市場價格並無顯著差異。在隱含波動性模型方面，等權重、VEGA以及彈性加權平均模型，三種模型不論買權或賣權，其理論價格平均值都顯著大於市場價格平均值。

t 檢定結果顯示，整體而言，以時間序列模型來估計選擇權價格，普遍會有低估市場價格的現象；若以隱含波動性模型來估計選擇權價格，則普遍會有高估市場價格的現象。另外，在GARCH模型

估計買權方面，選擇權理論價格與市場價格接近，但由前文實證結果可知GARCH模型在價格誤差衡量指標顯示是存在有價格誤差，且大於隱含波動性模

型，因此可以推論GARCH模型在買權可能高估及低估市場價格，而高低估幅度接近，所以其理論價格平均值才會接近於市場價格平均值。

表 8 不同波動性模型之理論價格對市場價格之成對 t 檢定表－買權

	歷史波動性		GARCH 模型		EWMA 模型	
	理論價格	買權市價	理論價格	買權市價	理論價格	買權市價
平均數	192.2190	201.1671	200.8415	201.1671	189.2571	201.1671
變異數	48043.4686	51363.6971	48856.0179	51363.6971	47994.4649	51363.6971
皮耳森相關係數	0.986957		0.985920		0.986993	
t 統計值	-26.7426		-0.9420		-35.6283	
P 值(雙尾)	0.0000		0.3462		0.0000	
	等權重加權平均模型		VEGA 加權平均模型		彈性加權平均模型	
	理論價格	買權市價	理論價格	買權市價	理論價格	買權市價
平均數	212.6406	201.1671	203.3872	201.1671	210.6261	201.1671
變異數	51342.5176	51363.6971	49714.5001	51363.6971	49421.0788	51363.6971
皮耳森相關係數	0.985447		0.991833		0.988506	
t 統計值	32.6047		8.4216		30.2915	
P 值(雙尾)	0.0000		0.0000		0.0000	

表 9 不同波動性模型之理論價格對市場價格之成對 t 檢定表－賣權

	歷史波動性模型		GARCH 模型		EWMA 模型	
	理論價格	賣權市價	理論價格	賣權市價	理論價格	賣權市價
平均數	140.5620	159.4771	148.2997	159.4771	137.3547	159.4771
變異數	34098.7962	39177.7329	34779.2238	39177.7329	34241.2008	39177.7329
皮耳森相關係數	0.987188		0.986822		0.987686	
t 統計值	-65.1587		-38.6606		-77.7807	
P 值(雙尾)	0.0000		0.0000		0.0000	
	等權重加權平均模型		VEGA 加權平均模型		彈性加權平均模型	
	理論價格	賣權市價	理論價格	賣權市價	理論價格	賣權市價
平均數	169.8672	159.4771	161.0408	159.4771	179.7705	159.4771
變異數	37832.1575	39177.7329	36825.8751	39177.7329	38578.5290	39177.7329
觀察值個數	13205	13205	13205	13205	13205	13205
皮耳森相關係數	0.985353		0.989485		0.973035	
t 統計值	35.3688		6.2178		50.9011	
P 值(雙尾)	0.0000		0.0000		0.0000	



## (二) 複迴歸分析

為了瞭解價內外程度 (S/K)、無風險利率 (r)、距到期日期間 (T) 以及波動性 ( $\sigma$ ) 這些參數是否會對模型理論價格與市場價格之價格誤差造成影響，本研究採用複迴歸分析來檢視以上變數對於價格誤差的影響效果，結果如表10及表11所示。

在價內外程度 (S/K) 方面，六種模型在買權上都呈現顯著負向關係，即S/K值愈高，APE則愈小；在賣權方面則都呈現顯著正向關係，即S/K值愈高，APE則愈大。由於買權之S/K值愈大代表愈偏價內，賣權之S/K值愈大代表愈偏價外，表示當選擇權價內外程度偏價內時，APE會愈小；偏價外時，APE會愈大。由前文實證結果也可以觀察到此現象，愈偏價內平均絕對誤差 (MAE) 會愈高，但平均絕對誤差百分比 (MAPE) 會愈低；反之，則呈現相反的結果。這應該是由於價內選擇權價格通常較高，因此理論價格與市場價格之絕對誤差通常亦會較高，但若考慮價格因素反而會因為價格較高，而使價格誤差百分比比較低。

在無風險利率 (r) 方面，六種模型在買權方面都是正向關係，但都不顯著；而在賣權方面除了彈性加權平均模型為負向關係，其於五種模型都呈現正向關係，而其t值都顯著。顯示在賣權時，無風險利率愈高，會使得APE愈大。

在距到期日 (T) 方面，六種模型在買權方面都是正向、賣權方面都是負向，但顯著程度都不相同。GARCH與彈性加權平均模型在買權與賣權都具有顯著影響，而歷史波動性只有在買權時顯著，而其他模型都沒有呈現顯著影響。另外，觀察前面實證結果可以發現，在買權時，六種模型在MAPE方面大多呈現隨距到期日期間增加，會導致MAPE愈大的情形。而在賣權方面，六種模型在偏價內時，結果會如同買權，距到期日愈長MAPE愈大；但在偏價外時，則會呈現隨距到期日期間增加，反而導致MAPE愈小的情形。這應該是由於短天期之價外賣權價格較低，容易吸引投資人投機性購買，導致不合理價格之資料筆數較多，因此距到期日期間短反而會使MAPE愈大，而距到期日愈長，價格誤差才會獲得改善，使得MAPE減小。

在波動性 ( $\sigma$ ) 方面，六種模型在買權或賣權之正負向關係都不一致，而且大多不顯著，只有GARCH與彈性加權平均模型在賣權時顯著， $\sigma$  對APE分別呈現負向與正向關係。因此，整體而言，波動性大小對於APE的影響並不顯著。

## 陸、結論

選擇權評價一直是學術研究與實務上所關注的焦點，而選擇權評價工具發展至今亦推導出各種不同的模型，在使用及估計能力上都各有其利弊，所以本研究仍採用最常使用的Black-Scholes評價模型來估計台指選擇權的理論價格。而Black-Scholes模型之參數中，以股價指數的波動性最難估計。本研究使用時間序列及隱含波動性兩大類波動性估計模型，來估計未來股價指數波動性，以代入Black-Scholes模型求得理論價格。比較各種波動性模型所求得之理論價格與市場價格之價格誤差，以及分析價格誤差與Black-Scholes模型參數間之關係。歸納實證研究結果提出本研究之結論如下：

本研究所採用的六種波動性估計模型中，不論買權、賣權、價內外程度或距到期日期間長短各方面，以誤差衡量指標MAE及MAPE來衡量價格誤差，都是以VEGA加權平均波動性模型之評估績效表現最佳，唯有在深價內選擇權時，等權重加權平均隱含波動性模型表現會優於VEGA加權平均模型。而在距到期日30天以內，隱含波動性模型的價格誤差大多小於時間序列模型，顯示隱含波動性模型在短天期選擇權的波動性估計能力較時間序列模型佳。而在距到期日30天以上，除了VEGA加權平均模型仍是最佳的波動性估計模型外，隱含波動性模型與時間序列模型並沒有明顯的優劣差異。

隱含波動性模型方面，在買權以VEGA加權平均模型最佳、彈性加權平均模型次之；在賣權則以VEGA加權平均模型最佳、等權重加權平均模型次之。而時間序列模型方面，在買權是隨著距到期日期間的長短有其較適合的模型，由短至長分別是GARCH、EWMA、歷史波動性模型；在賣權則都是以GARCH模型表現最佳。整體而言，在距到期日30天以內，時間序列模型中評估績效表現最佳的是GARCH模型。

由成對 t 檢定結果發現，波動性估計模型之理論價格與市場價格存在有價格誤差。其中，時間序列模型之理論價格通常較市場價格低；而隱含波動性模型之理論價格通常較市場價格高。

最後，本研究以Black-Scholes模型之各種變數為自變數，絕對誤差百分比 (APE) 為依變數進行複迴歸分析，結果顯示價內外程度 (S/K) 對於APE影響顯著，在價內時APE會較小，在價外時APE會較大。無風險利率 (r) 只有在賣權時顯著，利率愈高APE亦會愈大。而距到期日期間 (T) 與波動性 ( $\sigma$ ) 只有在少數波動性模型時顯著，整體而言對APE並無顯著影響。

表 10 不同波動性模型之複迴歸分析表－買權

	歷史波動性	GARCH	EWMA	等權重加權	VEGA加權	彈性加權
常數	2.8667* (2.1954)	2.8518* (2.1326)	2.9025** (3.4697)	2.4258** (3.3239)	2.6243** (3.5992)	2.0365* (2.4785)
S/K	-3.2235 ** (-2.9850)	-3.2759 ** (-3.0144)	-2.8654 ** (-4.1035)	-2.2672 ** (-3.9105)	-2.2516 ** (-3.9660)	-2.2516** (-3.6106)
r	11.4336 (0.3154)	29.3116 (0.8562)	34.5730 (1.5318)	3.5970 (0.2398)	17.4266 (1.1593)	17.4266 (1.0183)
T	1.4009* (2.1464)	1.5132* (2.2907)	0.7586 (1.8013)	0.5989 (1.6759)	0.4868 (1.3996)	0.4868* (1.9890)
$\sigma$	1.1740 (0.4894)	0.1273 (0.0541)	-1.9711 (-1.4424)	-0.1705 (-0.1905)	-2.0263 (-1.7935)	-2.0263 (0.6971)
F 檢定	4.1542	4.2890	5.8180	4.8866	5.4657	5.7896

括號內為 t 值，\*表示  $p < 0.05$ ，\*\*表示  $p < 0.01$

表 11 不同波動性模型之複迴歸分析表－賣權

	歷史波動性	GARCH	EWMA	等權重加權	VEGA加權	彈性加權
常數	-3.7850** (-10.4018)	-3.0254** (-11.9995)	-3.4247** (-10.4847)	-2.9957** (-7.8243)	-3.0283** (-7.6090)	-2.7840** (-7.8057)
S/K	3.2089** (11.6573)	2.8090** (14.8912)	3.1061** (12.4989)	2.7087** (9.4261)	2.6382** (8.8025)	3.0682** (11.5998)
r	39.5919** (3.2971)	53.1352** (7.1749)	35.0089** (3.3747)	34.5543** (3.3822)	52.9472** (4.6428)	-29.3581** (-3.3990)
T	-0.1638 (-0.8402)	-0.3052* (-2.2814)	-0.1166 (-0.6619)	-0.3563 (-1.7442)	-0.3475 (-1.6355)	-0.4321* (-2.2960)
$\sigma$	0.7109 (0.9217)	-1.6452** (-3.3478)	-0.0482 (-0.0788)	0.0284 (0.0607)	-0.9851 (-1.7307)	2.2303** (5.2060)
F 檢定	36.6961	62.5949	40.0038	24.0423	23.1924	48.4946

括號內為 t 值，\*表示  $p < 0.05$ ，\*\*表示  $p < 0.01$

## 參考文獻

### 中文文獻

- 1.林佩蓉 (2000)，Black-Scholes模型在不同波動性衡量下之表現—股價指數選擇權，東華大學企業管理學系碩士論文。
- 2.林景智 (2003)，不同價格及波動性估計模型下台股買權價格之比較分析，輔仁大學金融研究所碩士論文。
- 3.張鐘霖 (2003)，波動率模型預測能力的比較—以台股選擇權為例，中正大學財務金融研究所碩士論文。
- 4.鄭亦姣 (2003)，在Black-Scholes評價模型下台股選擇權最適波動性估計方法之研究，淡江大學管理科學系碩士論文。
- 5.謝美鳳 (2003)，臺股指數選擇權評價之研究—探討不同波動性下B-S評價模型與二項式樹狀評價模型之差異，中華大學經營管理研究所碩士論文。

### 英文文獻

- 1.Akgiray, V. (1989), "Conditional Heteroscedasticity in the Series of Stock Return Evidence and Forecasts," *Journal of Business*, 62, 55-80.
- 2.Bakshi, G., C. Cao, and Z. Chen, (1997), "Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models," *Journal of Finance*, 52, No.5, 2003-49.
- 3.Beckers, S. (1981), "Standard Deviations Implied in Option Prices as Predictors of Future Stock Price Variability," *Journal of Banking and Finance*, 5, 363-382.
- 4.Bhattacharya, M. (1980), "Empirical Properties of the Black-Scholes Formula under Ideal Conditions," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15, 1081-95.
- 5.Black, F., and M. Scholes, (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economics*, 81, 637-659.
- 6.Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity," *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- 7.Chiras, D. P. and S. Manaster, (1978), "The Information Content of Option Prices and a Test of Market Efficiency," *Journal of Financial Economics*, 6, 213-234.
- 8.Chu, S.H. and S. Freund, (1996), "Volatility Estimation for Stock Index Options : GARCH Approach," *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 36, 431-450.
- 9.Day, T. E. and C. M. Lewis, (1988), "The Behavior of the Volatility Implicit in the Prices of Stock Index Options," *Journal of Financial Economics*, 22, 103-122.
- 10.Day, T. E. and C. M. Lewis, (1992), "Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options," *Journal of Econometrics*, 52, 267-287.
- 11.Engle, R. F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of Untied Kingdom Inflation," *Econometrica*, 50, 987-1007.
- 12.Fama, E. F. (1965), "The Behavior Stock Market Prices," *Journal of Business*, 38, 34-105.
- 13.Fleming, J. (1991), "The Rationality of Market Volatility Forecasts Implied by S&P 100 Index Options," Unpublished manuscript (Duke University Durham, NC).
- 14.Galai, D. (1977), "Tests of Market Efficiency of the Chicago Board of Option Exchange," *Journal of Business*, 50, 167-197.
- 15.Lamoureux, C. G. and W. D. Lastrapes, (1990), "Forecasting Stock Return Variance: Toward an Understanding of Stochastic Implied Volatilities," Unpublished manuscript (Washington University, St. Louis, MO).
- 16.Latane, H. and R. J. Rendleman, (1976), "Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices," *Journal of Finance*, 31, 369-381.
- 17.Lehar, A., M. Scheicher, and C. Schittenkopf, (2002), "GARCH vs. Stochastic Volatility : Option Pricing and Risk Management," *Journal of Banking and Finance*, 26, 323-345.
- 18.MacBeth, J. D. and L. J. Merville, (1979), "An Empirical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model," *Journal of Finance*, 34, 1173-86.
- 19.Mandelbrot, B. (1963), "The Variation of Certain Speculative Prices," *Journal of Business*, 36, 394-419.
- 20.Meade, N. (1993), "The Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic Model," *Department of Economics*, University of California, San Diego, C.A., Working Paper.
- 21.Rubinstein, M. (1985), "Nonparametric Tests of Alternative Option Pricing Models," *Journal of Finance*, 40, 455-480.
- 22.Schmalensee, R. and R. Trippi, (1978), "Common Stock Volatility Expectations Implied by Option Premia," *Journal of Finance*, 33, 129-147.
- 23.Vasilellis, G. A. and N. Meade, (1996), "Forecasting Volatility for Portfolio Selection," *Journal of Business Finance and Accounting*, 23, 125-143.
- 24.Whaley, R. (1982), "Valuation of American Call Options on Dividend-Paying Stocks : Empirical Test," *Journal of Financial Economics*, 10, 29-58.