

風險值(Value at Risk)於自營資金操作之實務應用與研究

--- 台灣50指數(TAIWAN 50 Index)為例

大華期貨顧問事業部資深專業經理黃怡中

前言

台灣證券交易所於2002年推出交易型基金(ETF - Exchange Traded Fund)台灣50指數(TAIWAN 50 Index)，一般認為此舉對於法人，尤其是自營商與投信，還有外資的市場操作有相當大的幫助。對此本文以風險值(Value at Risk)模型企圖檢測對其所具備之有效性質。由本研究的結果可以發現，以資產報酬沒有上下界為設定條件的Frechet分配與最大似估計法(the maximum likelihood method)在台灣股票市場具有有效性。

第一章 緒論

1.1、研究動機

台灣證券交易所於2002年推出台灣50指數(TAIWAN 50 Index)，一般認為此舉對於法人，尤其是自營商與投信，還有外資的市場操作有相當大的幫助。

同時，由於目前台灣的金融市場漸漸與國際接軌，可供市場參與人交易的工具不斷增加，證券自營資金在操作面上的風險控管值得研究。

近年來，風險值(Value at Risk, VaR)的概念已經廣為國際金融監理機構和多數金融機構使用，它能明確掌握投資部位風險，並能將所有投資部位做總和考量，且易於以統計的概念加以檢定。研究風險值的文獻在近年來亦呈現大幅度的成長，顯見此一領域所受的重視，更能使風險值的運用在未來更可趨於完備。風險值的擁護者認為風險值將取代資產負債管理(Asset Liability Management)及壓力測試(Stress Testing)。台灣在走入自由化、國際化之時間，金融環境也將更加不穩定，故風險值的應用在台灣金融業也會是一股不可擋的趨勢。本研究希望能夠瞭解如何以風險值的概念讓證券自營商在股票操作上的風險控管得到更多的風險預警機制，進而提高操作績效，並據以作為建立證券商動態預警系統的參考，使得證券商本身迅速且準確地察覺到證券商的風險，以即時因應，防患於未然。

1.2、研究目的

近來因受到世界經濟的轉變與券商間的競爭壓力，導致經紀部門收入劇減；原本也屬於綜合證券商主要獲利的自營部門，也成為主要虧損風險的源頭。自營部門是證券商自行在市場買賣有價證券，以促進交易活絡、降低市場波動並獲利，但也必須承擔誤判市場走勢，所造成股價損失的市場風險。一般而言，經紀業務手續費收入佔綜合證券商收入中約30%~60%，而自營收益佔證券商總營業收入約為10%，但自營部位價值卻占證券商總資產的三分之一以上。由此可知，自營部位的風險大小雖然不是整體證券商營運能否持續的最重要因素，故如何結合風險值的功能與期貨的避險操作，以提高自營的操作績效，便成為本研究的主要目的。

在本研究限制：（1）自營部位中，仍以股票的持有價值最高；（2）公債及公司債的價格及證券商持有張數資料取得不易；（3）認購權證的價值雖不高，但是由於權證波動度會因到期日的接近而提高，而權證漲跌幅限制是和標的股價格的絕對漲跌幅相同，所以會造成權證波動率的扭曲。（4）權證終會到期，不會對證券商的永續經營造成過大的影響。所以本研究將重心放在自營部門的股票為主。故將本研究之研究目的分列如下所示：

1、建立以風險值為基礎的風險預警制度，觀察是否可以即時反應證券商自營部位風險，並據以提供期貨避險操作之根據。

2、瞭解以風險值為基礎的預警制度，是否對新商品台灣50指數(TAIWAN 50 Index)具備有效性，當作未來建立自營部門動態預警系統發展的參考。

第二章 風險值(VaR --- Value at Risk)

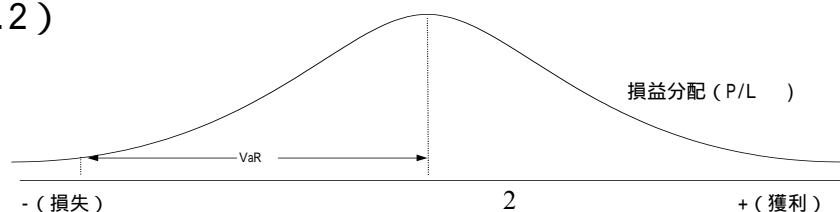
2.1、風險值的概念

風險值 (Value at Risk, VaR) 是指在一個持有期間之下，給定1-的信賴區間，投資組合的期望損失。以下用數學式來表示風險值的觀念，其中 R 為投資組合的報酬率， $f(R)$ 為報酬率p.d.f.， R^* 為統計上的臨界值：

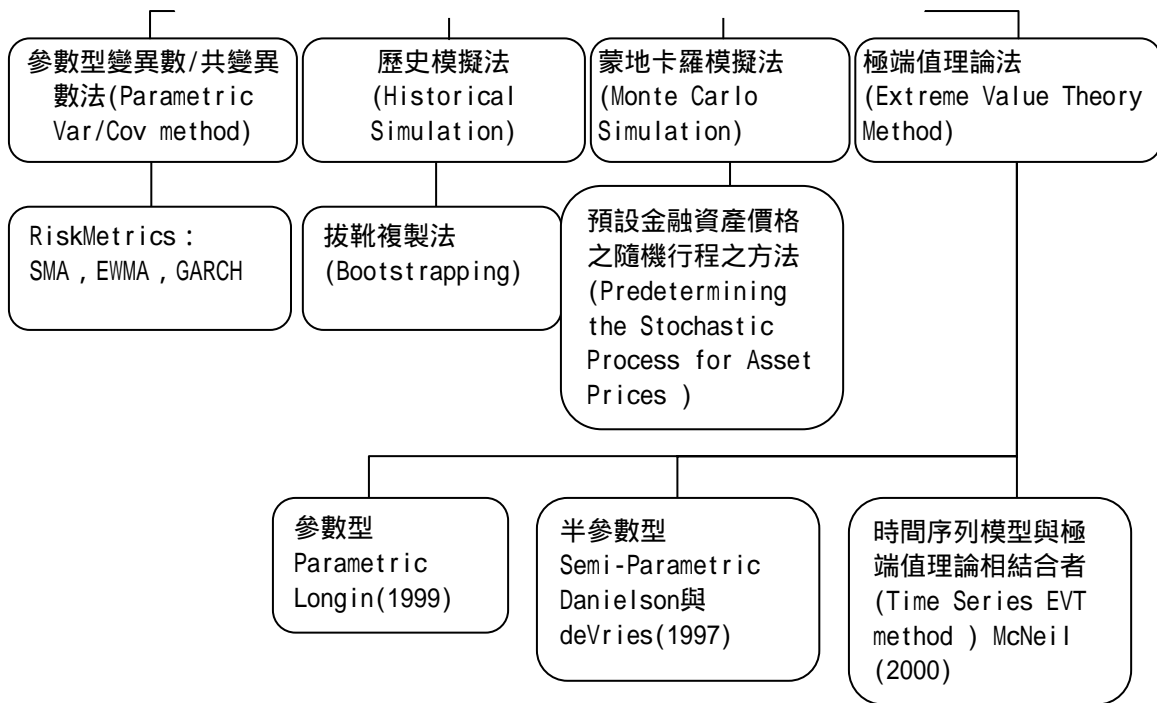
$$\text{Prob}(Z < (R^* - \mu) / \sigma) = \quad (2.1)$$

所以風險值的計算就有以下列方式表示， W 為投資組合之價值：

$$\text{VaR} \quad (\text{relative}) = - Z \quad W \quad (2.2)$$



VaR估計模型



2.2、有關風險值文獻

由於近年來探討風險值的研究非常多，所以本研究在此僅列出較具代表性的文獻、與證券商預警系統有關者，及近來國內的相關研究。一般計算風險值的方法可分為四種：Delta-Normal 法、歷史模擬法（Historical Simulation）、蒙地卡羅模擬法（Monte-Carlo Simulation）、壓力測試法（Stress Testing）。其中歷史模擬法不須假設報酬之分配，避免了模型風險，在Hendricks（1996）中，以8種貨幣之歷史價格日資料組成投資組合，並隨機抽樣1000次，使用3大類方法，12種模型，來衡量模型1983~1995風險值的績效。結果12種模型產生之風險估計平均而言無重大差異，但歷史模擬中信賴區間99%之風險值較RiskMetrics模型大；信賴區95%下的風險值較為正確，若將信賴區間調高至99%，則能涵蓋98.2%~98.5%的風險。對於風險隨時間變化很難預測，指數加權平均變異數表現較佳；

資料方面，極端值出現愈多，損失就會大於常態分配假設，且市場之波動會隨時間改變。而Delta-Normal法則須假設報酬的分配，而現實世界中，因為價格跳空及波動性的隨機性，會造成報酬的肥尾現象。在Duffie and Pan（1997）提出常態混合分配來替代原本常態的假設，來加以解決。蒙地卡羅模擬法則是指是一個變數的隨機過程和機率分配之參數，接著便可以模擬各種虛構的價格路徑。此方法的功能強大，可以處理任何不同的報酬分配、非線性資產，及信用風險的管理；可是計算的時間較長，設備成本也較高。壓力測試則是假設股價、利率、匯率的價格或是波動性大幅變動，對投資組合價值的影響。藉由情境的設計，瞭解所關切的投資組合在特殊情境下的損失，可作為其他計算風險值方法的輔助工具。

2.3、巴塞爾協議

根據巴塞爾協議（Basle Committee，1996）的建議，若欲驗證風險值建議採用後向測試法（Back Testing）和前向測試法（Forward Testing）。以下將對此二種方法做一介紹（Jorion，2001）：

後向測試法：

後向測試法是以每一個預測點過去一年的資料來檢驗損失超過VaR值的次數，其檢驗重複測試一年並取其平均值，其結果即為後向測試的結果。

前向測試法：

前向測試法是將每天的 VaR 估計值與當天的損益值做比較，將此步驟重複做一年，計算損益值大於估計值的數目，並以此數目評估此模型的適合程度。使用回溯測試將可測試所估計出的 VaR 模型其適用程度。

2.4、VaR 衡量之相關模型

Beder(1995)、Jackson, Maude and Perraudin(1997)均指出，VaR 的衡量方法可以分為兩大類，一為有母數模型 (parametric method) 一為與無母數模型 (non-parametric method)。

2.4.1、有母數模型(參數式模型)

對母體分配假設之探討：

一般有母數模型均假設報酬率分配為隨機、獨立且為聯合常態，而分配有兩個參數：平均數和標準差，可由歷史資料估計得知，進而可計算在特定機率下每日(或每一段期間)所可能產生的最大損失。例如 JP Morgan 所提出的 RiskMetrics(1995)便屬於有母數模型的一種。但是，Duffie and Pan(1997)卻指出，常態的假設會不符合實際報酬率雙尾較肥胖 (fat tails)、峰態係數(kurtosis)較高之特性，而雙尾肥胖的主因是由於價格跳空(Jump)和波動的隨機性 (Stochastic Volatility) 所造成，John Hull(1998)認為，這種情形將使得報酬大幅波動的機率增加，一方面報酬平穩波動的機率減少。為了符合實際報酬為胖尾的現象，許多學者以另一種常態混合分配來替代原本常態的假設。在估計的方法上，以最大概似估計法為最傳統之方法。但是 Subu(1997)認為若以混合常態分配(mixture normal distribution)取代常態分配，使用最大概似估計法可能會產生不穩定、局部解、不收斂等問題。

胖尾問題一部份來自於隨機波動性，這個問題可以從變異數的預測方式著手，考慮條件變異數的 GARCH 模型(Engle, 1982)，可以捕捉波動的持續性，但是卻有參數估計值不穩定的缺點。

2.4.2、一般資產之風險值衡量方法

1. 以變異數為基礎之方法

(1). Delta Normal

Delta Normal 法是衡量 VaR 風險值模型中相當簡易的一種衡量方式，Delta Normal 假設所有的資產報酬皆屬常態分配，所以以線性構成的投資組合亦屬於常態分配。其衡量投資組合 VaR 風險值的方法如下：

假設 $R_j \sim N(\mu_j, \sigma_j^2)$

演算步驟如下：

$$R_{p,t+1} = \sum_{j=1}^N w_{j,t} R_{j,t+1} \quad (2.1)$$

$R_{p,t+1}$: 表在 $t+1$ 時點, 投資組合的報酬。

$R_{j,t+1}$: 表在 $t+1$ 時點, 第 j 項資產的報酬。

$w_{j,t}$: 表在 t 時點, 第 j 項資產的投資權重。

(3.1) 表示成矩陣的形態如下式：

$$R_p = [w_1, w_2, \dots, w_N] \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_N \end{bmatrix} = w' R$$

(2.2)

R_p 的期望值與變異數可表示成：

$$E(R_p) = \mu_p = \sum_{j=1}^N w_j E(R) = \sum_{j=1}^N w_j \mu_j$$

(2.3)

$$V(R_p) = \sigma_p^2 = \sum_{j=1}^N w_j^2 \sigma_j^2 + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1, k \neq j}^N w_j w_k \sigma_{jk}$$

(2.4)

則 $R_p \sim N(\mu_p, \sigma_p^2)$, 將 Σ 定義為 $\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \cdots & \sigma_N^2 \end{pmatrix}$ 因此可將

投資組合變異數表示成：

$$\sigma_p^2 = w' \Sigma w$$

(2.5)

在 的機率下 $R_p = \mu_p + Z_\alpha \sigma_p$, 如假設 $\alpha = 5\%$ 則

$R_{p|\alpha=5\%} = \mu_p - 1.65 \sigma_p$ 因此投資組合在 5% 的機率水準下的 VaR

(最大損失) 計算如下：

$$\text{VaR} = E(R_p) - E(R_{p|\alpha=5\%}) = \mu_p - (\mu_p - 1.65 \sigma_p) = 1.65 \sigma_p$$

(2.6)

所以簡單的 VaR 風險值定義為： $VaR = Z_{\alpha} * \sigma_p$ 線性資產如股票，外匯等現貨市場，或是衍生性金融商品如遠期商品、期貨市場，其風險來源大都來自於現貨價格 S ，其損益與現貨價格呈現性關係，因此當我們假設現貨市場價格 S 為常態分配時，又假設 $u = 0$ 時，VaR 值的計算就等於 $(Z \times \sigma)$ ，亦即當 σ 值固定下 VaR 只受 Z 影響。在單一投資工具中，即為未來 H 天對此商品的變異數預測：

$$\sigma_p^2 = w' \Sigma w$$

(2.7)

其中， W_t 是投資組合當期的權重向量， Σ 是未來 H 天不同資產價格的共變異矩陣。至於預測變異數，有許多不同的方法，如等權平均法、指數加權法、GARCH 等留待研究方法。部分再做詳細介紹 Delta Normal 衡量 VaR 的計算方式雖然簡易，但卻也有不少缺點。Jorion(1996)指出 Delta Normal 有三項缺失：

- I. Delta Normal 無法衡量出極端事件風險，如股、匯市的崩盤。
- II. 絕大多數金融商品的報酬皆具有寬尾 (fat-tail) 的現象，而 Delta Normal 卻假設為資產報酬皆屬常態分配，所以 Delta Normal 往往導致 VaR 低估。
- III. Delta Normal 只適用於線性商品，因此當投資組合中擁有非線性商品時，Delta Normal 的 VaR 估計有較大的誤差。

(2). 蒙地卡羅模擬法 (Monte Carlo Simulation)

一般蒙地卡羅模擬法是假定變數服從某一機率分配的形態，進行隨機抽樣，以模擬出變數的路徑 (process)，以供作為預測估計之用。或者將時間序列的變數假設為一自我相關序列 (Autoregression process) 的形態、ARCH 或 GARCH 等隨機過程 (stochastic process) 的形態，進行路徑模擬。運用在投資組合風險值的計算則根據投資組合價格模擬之結果與投資組合之價值，以完全評價進行每日清算 (mark to market)。

蒙地卡羅模擬方法計算 VaR 之優勢之處在於：

- I. 其可解釋投資組合所面臨之各種不同之風險，包括與市場風險有關之非線性價格風險、波動風險或模型風險等。
- II. 蒙地卡羅模擬方法也能處理變異數的時間變異、分配之寬尾 (fat-tail) 現象與極端事件等 Delta-Normal 法所亟需卻無法解決之問題。但蒙地卡羅模擬方法亦會面臨下列諸問題：
 - a. 其計算成本相當龐大，根據 Jorion(1996) 估測，若以 1000 條樣本價格路徑模擬由 1000 項資產所構成之投資組合，所需的評價

次數將超過一百萬次，如此之計算程序將過於繁重。

- b. 蒙地卡羅模擬法將無法避免的會面臨模型風險(model risk)，此處之模型風險包括兩部分，一為對財務變數或風險因子所設定之隨機模型不適當，二為所使用之評價模型不正確。由於以上所述之缺陷是導致以蒙地卡羅模擬法進行 VaR 衡量的實務推廣上所面臨之最大瓶頸。

2.4.3、無母數模型

1. 歷史模擬法 (Historical Simulation)

歷史資料模擬法視為一種完全評價法，其算法是直接計算兩期投資組合價值的差額如(2.8)式：

$$\Delta V = V(P_t) - V(P_{t-1})$$

(2.8)

理論上這是正確的且必要，利用標的資產隨機已實現市價來作為計算投資組合價值的依據，稱之為市場調整 (market to market)。Hendricks(1996)的研究中指出：歷史資料模擬法係以長時間實際觀測值取百分比計算出來。該模擬並不必用常態分配假設、或序列獨立假設，歷史資料模擬法亦能捕捉到 gamma、vega 等風險係數及相關係數，所以即使是非線性部位也可以估算。且在 99% 的信賴區間下，歷史資料模擬法比 RiskMetrics 模型能更準確地估計 VaR 風險值。

Beder(1995)認為日內 (intra-day) 以及每日收盤 (end-of-day) 的資料，無法表現出在高度波動的期間現象，所以常造成完全相反的風險觀點。1995 年巴賽爾修正案中建議廠商在計算 VaR 時，至少要有年以上的資料。Danielsson 和 de Vries (1997) 的研究指出：以歷史資料求出的 VaR 在樣本數小的時候會有嚴重的誤差，因為小樣本下極端事件的數量可能很少，如此一來以樣本內的資料估計樣本外的事件發生的機率，很可能會發生估計上的誤差。所以歷史模擬法必須仰賴多年的資料作為樣本，而得出的結果才可以讓金檢單位參考。所以歷史資料來模擬的 VaR 則需要更多的樣本資料。

Jorion(1996)認為 1995 年巴賽爾修正案設定 99% 的信賴區間乃是為確保一個安全及堅固的財務系統，但對銀行追求報酬所需的資本產生不利影響。因為較高的信賴水準就意味著要有較大的資本才能涵蓋可能的損失，因此造成銀行的資本準備較重，降低了資本運用的效率。

Danielsson 和 de Vries (1997) 的研究中指出歷史資料模擬法在估算極端報酬或發生頻率低的事件有較高的誤差。歷史模擬法只是採取過去的樣本內的 (in-sample) 歷史資料，是無法作樣本外的

(out-of-sample) 預測的。

2. 壓力測試(Stress Test)

第二種完全評價法是壓力測試法，又名情境分析 (scenario analysis)，是採取與歷史模擬法完全相反之角度來求算 VaR。此法是測試當關鍵財務變數發生重大改變時對投資組合所造成之影響，此法可彌補 Delta-Normal 法無法衡量極端事件的缺陷。根據美國衍生性商品政策小組(Derivatives Policy Groups)曾為壓力測試法所設定的情境條件為：

1. 殖利率曲線上下平行移動 100 個基點。
2. 殖利率曲線斜率上下變動 25 個基點。
3. 股價指數漲跌 10%。
4. 匯率升貶變動 6%。
5. 上述各變數之波動性增減 20%。

壓力測試法實屬一種相當主觀之方法，因為情境條件之設定純憑個人主觀之認定，上述設定之情境是否有效端視其能否充分反映市場變數之行為，例如：股價指數在某期間內之變動總額超過 10%，則此壓力測試法礙於情境設定在股價指數漲跌 10%的條件下，則壓力測試法將無法有效衡量投資組合可能產生之最大損失。

第三章 極端值

3.1、極端值定理

極端值理論所要研究的是在每一投資期間中極端狀況的分配。其概念則為以下所述：將一個資產的歷史報酬分成 n 個固定期間，對每一期的極大或極小值進行分析，並且對於每一個期間的極大極小值視為一個獨立的隨機變數。根據極端值理論，這些隨機變數所呈現的分配可分為以下三種：Gumbel 分配、Frechet 分配及 Weibull 分配。當極端值出現的機率遞減的相當的快（例如以指數的形式遞減）時，因此可將此類歸類為 Gumbel 分配。當遞減速度較緩慢（例如以乘數方式遞減），並且資產報酬有上下界時，此類可將之歸類為 Weibull 分配。若資產報酬沒有上下界時，可將此類歸類為 Frechet 分配 (Longin, 1996)。以下為這三種機率分配的累積分配函式 (Cumulative Distribution Function, CDF)：

型一 (type I) 極端值分配 (Gumbel 分配)：

$$F_Y(y) = \exp(-e^{-y}) \quad \text{for } y \in \mathbb{R} \quad \mathbb{R} \text{ 為實數系}$$

(3.1)

型二 (type II) 極端值分配 (Frechet 分配)：

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & \text{for } y \leq 0 \\ \exp(-y^k) & \text{for } y > 0 (k > 0), \end{cases}$$

(3.2)

型三 (type) 極端值分配 (Weibull 分配):

$$F_Y(y) = \begin{cases} \exp(-(-y)^{-k}) & \text{for } y < 0 (k < 0) \\ 1 & \text{for } y \geq 0 \end{cases}$$

(3.3)

其中 $y = \frac{x - \alpha}{\beta}$ 、 $k = \frac{1}{\tau}$ (Longin , 1996)。 為規模參數 (scale parameter)，用來決定該分配的離散程度，在圖形上表示則含有變異數的觀念； 為定位參數 (location parameter)，用來決定該分配的中心位置，在圖形上表示則含有平均數的觀念； 為尾部參數 (tail index)，用來決定該分配的尾部分配情況。若 為正，則呈現 Weibull 分配；若 為負，則呈現 Frechet 分配；若 為 0；則呈現 Gumbel 分配。若 的絕對值越高，則出現極端值的機率也就越高，該分配若以圖形表示，其分配的尾部會越來越高，形成了所謂的厚尾現象。

而 Gnedenko(1943)的研究中對以上三種分配個別給予其充分必要條件，其條件如下所述：

一、Gumbel 分配的充分必要條件如下 (Longin , 1996):

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n[1 - F_X(\alpha_n \cdot x + \beta_n)] = e^{-x}$$

(3.4)

二、Frechet 分配的充分必要條件如下：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1 - F_X(t \cdot x)}{1 - F_X(t)} = x^k \quad t > 0 \quad k > 0$$

(3.5)

三、Weibull 分配的充分必要條件如下：

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - F_X(t \cdot x + u)}{1 - F_X(x + u)} = x^{-k} \quad t > 0 \quad k < 0$$

(3.6)

現今利用極端值理論估計 VaR 的方法在此提到常見的三大類，第一類為參數估計法；第二類為無母數估計法；第三類為半參數估計法。參數估計法中在此提到兩種估計參數的方法，一種為最大概似估計法¹(the

¹ 此為相當常用的估計參數方法，本文即用此法估計參數。

maximum likelihood method); 另一種為迴歸估計法 (the regression method)。非參數估計法又稱無母數估計法，Pickands(1975) 和 Hill(1975)個別提出了估計尾部指數的方法。

3.2、參數估計法

參數估計法之中較常使用的有最大概似估計法及迴歸估計法以下將這兩種方法作一簡單介紹：

3.2.1、最大概似估計法：

由最大概似估計法估計出的參數估計值具有不偏 (unbiased)、漸進常態 (asymptotically normal) 以及最小變異 (minimum variance) 的特性，且可以應用於最大化問題 (maximization problem) 的一階條件來克服非線性函數的問題 (Tiago de Oliveira, J., 1973)。概似率檢定將會將所估計的分配檢定出呈現上述三種分配的其中一種分配情形 (Longin , 1996)。

3.2.2、迴歸估計法：

迴歸估計法在 Gumbel (1958) 中提到根據極端值的順序統計量 Y 來估算。我們將觀察值中的最大極值設定為 $(Y_{n,i})_{i=1,N}$ ，並且將他們排序，令為 $(Y'_{i,n})_{i=1,N}$ 。使得 $Y'_{n,1} \leq Y'_{n,2} \leq \dots \leq Y'_{n,N}$ 。對於每一個 i 值，次數值 $F_{Y,n}(Y'_{n,i})$ 是一個落在 0 到 1 之間的隨機變數。變數所形成的分配獨立於 Y_n 。第 i 次的平均值 $E[F_{Y,n}(Y'_{n,i})]$ 為 $i/(N+1)$ 。此部份可由以下函式就由取二次對數而得到：

$$-\ln\left[-\ln\left(\frac{i}{N+1}\right)\right] = \frac{1}{\tau} \cdot \ln \alpha_n - \frac{1}{\tau} \ln\left(-\tau\left(Y'_{n,i} - \beta_n - \frac{\alpha_n}{\tau}\right)\right) + \Phi_{n,i} \quad (3.7)$$

對於 Gumbel 函式 ($\tau=0$)，上列的函式將成為以下的形式：

$$-\ln\left[-\ln\left(\frac{i}{N+1}\right)\right] = \frac{Y'_{n,i} - \beta_n}{\alpha_n} + \Phi_{n,i} \quad (3.8)$$

這些結果在圖形上的曲率是與何種分配有關：對於一個 Gumbel 分配來說，圖形將會是一條直線；對於一個 Frechet 來說，圖形將會形成一個凹向上的圖形；若是一個 Weibull 的分配時，將會出現一個凸向上的圖形。

3.3、非參數估計法

由於此法不預先假設極端值呈現何種分配，在 Jansen 和 de Vries(1991)提到此法在估計參數時會比先前的最大概似估計法要有效率。Pickands(1975)和 Hill(1975)各提出一種估計尾部指數 () 的方

法。函式如下：

$$\tau_{Pickands} = -\frac{1}{\ln 2} \cdot \ln \left(\frac{X'_{N^{obs}-q+1} - X'_{N^{obs}-2q+1}}{X'_{N^{obs}-2q+1} - X'_{N^{obs}-4q+1}} \right) \quad (3.9)$$

$$\tau_{Hill} = \frac{1}{q-1} \cdot \sum_{i=1}^{q-1} (\ln X'_{N^{obs}-i} - \ln X'_{N^{obs}-q}) \quad (3.10)$$

$(X'_m)_{m=1, N^{obs}}$ 是一個由小到大排序過後的日報酬。 q 是一個根據 N^{obs} 日報酬的觀察數目。若 q 以一個穩定的速率增加的話，Pickands 的估計子將會與 N^{obs} 一致。標準化的 Pickands 統計量 $(\tau_{Pickands} - \tau) \cdot q^{\frac{1}{2}}$ 則具有平均值為 0；變異數為 $\tau^2(2^{-2\tau+1} + 1)/[2(2^{-\tau} - 1)\ln 2]^2$ 的漸進常態分配。至於 Hill 的估計子則只能用在 Frechet 分配，即 $\tau < 0$ 時。Goldie 和 Smith (1987) 證明了 $(\tau_{Hill} - \tau)q^{\frac{1}{2}}$ 有著平均值為 0 變異數為 τ^2 的漸進常態分配 (Longin, 1996)。

以下將以參數估計法估計風險值，並以最大概似估計法估計參數為例，說明利用極端值理論估計風險值的過程 (王永慶，民國九十年)²。

從文獻上可知，所有具有厚尾現象的分配最後將會收斂至一般化的極端值分配，因此一般化的極端值分配如下：

$$F_z(z) = 1 - \exp(-(1 + \tau z))^{\frac{1}{\tau}} \quad \begin{cases} z < \frac{1}{\tau} & \text{if } \tau < 0 \\ z > -\frac{1}{\tau} & \text{if } \tau > 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

此為累積機率分配函數，經由一階微分後可得上式的累積機率密度函數 (probability distribution function, PDF)，如下表示：

$$f_z(z_i) = (1 + \tau z_i)^{\frac{1}{\tau}-1} \exp[-(1 + \tau z_i)^{\frac{1}{\tau}}] \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.12)$$

其中 $Z_i = \frac{Z_{n,i} - \beta_n}{\alpha_n}$ ，將此機率密度函數連乘 n 次之後可得下列概似函數 (likelihood function)：

$$L = \prod_{i=1}^N \left[(1 + \tau z_i)^{\frac{1}{\tau}-1} \exp[-(1 + \tau z_i)^{\frac{1}{\tau}}] \right] \quad (3.13)$$

為了計算方便，將此概似函數做一對數運算之後可得下列函式：

² 在這裡即是利用最大概似估計法估計參數。

$$\ln L = \left(\frac{1}{\tau - 1} \right) \sum_{i=1}^N \ln \left(1 + \tau \frac{Z_{n,i} - \beta_n}{\alpha_n} \right) - \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^N \left(1 + \tau \frac{Z_{n,i} - \beta_n}{\alpha_n} \right)$$

(3.14)

將上列式子對各個參數（ α_n 、 β_n 及 τ ）做一階微分之後令其結果為零，且二階微分小於零，亦即：

$$\frac{d \ln L}{d \tau} = 0, \frac{d \ln L}{d \alpha_n} = 0, \frac{d \ln L}{d \beta_n} = 0$$

結果如下：

$$-\frac{1}{\tau^2} \sum_{i=1}^N \ln \left(1 + \tau \frac{Z_{n,i} - \beta_n}{\alpha_n} \right) + \left(\frac{1}{\tau} \right) \sum_{i=1}^N \frac{Z_{n,i} - \beta_n}{\alpha_n + \tau(Z_{n,i} - \beta_n)} - \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\tau^2} \ln \left(1 + \tau \frac{Z_{n,i} - \beta_n}{\alpha_n} \right) + \frac{1}{\tau} \frac{Z_{n,i} - \beta_n}{\alpha_n + \tau(Z_{n,i} - \beta_n)} \right) \times \left(1 + \tau \frac{Z_{n,i} - \beta_n}{\alpha_n} \right)^{1/\tau} = 0$$

(4.15)

$$\left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \sum_{i=1}^N \frac{-\tau}{\alpha_n + \tau(Z_{n,i} - \beta_n)} + \sum_{i=1}^N \left(1 + \tau \frac{Z_{n,i} - \beta_n}{\alpha_n} \right)^{1/\tau - 1} \times \frac{1}{\alpha_n} = 0$$

(3.16)

$$\left(\frac{1}{\tau} - 1 \right) \sum_{i=1}^N \frac{\tau \frac{(Z_{n,i} - \beta_n)}{\alpha_n}}{\alpha_n + \tau(Z_{n,i} - \beta_n)} + \sum_{i=1}^N \left(1 + \tau \frac{Z_{n,i} - \beta_n}{\alpha_n} \right)^{1/\tau - 1} \times \frac{\tau(Z_{n,i} - \beta_n)}{\alpha_n^2} = 0$$

(3.17)

上列三式形成一聯立方程組並求解 α_n 、 β_n 及 τ 。而極端值的漸進分配機率值可由以下式子算出：

$$p^{ext} = 1 - F_{Z_n}^{asympt}(-VaR) = \exp \left[- \left(1 + \tau \left(\frac{-VaR - \beta_n}{\alpha_n} \right) \right)^{1/\tau} \right]$$

(3.18)

因此，我們所求的 VaR 值便可經由移項整理而得到下列算式：

$$VaR = -\beta_n + \frac{\alpha_n}{\tau} \left[1 - \left(-\ln(p^{ext}) \right)^\tau \right]$$

(3.19)

以上便是利用極端值理論估計風險值的過程。

使用極端值理論估計 VaR 的優點如下：

1. 因具有數值分析的理論基礎，因此估計出的 VaR 較具有解釋的能力。
2. 估計值較保守，回溯測試時較不易被穿透。

使用極端值理論估計 VaR 的缺點如下：

1. 使用者需有一定的統計學基礎與數值分析能力。
2. 有時估計值過於保守，產生過多的閒置資本。

3.4、VaR 估計模型的比較

本節將對上述各級所提到之各種估計極端涉險值的方法做一比較，如以下各表所示：

表 3.4.1 各種 VaR 風險值衡量方法的比較

		歷史模擬法	變異數—共變異數法	蒙地卡羅模擬法
部位	評價	完全	部分	完全
	是否包含非線性資產	適用	不適用	適用
分配	分配假設	實際分配	常態分配	常態分配
	參數是否會隨時間改變	不會	會	會
	是否包含隱含波動性	沒有	可能有	有
市場	可否為非常態分配	適用	不適用	適用
	衡量極端事件能力	些許	些許	可能有
	相關性之運用	有	有	有
實際運用	可否規避模型風險	可以	些許	無法
	計算複雜性	中等	簡易	困難
	資訊傳達與溝通性	容易	容易	困難
	缺點	時間變化、極端事件	非線性、極端事件	模型風險

資料來源：Jorion, P. (1996) Value at Risk: The Benchmark for Controlling Market Risk, Irwin. P. 202

表 3.4.2 估計 VaR 方法的比較

	變異數—共變異數法	歷史模擬法	蒙地卡羅模擬法	極端值理論模型
--	-----------	-------	---------	---------

	SMA	EWMA	Bootstrap	法	參數型估計法	半參數/無母數估計法	時間序列極端值理論模型
特點	利用歷史資料之波動來估計	隨機抽取歷史資料模擬	隨機抽取歷史資料模擬	模擬價格之隨機行程來估計	估計報酬之完整分配	直接估計的尾部	加入時間序列估計
優點	容易學習、使用方便	可估計厚尾現象	容易學習、使用方便	具有數理統計基礎、因此估計效果較佳			加入時間序列模型,讓模型更具合理性
				可得知報酬分配的全貌	不必考慮報酬分配的全貌		
缺點	文獻常顯示效果不佳,因此常成為其他方法的比較基準		需耗費大量的計算成本	必須預設金融資產的價格動態及參數	資料為橫斷面資料,故效果較不理想		需作二階段估計

資料來源：本研究整理

第四章 研究方法設計

4.1、研究對象：

本研究之目的在於瞭解：以持有部位風險值為基礎的預警系統，對證券商自營股票部位的風險預警效果，再與以不同持股內容為基礎的預警系統加以比較，列出各自優缺點，作為證券商內部自營部位或是證券商主管機關在風險控管時的參考。尤其是台灣證交所推出台灣50指數後，勢必成為自營部門操作的重要標的物，本研究亦以此為研究重點，期望得到一個較合理的風險控模式，提供必要部門參考。

4.1.1、研究樣本：台灣50指數

由於研究的資料取得不易，對模擬自營部門持有股票部位相關限制作一說明：

一般自營部位是由股票證券、認購權證、及債券三種金融商品所組成，由整體自營部位的風險值可求出該金融商品的風險值 (VaR)。

本研究著重於股票證券之風險值計算，而因應證券交易所推出的交易型基金(ETF - Exchange Traded Fund) --- 台灣50指數對台灣法人的影響，以期求得從期貨市場看自營商利用VaR進行風險控管之有效方法。

表 4.1 指數股票式基金與指數型基金之相異點

	ETF	Closed Index Fund	Open Index Fund
盤中交易基金	可 市價變動	可 市價變動	否 一天一價
基金管理方式	被動式調整成份股	主動式操作，以模擬指數之報酬	主動式操作，以模擬指數之報酬
管理費	因被動式管理，故管理費用較低	較 ETF 高	較 ETF 高
管費	相對較低	相對較高	相對較高
市價交易	可	可	否
淨值交易 申購、贖回	可 創造 ETF、贖回 ETF	否	可
折溢價	無 註 1	有	無
信用交易 融資券	有	有	無

資料來源：台灣證券交易所

註 1：若 E T F 市價較淨值低 折價 時，將使套利交易產生 買 E T F 並執行贖回，進而減少折價。若溢價時，套利者申請創造 E T F，而使溢價縮小。

4.1.2、商品特性

1.、概述

指數是一種很普及的投資策略，投資者可以利用指數以運用不同策略來「追蹤」市場或產業走勢。最直接的是持有與主要市場或產業指數成份相同的股票組合，不過，更簡單及成本效益更高的方法則是投資於

指數產品。市場上有許多不同的指數產品，為人熟悉的有指數基金、指數期貨與指數選擇權等。現在投資者可考慮另一種新工具，就是 ETF。

傳統上，指數僅是用來衡量股價的整體水準，根本無法將其權益化，諸如上述之指數期貨及選擇權均係屬於現金交割型之衍生性商品，並無實質之標的股票交易牽涉其中。指數基金是募集大眾之資金後，由基金經理人投資於市場或產業指數之成份股票，投資人因交付現金所持有表彰其權益之受益憑證只能於市場上依市價進行買賣（封閉型指數基金），或要求基金公司依淨值贖回（開放型指數基金）。但美國證券交易所（AMEX）結合了指數化投資和資產證券化二種重大的金融創新技術，於一九九三年採取信託之法令架構，將 S&P 500 指數予以證券化，創造出新商品「ETF」。

何謂 ETF？ETF（Exchange Traded Fund）是兼具股票、開放式指數基金及封閉式指數基金特色之商品，又稱為指數股票（Index Shares），或稱為指數參與單位（Index Participation Units），提供投資人參與指數表現之一種有價證券。

ETF 在國外均是於證券交易所上市，其交易方式如同股票，投資人經由於證券商開立之股票帳戶，即可於集中交易市場交易時間內買賣 ETF，且得為融資融券及零股交易。投資人可經由購買此憑證直接參與股價指數之表現，而不需個別購買指數之成分股票以模擬指數之走勢，節省投資人大量的金錢與時間，此種以單一憑證即可參與股價指數表現之投資方式，為投資人提供了便捷之投資管道，也為推出此種商品之機構另創商機。

2.、與標的指數連動關係

組成標的指數之股票依照組成指數之權數交付信託機構託管成為信託資產後，發起人即以此為實物擔保透過信託機構向投資人發行 ETF，而憑證之發行數量，係取決於每單位憑證淨值之高低。一般而言，每一單位憑證淨值設計為標的指數的某一百分比，以符合投資人交易習慣，不致太高或太低。經由此種股票組合資產分割程序，便將 ETF 之淨值和股價指數連動起來，ETF 之損益與指數之走勢直接相關。茲將幾種交易較活絡之 ETF，其憑證與標的指數之連動關係表（表 5.2）列如后：

Exchange Traded Funds	與標的指數連動關係
SDPRsR (Standard & Poor 's Depository Receipts)	1/10
MidCap SPDRs (Standard & Poor 's MidCap 400 Depository Receipts)	1/5

Select Sector SPDRsR (Select Sector SPDR Funds)	1/10
DIAMONDSR (The Dow Industrials)	1/100
QQQ (Nasdaq-100 Index Tracking Stock)	1/40
HOLDRs -Merrill Lynch	視各商品而定
iShares - Barclays Global Investors	視各商品而定
TraHK	1/1000

資料來源:台灣證券交易所

4.2、數據限制:

台灣 50 指數(TAIWAN 50 Index Constituents)

有關台灣50指數成分股因本研究實證過程當中，有五檔成份股之日資料過短故將其剔除，所僅使用45檔成份股的歷史資料作為實證資料，而因其仍可形成一個標的指數，對整體風險值的計算並無重大影響。若日後待其歷史資料足以勘用，再將其資料列入模型即可。

有關台灣ETF50指數上市交易規劃報告內容等相關資料可由下列網站取得。

<http://www.tse.com.tw/plan/report/ETFIP02002.pdf>

<http://www.tse.com.tw/plan/index/taiwan50introduce.doc>

4.2.1、資料來源：台灣經濟新報 (TEJ) 財務資料庫

(1)、由TEJ 上市證券調整後股價資料庫中，取得45 家上市公司股價歷史資料。其中使用調整後股價的原因在於，避免每股股價因為除權而形成斷層，在計算風險值時會造成誤差。

(2)、TEJ 股價調整方法如下所示：

調整後股價= 原始股價×調整因子

調整因子= 當日之後所有「調整係數」累乘

調整係數= 除權參考價/(除權前收盤價-現金股息)

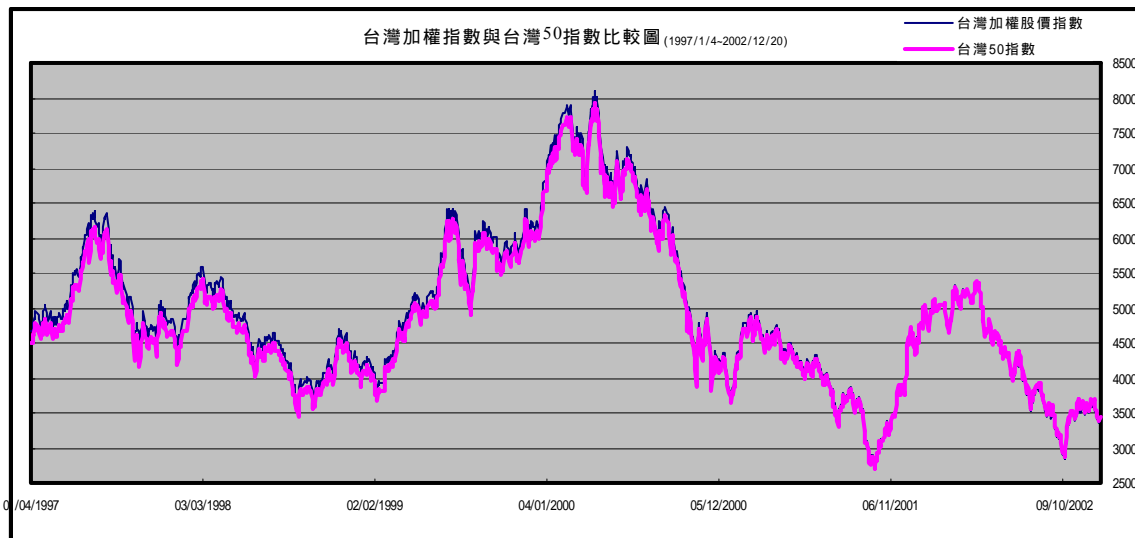
第五章 實證結果

5.1、實證簡述

本章就以前一章所介紹的研究方法，依步驟進行不同標的物的估算風險值，再進行分析與比較。計算證券股票在研究期間的風險值後，本節針對結果進行細部整理，可瞭解代表證券商或期貨商自營不同持有部位，亦即台灣50指數成分股之風險值時間序列與分析。另外，由圖5.1與表5.1可以知道台灣加權股價指數與台灣50指數的走勢相關性相當高，且具有直線關係。也就是說，自營商利用台灣50指數進行風險控管比較容易，同時台灣50指數也具有台灣價權股價指數的替代性，未來可

供期貨避險操作使用。

圖 5.1 台灣加權股價指數與台灣50指數走勢比較圖



資料來源：台灣證券交易所與本文整理

表5.1 台灣加權股價指數與台灣50指數 99%迴歸統計

迴歸統計

R 的倍數	0.998468607
R 平方	0.99693956
調整的 R 平方	0.996937506
標準誤	60.71577159
觀察值個數	1492

ANOVA

	自由度	SS	MS	F	顯著值	F 臨界值
迴歸	1	1789263182	1789263182	485368.054	0	6.65
殘差	1490	5492743.331	3686.40492			
總和	1491	1794755926				
	係數	標準誤	t 統計	P-值	下限 95%	上限
截距	-87.4438262	7.394707034	-11.8251914	6.64076E-31	-101.948967	-72.938685
ETF 50	1.039039367	0.001491408	696.6836111	0	1.036113886	1.041964848

資料來源：本文整理

5.2 台灣50指數之風險值時間序列與分析

這一個部分，本研究將所計算出的風險值時間序列，製成圖表以方便分析比較。由表5.2、表5.3與圖5.2可以知道本研究有效拒絕模型無效的虛無假設。因此可得本模型在台灣股票市場可有效被運用。

表5.2 研究期間台灣50指數風險值產生次數比較表

日期	台灣 50 指數 VaR 產生數
2001/09/13	-38.11
2001/09/14	-85.99
2001/09/19	-77.39
2001/09/20	-96.13
2001/09/21	-90.42
2001/09/24	-15.8
2002/05/06	-28.34
估計值失敗比率	1.6 % < 4.9 %

資料來源：本文整理

表5.3 台灣50指數與損益點數、風險值 99%迴歸統計

台灣 50 指數迴
歸統計

R 的倍 0.9999

數 99995

R 平方 0.9999

9999

調整的 0.9999

R 平方 9999

標準誤 0.0252

10464

觀察值 429

個數

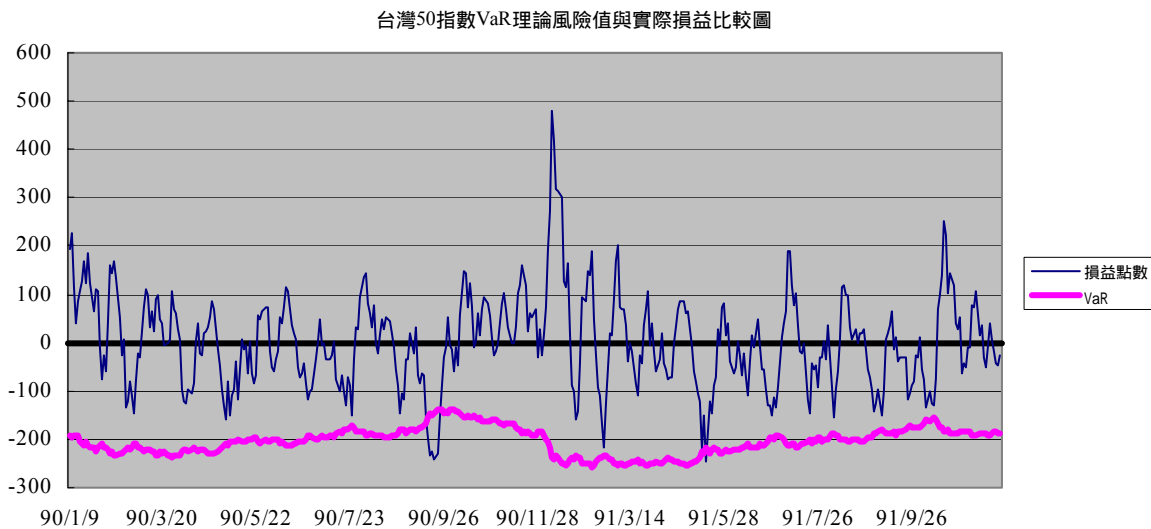
ANOVA

	自由度	SS	MS	F	顯著值	F 臨界值	T 臨界值
迴歸	2	268348	134174	211109	0	4.6550	2.5873
		66.38	33.19	48948		78101	66907
殘差	426	0.2707	0.0006				
		51758	35568				
總和	428	268348					
		66.66					
係數	標準誤	t 統計	P-值	下	限上	限下	限上 限

					95%	95%	99.0%	99.0%
截距	0.0225	0.0091	2.4589	0.0143	0.0045	0.0405	-0.001	0.0462
	2457	60111	84348	29748	19914	29226	1765	25639
報酬率	4.7282	1.2668	0.3732	0.7091	-2.017	2.9628	-2.805	3.7507
	7E-06	6E-05	28954	63697	2E-05	9E-05	1E-05	1E-05
VaR	-8.983	4.4520	-20178	0	-8.983	-8.983	-8.983	-8.983
	82744	7E-05	9.839		91495	73994	94264	71225

資料來源: 本文整理

圖5.2 台灣50指數VaR理論風險值與實際損益比較圖



資料來源：本文整理

台灣50指數成分股整體的損益分析如下：

1. 除了2001年美國911事件該段時間，而在其後約兩週又發生兩次的警示訊號，一次在9月19日到9月21日，另外一次在9月24日，顯示當市場不穩定狀態下，風險值模型或可提供自營部門持有部位的有效預警效果。
2. 另外，2002年5月6日當日台灣加權股價指數(5642.48點)位於2002年高檔區6484.93點(2002年04月22日)附近發出預警訊號，顯示本研究風險值模型可能具備警示意義。

第六章 結論與建議

6.1、結論

不論是學術界或業界相關學者專家都知道風險值 (Value at Risk) 在1993 年7 月由G30 提出的「衍生性金融商品 - 實務與原則」報告中出現後，開始廣為國外金融機構所接受，成為風險管理的工具之一；但目前在台灣，證券主管機關對於證券商的風險監管，雖然開始採用以資本適足性為基礎的風險預警制度，確實補足了過去以財務報表為基礎的風險預警制度，有過於靜態及資料具時間落差的缺點。而且以VaR為基礎的風險預警系統來看，可以快速反應出證券商在市場部位的風險程度。同時，雖然台灣早已有證券商採行風險值的概念，在內部自行管理自營的股票部位及認購權證部位的風險，但是並未為證券主管機關所認可。

由本研究的結果可以發現：

1. 利用風險值模型對自營商的股票部位風險控管具有有效性，也同時證實風險值模型的普遍價值。
2. 台灣50指數因成分股數較少且經過台灣證券交易所的第一層篩選，而具有容易操作與安全性，同時不須過於高階的電腦設備即可進行即時運算與監控，應有助於法人單位的使用。
3. 本模型在台灣50指數上的運用有七次的預警訊號，觀察其結果皆有相當不錯的警示功能。

6.2、研究限制

- 1、實際上證券商每之部位持有可能隨時變動，但本研究的處理方法是以固定方式將其部位做一長期的基本部位，以利風險值計算後之效益追蹤。
- 2、在可行的範圍內可利用大型電腦系統與設備計算更大部位與複雜的投資組合，以增加經濟效能。

6.3、研究建議

- 1、本研究將焦點放在證券商的自營股票部位，如同若干實證在資料取得上的許可情形下，未來的研究可以將其他自營部位，如債券、認購權證、個股選擇權等商品加入，其中牽涉可轉換公司債、衍生性金融商品的風險值探討，將會使得研究內容更加的完整。
- 2、一般建議認為風險值應用多年已有學術界的探討，除了應用在市場風險上，風險值研究的領域已延伸信用風險、流動性風險、營運風險的管理，故未來研究可朝向如何去監控證券商其他業務，如經紀 承銷、信用交易等，及如何以風險值模式代替傳統管理方式，作為證券商風險

預警系統的可行性及具體作法。

3、在可知的未來台灣金融市場將更具國際化與跨國競爭化，對此各證券或期貨公司自營部門在部位的風險控管上需要更多的專業人員，尤其是以期貨公司的立場，也就是在衍生性商品市場中更是如此，故培養相關人員更是各個期貨公司研究部門的重要課題，這也是本研究過程中所再次得到的重要心得。

4、本研究因台灣期貨交易所尚未推出台灣50指數期貨商品，故無法進行避險效益之研究，實為缺憾。建議後續研究者能夠將避險研究納入，以期使得本研究更加完備。

參考文獻

一、國內文獻

1. Philippe Jorion 原著，黃達榮譯，「經營管理系列 14：風險值—市場風險控管之新基準」，台灣金融研究院，民國九十年初版。
2. 王永慶，「參數型與半參數型極端涉險值模型之估計及其於壓力測試上之應用」，銘傳大學金融研究所碩士論文，民國九十年六月。
3. 宋文仁，「投資組合之關聯度分析與使用 Value-at-Risk 模型衡量其市場風險」，中原大學企業管理研究所碩士論文，民國 87 年 6 月。
4. 吳壽山、周賓凰、范懷文、鍾惠民，「財金計量」，雙葉出版社，民國九十年。
5. 李忠榮，李儀坤，林建甫，趙莊敏，盧陽正，「推動我國綜合證券商建立內部風險管理系統以控管市場風險及配置資產」，中華民國證券同業公會委外專案，民國九十一年四月。
6. 李進生，林允永，陳達新，蔣炤平，盧陽正，謝文良，「風險管理 - 風險值 (VaR) 理論與應用」，全華出版社，民國八十八年十一月。
7. 陳炎信，「考慮極端事件之 VaR 風險管理模式」，銘傳大學金融研究所碩士論文，民國 88 年 6 月。
8. 葉小蓁，「高等統計學」，新陸出版社，民國八十三年九月初版。

二、國外文獻

1. Bystrom, Hans NE, "Extreme Value Theory and Extreme Large Electricity Price Changes," working paper, December 2000
2. Dai, Bo, "Value at Risk," working paper, 2001
3. Danielsson, Jon, Casper G. de Vries, "Value-at-Risk and Extreme Returns," working paper, January 2000
4. Enders, Waltrt, "Applied Econometric Time Series," John Wiley & Sons, Inc., 1995
5. Gencay, Ramazan, Faruk Selcuk, Abdurrahman Ulugulyağcı, "High volatility, thick tails and extreme value theory in Value-at-Risk estimation," working paper, November 2001
6. Hamilton, James D., "Time Series Analysis," Princeton University Press, 1994

7. Kotz, Samuel, Saralees Nadarajah, "Extreme Value Distributions, Theory and Applications." , Imperial College Press, 2000
 8. Longin, F.M., "From Value at Risk to stress testing: The extreme value approach." , Journal of Banking & Finance 24, pp.1097-1130, 2000.
 9. Longin, F.M., "The Asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns." , Journal of Business 69(3), pp.383-408, 1996.
 10. Nachdiplomkurs, Risiko and Sicherheit, "Basic Statistic and Probability - an Instruction," Risk and Reliability in Civil Engineering, February 2001
 11. Vilasuso, Jon and David Katz, "Estimates of the Likelihood of Extreme Returns in international Stock Markets," Journal of Applied Statistics, Vol. 27, No. 1, p119-130, 2000
- 網路資源部分
1. All About Value at Risk (<http://www.gloriamundi.org/>)
 2. Econometrics at Illinois (<http://www.econ.uiuc.edu/>)
 3. Eric Weisstein's World of Mathematics
(<http://mathworld.wolfram.com/>)
 4. Mathtools.net The technical computing portal for all your scientific and engineering needs. (<http://www.mathtools.net/>)
 5. Matlab (<http://mathtools.top263.net/matlab.htm>)
 6. Regression
(<http://www.american.edu/academic.depts/cas/econ/gaussres/regress/regress.htm>)
 7. ResearchIndex [NEC Research Institute; CiteSeer; Computer Science] (<http://citeseer.nj.nec.com/cs>)
 8. StatLib Data, Software and News from the Statistics Community (<http://lib.stat.cmu.edu/>)
 9. Statistics Resources - Econometrics – Forecasting
(<http://www.xycoon.com/>)
 10. The New StatLib (<http://lib.stat.cmu.edu/>)