

台灣期貨與衍生性商品學刊

【第十二期】

中華民國一〇〇年六月

CNFA

中華民國期貨業商業同業公會

Chinese National Futures Association

<http://www.futures.org.tw>

索引

■ 學術研究論文

- ◆ 隨機模型下波動率的資訊內容：以臺灣為例 ————— 韓傳祥·張藝馨 1
游雅媚
- ◆ 應用Copula-GJR-GARCH模型於黃金與白銀期貨之避險 ————— 李沃牆·李莠苓 28
- ◆ 台灣50指數ETF上市對台指期貨訂價效率之影響 ————— 金鐵英·金鐵珊 66
金之中
- ◆ 多頭、空頭與盤整市場台股指數期貨 ————— 雷立芬·曾振楠 92
價格調整係數之比較



發行人: 糜以雍
 總編輯: 盧廷劼
 責任編輯: 莫璧君
 發行所: 中華民國期貨業商業同業公會
 地址: 台北市安和路一段27號12樓
 電話: (02) 8773-7303
 傳真: (02) 2772-8378
 網址: www.futures.org.tw
 電子信箱: belinda@futures.org.tw

※ 歡迎各界人士踴躍投稿 ※

隨機模型下波動率的資訊內容：以臺灣為例
Information Content of Volatility under Stochastic
Models: Taiwan Case

◆ 國立清華大學計量財務金融學系
Department of Quantitative Finance,
National Tsing-Hua University

● 韓傳祥 Chuan-Hsiang Han

◆ 國立清華大學計量財務金融學系
Department of Quantitative Finance,
National Tsing-Hua University

● 張藝馨 Yi-Hsin Chang

◆ 國立清華大學計量財務金融學系
Department of Quantitative Finance,
National Tsing-Hua University

● 游雅媚 Ya-Mei Yeo

摘要

本篇論文旨在提出一新的估計機制，稱之為兩階段 Monte Carlo 模型校準方法，以探索波動率在現貨市場（歷史機率測度）與選擇權市場（風險中立機率測度）之動態行為，並以一因子的隨機波動模型加以闡述。對臺灣加權指數所估計出的瞬時波動率可看出，高頻資料呈現日效應，且不同的高、中、低頻率資料呈現出不同典型的時間尺度。進一步以模型配適臺指選擇權的價格資料，波動率風險溢酬 (Volatility Risk Premium) 則可以被計算出來。這個溢酬度量了時間上當下與選擇權到期日中間風險的差異程度。從對 Heston 模型校準結果並與傳統的快速傅立葉轉換 (Fast Fourier Transform) 校準方法之比較，可驗證我們所提出之兩階段 Monte Carlo 校準法的有效性及一般性。最後我們應用此方法並且在一個

較廣義的一因子隨機波動模型上，驗證了一關於瞬時波動率平方（瞬時變異數）與 VIX 平方間的線性假說。

關鍵字：波動率，（修正後）傅立葉轉換方法，快速傅立葉轉換，模型校準，Monte Carlo 模擬

Abstract

This paper proposes a new methodology for volatility estimation, termed two-step Monte Carlo calibration method, in order to investigate the dynamic behavior of volatility in both the spot market under the historical probability measure and the derivative market under a risk neutral probability measure. The instantaneous volatility estimated from Taiwan Stock Exchange Capitalization Weighted Stock Index (TAIEX) demonstrates the daily effect arising from high-frequency data and three characteristic time scales from high, medium, and low data frequencies. Moreover, Taiwan index option prices are calibrated by our two-step Monte Carlo method, then the volatility premium can be calculated. This premium is eligible to measure the difference of risk between the current time and option maturity. In comparison with a conventional calibration method by the fast Fourier transform for Heston model, empirical calibration results show the effectiveness and generality of our proposed method. Lastly, we confirm a hypothesis depicting a linear relationship between the instantaneous volatility squared (instantaneous variance) and the VIX squared.

Key words: Volatility, (Corrected) Fourier Transform Method, Fast Fourier Transform, Model Calibration, Monte Carlo Simulation

壹、簡介

波動率，亦稱為波動度，在金融上被用來衡量一具風險性資產之“噪音”程度。在現貨市場 (Spot Market) 中，例如對權益型證券 (Equity Security) 來說，由於波動率與資產報酬在實證經驗上往往存在著強烈的負相關，或稱為槓桿效應 (Leverage Effect)，又由於波動率存在著某些均數迴歸 (Mean Reversion)、叢聚 (Cluster)、持續性 (Persistence) 等特質，實務上往往成為重要的估計量以提供給市場參與者進行交易行為。相對的，在衍生品市場 (Derivative Market) 中，由於選擇權市場的日益興盛，其訂價理論，如 Black-Scholes 選擇權訂價公式，的一重要參數已知為波動率。因此不論在現貨與選擇權市場或是在學術研究與實務交易上，波動率的重要性不言而喻。亦可見 Engle (2009) 討論波動率，甚而在多維度資產的相關性上，對選擇權訂價、避險、投資組合、風險管理等領域的應用。

由於波動率無法直接觀測得到，而在實務上又常常需要這個量，因此它的估計方法長期以來就是一個具關鍵地位的討論課題。尤其是當多維度資產，高頻率的交易資料，或具微結構噪音 (Microstructure Noise) (見 Bandi et al. (2008)) 等情況，「波動率矩陣 (Volatility Matrix)」(見 Malliavin and Mancino (2009)) 的估計更是充滿了許多的挑戰性。於是整合波動率 (Integrated Volatility)、實現波動率 (Realized Volatility)、瞬時波動率 (Instantaneous Volatility)、隱含波動率 (Implied Volatility)、波動率指數 (Volatility Index)、變異數交換 (Variance Swap)、波動率衍生品 (Volatility Derivative) 等詞彙 (見 Gatheral (2006), Hull (2008) 與 Zhang and Mykland (2005)) 一一被定義或發展出來以分別出波動率在現貨市場與衍生品市場中的許多樣貌，這些皆有助於投資人瞭解其意涵並加以應用。

現貨市場中能夠呈現關於波動率的最新訊息即是瞬間波動率；然而歷史波動率乃是將一段已過交易資料的報酬率加以平均，後者所反應的市場訊息有著不容小覷的偏誤¹。相對的衍生品市場中的波動風險溢酬則控制了隱含波動率曲線(或

¹事實上，Zhang et al. (2005) 證明了歷史波動率對整合波動率估計之偏誤會隨著資料頻率的增加而增加，在超高頻資料下甚至會發散。

曲面)的形狀,這個量前探了(Forward Looking)未來標的的資產風險。在過去,取得瞬時波動率與波動風險溢酬等這些訊息的技術尚有不少瓶頸。隨著近年來一些學術上的突破,例如 Malliavin and Mancino (2009),波動率的資訊結構及其內涵就很快速的被揭開了。在定價、避險、及風險管理上的應用可分別見 Fouque et al. (2000, 2008, 2009)、Han (2010b)、及 Han et al. (2010a);或見 Gatheral (2006)、Hull (2008)、和 Engle (2009) 中更廣泛的討論。

本篇論文的主旨在於提出一套機制,以分別估計出在現貨市場下(或稱之為在歷史機率測度(Historical Probability Measure)下)以及在衍生品市場下(或稱之為在一風險中立機率測度(Risk-Neutral Probability Measure)下)的波動率。藉由一隨機波動模型(Stochastic Volatility Model),我們將此兩市場(或等價的機率測度)中關於波動率的訊息,包括了瞬時波動率及波動風險溢酬,加以系統性的分析。最後透過驗證一個關於瞬時波動率平方(瞬時變異數)與 VIX 平方的線性假說(Linear Hypothesis),我們得以解釋 30 天臺指平均的整合波動率,即 Taiwan VIX, 的資訊內涵。

這套新的機制包括了以下兩個分析的步驟,稱之為兩階段 Monte Carlo 校準法(Two-Step Monte Carlo Calibration),以分別擷取現貨市場波動度的資訊及衍生品市場波動度的資訊。

步驟一、隨機波動率模型估計:給定現貨市場下(歷史機率測度)的一資產價格時間序列,使用 Han et al. (2010a, 2010b) 所發展出的修正後傅立葉轉換,結合最大概似估計法計算出一因子的隨機波動率模型參數。

步驟二、Monte Carlo 校準(Monte Carlo Calibration):給定上述資產在衍生品市場下(一風險中立機率測度)的選擇權價格,利用 Monte Carlo 模擬法中變異縮減(Variance Reduction)的技巧來提高 Monte Carlo 所計算出之選擇權價格的精準度,以便於進行模型校準。見 Fouque et al. (2009) 探討應用重要抽樣法(Importance Sampling), Martingale 控制變異法(Martingale Control Variate), 擬 Monte Carlo 法(Quasi Monte Carlo) 或其適當之結合,對隨機波動模型的選擇權價格估計進行變異縮減。

由於這套機制的運算速度很快，若透過及時監控波動率的動態，對高頻程式交易等應用可能會有相當的潛力。

在步驟一中，為驗證此兩階段 Monte Carlo 校準法，我們與傳統的快速傅立葉轉換（Fast Fourier Transform，簡稱 FFT）方法，見 Carr and Madan (1999)，做了比較。針對臺指選擇權價格所校準出之 Heston 模型，可以看出這兩種方法的誤差是差不多的。但我們所提出的兩階段方法卻具有很大的彈性，例如它可探討在歷史測度下波動度的動態行為，可對其它一因子隨機波動模型，如 log-Vasicek，在風險中立測度下進行校準，見本文第肆之二節，也可對美式選擇權價格的模型校準²進行更深入的探討，這些都非傳統 FFT 方法所能及。

值得注意的是，由於歷史與風險中立的兩個機率是等價的 Martingale 測度 (Equivalent Martingale Measure)，對隨機波動率過程來說一般假設僅有關於波動風險溢酬 (Volatility Risk Premium) 的部分會改變，因此我們可善用步驟一中已估出之部分參數（在測度轉換中假設不變），以降低在步驟二中所需估計之參數。在本文對一因子隨機波動模型的研究中，可從全部 5 個模型參數之估計分別在步驟一與步驟二中降低至 3 個與 2 個參數估計；也就是說，我們所提出之兩步驟校準方法有助於維度縮減 (Dimension Reduction) 以避免常見之維度詛咒 (Curse of Dimensionality) 的窘境。另由於臺指選擇權的最近月價格具高度流動性，在此僅針對這些價格進行模型校準，文獻上指出一因子的隨機波動模型已足夠捕捉該波動率的動態行為，見 Fouque et al. (2000)。

進一步針對以上所述之兩等價 Martingale 測度的討論上，我們進行了瞬時波動率以及波動率指數之間的假說測試。事實上在一因子隨機波動模型假設下，不難證明出瞬時波動率平方與 VIX 平方間會呈現線性關係，文獻上對 Heston 模型下的推導可見 Zhang and Zhu (2006)。雖然此線性關係理論上是知道的，由於瞬時波動率在以往甚難估計，文獻上尚無基本的實證檢驗，利用我們所提出兩階段 Monte Carlo 校準法恰可填補了此空缺，並在理論與實證上檢驗出此線性關係的存在性。

²美式選擇權的變異縮減法可見 Fouque and Han (2008)。

本篇論文的組織如下。第貳節介紹瞬時波動率的傅立葉轉換估計方法，描述臺灣加權指數 (TAIEX) 資料在不同採樣頻率下時間尺度的特徵，以及從選擇權訂價觀點下如何挑選出一波動率因子。第參節詳細介紹兩階段 Monte Carlo 模型校準法及對臺指選擇權價格校準的實證結果。第肆節將前述之兩階段 Monte Carlo 校準法與傳統的 FFT 方法做了比較。首先共同對 Heston 模型進行校準並做了誤差分析，後以 Monte Carlo 校準法對 log-Vasicek 模型進行校準，甚至得到比 Heston 模型更高的精準度。第伍節為一應用，我們確認了在兩等價的 Martingale 機率測度下，瞬時變異數與 VIX 平方的線性關係。最後進行總結和提出未來工作。

貳、瞬時波動率之估計與時間尺度

Malliavin and Mancino (2009) 首先提出一無母數 (Nonparametric) 的傅立葉轉換方法 (Fourier Transform Method)，對在連續時間下的半平堵 (Semi-Martingale) 過程估計瞬時波動率矩陣 (Instantaneous Volatility Matrix)。他們宣稱該方法適用於高頻率及高維度的時間數列分析。由於本篇論文僅討論單一資產，如 TAIEX，故僅介紹一維度傅立葉轉換方法的理論如下。亦可參考 Han et al. (2010a, 2010b) 之教學型的介紹。

令 u_t 為標的資產價格 S 在時間 t 的對數值，即 $u_t = \log(S_t)$ ，其遵循擴散過程：

$$du_t = \mu_t dt + \sigma_t dW_t,$$

其中 μ_t 為瞬時成長率，且 W_t 為一維標準布朗運動。瞬時對數報酬 du_t 在頻率為 k 的傅立葉係數可定義為

$$F(du)(k) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-ik) du_t.$$

定義 Φ 及 Ψ 兩個函數的波爾卷積 (Bohr Convolution Product) 如下：

$$(\Phi *_B \Psi)(k) \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{2N+1} \sum_{s=-N}^N \Phi(s) \Psi(k-s).$$

則 Malliavin and Mancino (2009) 證明出瞬時變異數的傅立葉係數如下：

$$\frac{1}{2\pi} F(\sigma^2)(k) = (F(du) *_B F(du))(k), \text{ for all } k \in \mathbb{Z}.$$

這個等式的收斂性是在機率中 (in Probability) 的意義下成立的。

實證文獻上，如 Reno (2008)，指出傅立葉轉換法在估計瞬時波動率時間數列的邊界表現不佳。Han et al. (2010a, 2010b, 2010c) 藉著標的資產報酬與其瞬時波動率之關係，改進了原始傅立葉轉換方法。他們發現運用此一修正後傅立葉轉換方法 (Corrected Fourier Transform Method) 所估計出之瞬時波動率，在對匯率與 S&P 500 指數的風險值 (Value at Risk) 估計，回溯測試 (Backtesting)，以及對臺指與 S&P 500 指數選擇權的避險效能上等，皆有很好的表現。以下本篇論文所估計出的瞬時波動率皆是使用該修正後傅立葉轉換方法。

一、隨機波動率模型 (Stochastic Volatility Model) 之參數估計

考慮一因子的隨機波動率模型如下，稱之為 log-Vasicek：

$$\begin{cases} dS_t = \mu S_t dt + \exp(Y_t/2) S_t dW_{1t}, \\ dY_t = \alpha(m - Y_t) dt + \beta dW_{2t}, \end{cases}$$

其中 S_t 為標的物價格過程， μ 為瞬時成長率， W_{1t} 與 W_{2t} 為可相關的兩個標準布朗運動。瞬時波動率過程 σ_t 定義為 $\exp(Y_t/2)$ ；在波動率過程 Y_t 中， m 為長期平均 (Long-Run Mean)， α 為均值迴歸率 (Mean-Reverting Rate)， β 是波動率的波動率 (Volatility of Volatility)， Y_t 假設服從一均值迴歸的 log-Vasicek 模型 (或稱之為 Ornstein-Uhlenbeck Process)。

先使用修正後傅立葉轉換法估計出瞬時波動率 $\hat{\sigma}_t$ ， $\hat{Y}_t = 2 \ln \hat{\sigma}_t$ 即為已知。接著我們可藉由離散該 log-Vasicek 模型並運用最大概似估計法 (Maximum

Likelihood Method) 計算出模型中的 (α, β, m) 三個參數。Han et al. (2010a) 詳細推導模型參數 (α, β, m) ，其結果節錄如下：

$$\begin{aligned}\hat{\alpha} &= \frac{1}{\Delta_t} \left[1 - \frac{\left(\sum_{t=2}^N \hat{Y}_t \right) \left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t \right) - (N-1) \left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t \hat{Y}_{t+1} \right)}{\left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t \right)^2 - (N-1) \left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t^2 \right)} \right], \\ \hat{\beta} &= \sqrt{\frac{1}{(N-1)\Delta_t} \sum_{t=1}^{N-1} \left[\hat{Y}_{t+1} - (\hat{\alpha} m \Delta_t + (1 - \hat{\alpha} \Delta_t) \hat{Y}_t) \right]^2}, \\ \hat{m} &= \frac{-1}{\hat{\alpha} \Delta_t} \left[\frac{\left(\sum_{t=2}^N \hat{Y}_t \right) \left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t^2 \right) - \left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t \right) \left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t \hat{Y}_{t+1} \right)}{\left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t \right)^2 - (N-1) \left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t^2 \right)} \right].\end{aligned}$$

若是隨機波動率服從 Heston 模型，也就是

$$\begin{cases} dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{Y_t} S_t dW_{1t}, \\ dY_t = \alpha(m - Y_t) dt + \beta \sqrt{Y_t} dW_{2t}, \end{cases} \quad (1)$$

則瞬時波動率過程 σ_t 就為 $\sqrt{Y_t}$ 。該模型參數 (α, β, m) 亦可由類似方法推導出：

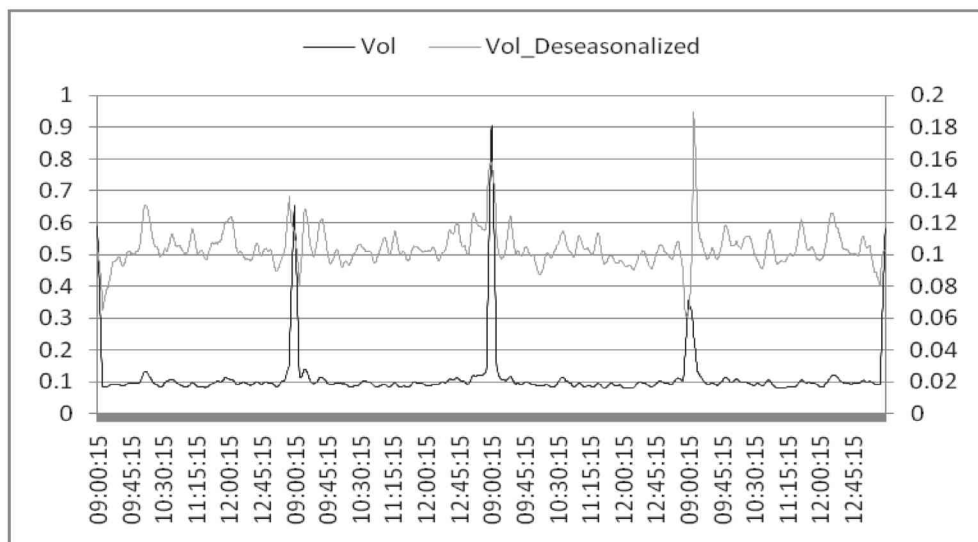
$$\begin{aligned}\hat{\alpha} &= \frac{1}{\Delta_t} \left[1 - \frac{(N-1) \left(\sum_{t=1}^{N-1} \frac{\hat{Y}_{t+1}}{\hat{Y}_t} \right) - \left(\sum_{t=1}^{N-1} \frac{1}{\hat{Y}_t} \right) \left(\sum_{t=2}^N \hat{Y}_t \right)}{(N-1)^2 - \left(\sum_{t=1}^{N-1} \frac{1}{\hat{Y}_t} \right) \left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t \right)} \right], \\ \hat{\beta} &= \sqrt{\frac{1}{(N-1)\Delta_t} \sum_{t=1}^{N-1} \left[\hat{Y}_{t+1} - (\hat{\alpha} m \Delta_t + (1 - \hat{\alpha} \Delta_t) \hat{Y}_t) \right]^2}, \\ \hat{m} &= \frac{-1}{\hat{\alpha} \Delta_t} \left[\frac{\left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t \right) \left(\sum_{t=1}^{N-1} \frac{\hat{Y}_{t+1}}{\hat{Y}_t} \right) - (N-1) \left(\sum_{t=2}^N \hat{Y}_t \right)}{(N-1)^2 - \left(\sum_{t=1}^{N-1} \frac{1}{\hat{Y}_t} \right) \left(\sum_{t=1}^{N-1} \hat{Y}_t \right)} \right]. \quad (2)\end{aligned}$$

二、TAIEX 波動率實證研究

本實證研究資料為臺灣發行量加權指數，下載之資料頻率為每15秒盤後交易指數、每日收盤交易指數以及每週收盤交易指數，其中高頻資料的期限為2011/01/03~2011/03/31，來源是臺灣證券交易所。我們將時間分成三種不同的頻率：(1) 每5分鐘為一時間單位，以每個交易日為一期，每一期將會有54筆資料；(2) 每天為一時間單位，以500個交易日（兩年）做為一期，每一期有500筆資料³；(3) 每週為一時間單位，以520週（十年）做為一期，每一期有520筆資料⁴。在給定這三種資料採樣的頻率之下，我們預期將會估計出伴隨三種不同時間尺度的瞬時波動率。

1. 高頻臺指波動率的日效應：

一天之內的高頻波動率通常會呈現週期性，稱之為日效應 (Daily Effect)；意即在開盤和收盤階段波動率會比其他時段較高，整個波動率曲線會呈現中間下凹的 U 形狀 (U Shape)。圖一為2011年2月10日至2011年2月15日，每交易日以15秒為一單位的瞬時波動率（標示為 Vol）。不難發現在每天的開收盤，波動率皆有異常飆高現象。此日效應與文獻所記錄的現象相符，如 S&P 500 指數的高頻資料，見 Fouque et al. (2000)。



圖一：2011/02/10 ~ 2011/02/15 每15秒 TAIEX 的瞬時波動率

³在此我們的資料使用的資料期間為 2009/01/08 ~ 2011/03/31。

⁴在此我們的資料使用的資料期間為 2000/12/30 ~ 2011/03/31。

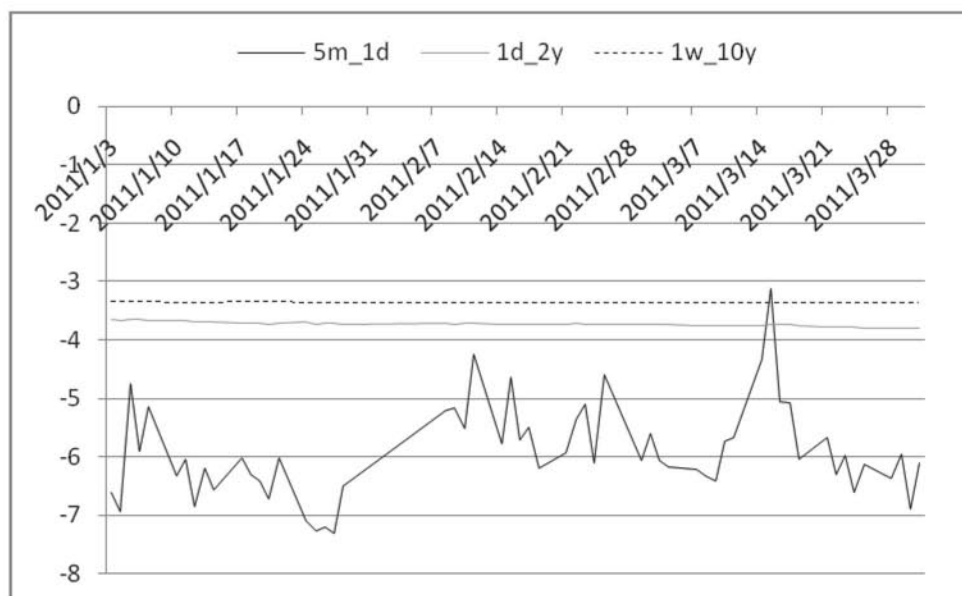
為了更精確的比較在不同時間尺度下的波動率，我們根據 Wild and Seber (1999) 的去季節(Deseasonalized) 效應法，將日內高頻波動率的季節效應去除，如圖一標示為 Vol_Deasonalized 之線。

2. 波動率模型參數在不同抽樣頻率下的表現：

利用上述修正後傅立葉轉換以及對5分鐘抽樣資料去除日效應等方法，我們對 2011/01/03~2011/03/31 的 TAIEX 資料期間，估計出在三種不同抽樣頻率下的瞬時波動率，並得到在 log-Vasicek 模型下三組不同的波動率模型參數 (α, β, m) 。

2.1 長期平均⁵： m

在此我們呈現 2011/01/03~2011/03/31 在三種不同抽樣頻率下波動率模型中的長期平均 (m) 的圖形，如圖二。



圖二：2011/01/03~2011/03/31 波動率模型的長期平均 (m)

從圖二中不難發現，在日內高頻率下的波動率，較能確實反映出現在的市場資訊，隨著頻率的降低，很多市場資訊都會被過去的資料給平均掉。其中以10年週

⁵注意到此處的長期平均 m 是隨機波動模型中的一個參數，並非指價格波動率的長期平均。後者可大致由 $e^{m/2}$ （在 log-Vasicek 模型下）作為逼近。

資料（標示為1w_10y）的平均效果最為明顯，該線幾乎為一條直線，顯示了長時間臺指波動率的固定風險。可從最高頻資料的波動率長期平均（標示為5m_1d）中發現整個趨勢有兩大起伏點。2011年為農曆新年，股市於1月28日封關、2月8日重新開市，從圖二可觀察到農曆新年前後，市場波動率有截然不同的看法。過年前大家對於市場看好，預期過完年後會開紅盤，整個市場波動率較低，市場呈現一片多頭。但在過完年後，外資大量賣超，從波動率的上升趨勢可看出市場的風險上升，因此過年後開盤那一個星期大盤跌將近500點，市場低迷一陣子。而第二個市場波動率驟升的時間點為2011年3月14日後，由於日本3月11日發生大地震，但發生時間點臺灣股市已收盤，因此並未影響3月11日的大盤指數。不過3月14日星期一開盤之後，大家對於日本地震所造成的後續不利影響，就慢慢反映在大盤指數上，甚至在3月15日當天大盤就跌了將近300點。日本地震過後，市場波動率急遽上升，我們也可以輕易地從高頻波動率長期平均中觀察得到。

2.2 均值迴歸率及波動率的波動率： α 、 β

除了長期平均外，我們也可以從參數 α 、 β 上觀察到波動率的存在著不同時間尺度。表一記錄了資料期間 2011/01/03~2011/03/31 中三種不同時間頻率下的參數估計的平均值及標準差。

表一：2011/01/03~2011/03/31 三種不同時間頻率下的參數估計平均值及標準差

	α	(α_std)	β	(β_std)
5m_1d	11661.39	(2681.39)	114.83	(14.70)
1d_2y	23.81	(2.08)	6.29	(0.27)
1w_10y	2.62	(0.17)	2.18	(0.07)

從表一可以觀察到隨著時間頻率的增高，波動率的均值迴歸率 α 和波動率的波動率 β 也會跟著變大。可見波動率的不單單只存在一個時間尺度，它是由許多不同時間尺度的因子所組合而成。高頻資料的資訊會被包含在低頻資料的訊息中，但如果我們使用低頻資料來估計波動率，我們就只能捕捉到低頻時間尺度之下的波動率，因為高頻率資料的訊息往往會被平均掉。

除此之外，亦可觀察到高頻率下波動率的另一個特色為 $\alpha \propto \beta^2$ 。這也符合 Fouque et al. (2000) 所提出的 Fast Mean-Reverting Stochastic Volatility Model：

$$\begin{cases} dS_t = \mu S_t dt + f(Y_t) S_t dW_{1t}, \\ dY_t = \frac{1}{\varepsilon} (m - Y_t) dt + \frac{\sqrt{2}\nu}{\sqrt{\varepsilon}} dW_{2t}, \end{cases}$$

其中， $\alpha = \frac{1}{\varepsilon}, \beta = \frac{\sqrt{2}\nu}{\sqrt{\varepsilon}}$ 。在此假設下， Y_t 過程的不變分配函數 (Invariant Distribution) 為一正態分布，其均值為 m ，變異數為 ν^2 。這個事實對於第三節所描述之 Martingale 控制變異之方法的建構及分析具有關鍵的地位，見 Fouque et al. (2007, 2008, 2009) 的詳細討論。

三、瞬時波動率時間尺度之選擇：從選擇權訂價的觀點

如上節之實證分析所述：波動度在不同的資料頻率下呈現了不同典型的時間尺度。LeBaron (2001) 提出一個多時間尺度的三因子隨機波動模型，並對美國道瓊工業指數 (Dow Jones Industrial Index) 長達 102 年的日資料進行分析。他們發現此多時間尺度的因子模型對於資料之厚尾 (Fat Tail) 及長記憶性 (Long Memory) 的解釋上具有顯著性。

然而多時間尺度隨機波動模型的估計方法至今仍是一非常具有挑戰性的計量問題。見 Molina et al. (2010) 利用 Markov Chain Monte Carlo (MCMC) 的估計方法及其文獻回顧。另多時間尺度的假設會引起在多因子隨機波動模型下選擇權價格的校準問題。也就是說，在此模型之下許多參數會因在一風險中立之機率測度下產生作為波動率溢酬 (Volatility Premium)，因而增加了統計上估計的困難度。若先撇棄對多時間尺度並多因子波動率的全模型校準 (Full Model Calibration) 的複雜問題，僅僅考慮一因子隨機波動模型，如著名的 Heston 模型，我們則可以問哪一個波動度的時間尺度，亦即哪一個因子，對選擇權的評價最為重要。

從影響選擇權的價格來說，Fouque et al. (2003) 已從漸進分析的角度證明

出：具有極端時間尺度的波動率因子，對選擇權價格的改變是很小的。他們利用了正則及奇異的擾動方法 (Regular/Singular Perturbation Methods) 推導出 Black-Scholes 模型在受到一大時間尺度及一小時間尺度的兩個波動率因子的擾動下，其選擇權價格對 Black-Scholes 公式值的誤差分析。上述之擾動理論給我們最重要的啟示為：在面對眾多隨機時間尺度時，這兩種極端的隨機波動尺度對選擇權價格，原則上，可視為影響較小的時間尺度。

另一個互補的角度是從 Heston 模型 (Heston (1993)) 出發，此模型是典型的一因子隨機波動模型。吾人可以利用 Heston 模型所得到模型校準的結果來作為時間尺度選擇的依據。一般文獻上指出此一因子波動度的時間約為數量尺度 10 ($O(10)$)。見 Heston et al. (2007) 與 Cherubini et al. (2010) 分別對美國 S&P 500 指數選擇權與德國指數選擇權進行模型校準。我們將此時間尺度的實證結果留到第肆節，並與運用快速傅立葉轉換 (FFT) 校準 Heston 模型的結果一起進行系統性的比較。

參、Monte Carlo 對選擇權價格之模型校準

本節結合修正後傅立葉轉換方法與 Monte Carlo 模擬法，發展一個兩階段方法，針對臺指選擇權市場進行模型校準。此兩階段 Monte Carlo 校準方法主要的好處在於能夠減少模型中所需校準的參數，在有限的樣本中更有效率及準確的校準模型參數。

一、兩階段 Monte Carlo 模型校準法 (Two-Step Monte Carlo Calibration Method; 簡稱 MCC)

為了使讀者更清楚的了解此兩階段方法，我們以一個常見的隨機波動率模型 Heston 來具體說明如下：

1. 第一階段：波動率模型在歷史機率測度下的參數估計

$$\begin{aligned} dS_t &= \mu S_t dt + \sqrt{Y_t} S_t dW_{1t}, \\ dY_t &= \alpha(m - Y_t)dt + \beta \sqrt{Y_t} dW_{2t}, \end{aligned}$$

其中標準布朗運動 W_{1t} 與 W_{2t} 之間的二次變異 (Quadratic Variation) 為 ρt 。在 Heston 模型的架構下，模型參數有 (α, m, β, ρ) 四個。如貳、二節所述，我們首先利用標的物的現貨價格資料，經由修正後的傅立葉方法估計波動率序列，接著利用此波動率序列，使用最大概似估計法，如第 (2) 式所示，可估得在歷史機率測度下的三個模型參數 (α, β, m) 。

2. 第二階段：波動率模型在一風險中立機率測度下的參數估計

假設歷史機率測度轉換至一風險中立測度時，模型參數 (α, β) 維持不變。在此基礎上利用選擇權資料，我們發展出使用 Monte Carlo 模擬進行第二個階段的模型校準。在一風險中立機率測度下，藉著解式 (3) 中的最佳化問題，即最小化模型價格與市場真實報價的相對誤差 (Relative Price Mean Square Error)，來校準剩下的兩個模型參數 (m^*, ρ) ：

$$\min_{m^*, \rho} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{\text{Price}_{\text{Model}}^{(i)}(T, K_i, m^*, \rho) - \text{Price}_{\text{Market}}^{(i)}(T, K_i)}{\text{Price}_{\text{Market}}^{(i)}(T, K_i)} \right]^2, \quad (3)$$

其中 N 為執行價的個數， $\text{Price}_{\text{Model}}(T, K_i, m^*, \rho)$ 指的是在第 i 個執行價在到期日為 T 時，經由兩階段方法配合模型參數所計算出的價格； $\text{Price}_{\text{Market}}(T, K_i)$ 指的是市場上第 i 個執行價在到期日為 T 時的真實報價。

注意到隨機波動率模型中的長期平均 m 在風險中立下被表示成為 m^* ，這是由於等價 Martingale 測度轉換時會產生的波動風險溢酬，在此定義為 $m^* - m$ ，其意義為波動率現在以及未來風險的差異程度，而選擇權的市場價格會決定這個量，以反映未來風險的大小。利用前述之兩階段 Monte Carlo 校準法吾人可有效的估計波動風險溢酬。

為了改善基本 Monte Carlo 法的精準度，我們引進了 Fouque and Han (2007) 提出的 Martingale 控制變異法，此類方法之最大優點是幾乎適用於各類選擇權商品契約，並以建構方式選擇控制異數，使選擇權價格（不偏）估計量的變異數得以減少。以下以一個歐式選擇權來說明 Martingale 控制變異法。

在一風險中立的機率空間 $(\Omega, F, (F_t)_{0 \leq t \leq T}, P^*)$ 中，歐式選擇權的價格可以表示為

$$P(t, S_t) = E^* \left[e^{-r(T-t)} H(S_T) \mid F_t \right],$$

該 $H(\cdot)$ 記為一報酬 (Payoff) 函數，例如 $H(S_T) = \max[S_T - K, 0]$ 為買權函數， K 為該契約的執行價， r 為無風險利率， t 為現在的時間點， T 為到期日。根據隨機財務理論，如果標的物資產價格 S_t 服從幾何布朗運動

$$dS_t = rS_t dt + \sigma S_t dW_t^*,$$

則可存在一個完美的避險投資組合來複製其折現後選擇權報酬。以 $t=0$ 為例，我們可以得到下面無套利關係的等式：

$$P(0, S_0) + M(P; T) = e^{-rT} H(S_T), \quad (4)$$

其中的隨機積分

$$M(P; t) = \int_0^t e^{-rs} \frac{\partial P}{\partial S}(s, S_s) \sigma S_s dW_s^*, \quad (5)$$

為一 Martingale 過程。更甚者，若波動率服從一個隨機過程（即在不完全市場 (Incomplete Market) 的假設下），第 (5) 式在 T 時間下可改寫為

$$M(P; T) = \int_0^T e^{-rs} \frac{\partial P}{\partial S}(s, S_s) \sigma_s S_s dW_s^*, \quad (6)$$

注意到 σ 與 σ_s 在式 (5) 與 (6) 中的不同。它意味著當波動率會隨著時間而

變動時，避險投資組合 (Hedging Portfolio) 在建構時亦要隨著波動率而變動。雖然第 (4) 式的恆等關係不再成立，由於 Martingale 的公平性質，我們仍然可得到

$$P(0, S_0) = E[e^{-rT} H(S_T) - M(P; T)].$$

根據第 (4) 式及第 (6) 式，Monte Carlo 估計歐式選擇權價格可被建構為

$$\hat{P}(0, S_0) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [e^{-rT} H(S_T^{(i)}) - M^{(i)}(P_{BS}; T)],$$

該 P_{BS} 乃是一使用一有效波動率 (Effective Volatility) Black-Scholes 歐式選擇權價格。藉著引入 Martingale 控制變數法，可以有效的增加基本 Monte Carlo 法估計的精準度。見 Fouque and Han (2007) 對此控制變數 $e^{-rT} H(S_T^{(i)}) - M^{(i)}(P_{BS}; T)$ 之變異數的漸近分析，與對其它選擇權（如障礙、美式）的數值模擬結果。

為了更簡潔清晰的了解此兩階段方法的做法，我們將整個程序概述如下：

1. 在歷史機率測度下，估計模型的參數 (α, β, m) 。此步驟包含兩個部份：
 - 甲、先利用修正後的傅立葉方法，估計出波動率數列。
 - 乙、後使用第貳、一節的估計式估出這些模型參數。
2. 在風險中立的機率測度下，假設模型參數 (α, β) 不變，估計模型參數 (m^*, ρ) 。此步驟亦包含兩個部份：
 - 甲、利用 Martingale 控制變異法進行 Monte Carlo 校準，依選定的隨機波動率模型計算選擇權價格。
 - 乙、藉由解一最佳化問題

$$\min_{m^*, \rho} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{\text{Price}_{\text{Model}}^{(i)}(T, K_i, m^*, \rho) - \text{Price}_{\text{Market}}^{(i)}(T, K_i)}{\text{Price}_{\text{Market}}^{(i)}(T, K_i)} \right]^2,$$

計算出這些模型參數 (m^*, ρ) 。

二、實證結果

接著我們使用這個兩階段校準方法，在 Heston 模型架構下，對臺指選擇權價格進行實證分析，觀察經由此兩階段方法所校準的模型對於真實資料的配適情況。資料處理方面，我們蒐集 2010/01/20 的臺灣指數選擇權的買權，將選擇權價性 (Moneyness) 在 0.9~1.1 之外的資料以及無法計算出隱含波動率的資料，予以刪除。無風險利率我們選用臺銀公告三個月定存利率。

表二為我們採用 2010/01/20 前 500 天的臺灣大盤指數，經由第一階段使用修正後的傅立葉方法，在歷史機率測度下估計出的模型參數。

表二：歷史機率測度下估計的模型參數

α	β	m
11.0198	0.5434	0.0815

表三：風險中立測度下估計的模型參數、價格誤差及隱含波動率誤差

m^*	ρ	MSE_RPrice	MSE_ImpVol
0.0292	-0.7617	1.17E-02	1.03E-05

表三中的 (m^*, ρ) 為經由第二階段在一風險中立機率測度下估計出的參數，MSE_RPrice 為在第二階段校準中，模型價格與市場真實報價的相對誤差。由於人們習慣用隱含波動率 (Implied Volatility) 的誤差來衡量模型校準的結果，因此我們利用經此兩階段 Monte Carlo 校準法所調校過的模型參數 $(\alpha, \beta, m^*, \rho)$ ，計算由模型估計出的價格的隱含波動率與真實報價的隱含波動率兩者間的誤差 (MSE_ImpVol) 來進一步觀察此兩階段 Monte Carlo 校準法對隱含波動率的配適程度。我們採用的資料經處理後內含到期日為 2010/01/22，共 9 個不同執行價的買權。由表三中可以看出，此兩階段 Monte Carlo 校準法對隱含波動率配適的誤差可以達到 1.03E-05 的水準。圖三是將經由這 Monte Carlo 法校準過的模型參數 $(\alpha, \beta, m^*, \rho)$ ，對臺指選擇權買權的隱含波動率進行配適的結果，我們可以看出由兩階段方法得到的隱含波動率幾乎與真實的隱含

波動率重合。為了衡量此一方法是否會為了增進模型校準的效率性而犧牲了精準度，我們在下一小節將會比較此兩階段 Monte Carlo 校準法與廣為人知的快速傅立葉方法對隱含波動率的配適結果。



圖三：兩階段 Monte Carlo 校準法在 Heston 模型下對隱含波動率的配適結果

肆、與傳統快速傅立葉方法比較

為驗證上一節所介紹的兩階段 Monte Carlo 校準方法，我們與傳統的 FFT Heston 模型校準方法做比較。值得注意的是，FFT 方法僅侷限於開根號過程 (Squared Root Process) 之下，而我們的兩階段 Monte Carlo 則對一因子的隨機波動模型具有一般性。

利用傅立葉轉換方法 (Fourier Transform Method) 評價選擇權的做法如下。令 $C_T(k)$ 為一歐式買權，到期日為 T 、履約價格為 $\exp(k)$ 、標的物價格為 S_0 。在一風險中立的機率測度下， $\log(S_T)$ 的傅立葉轉換記為 $\phi_T(u) = E[\exp(iu \log(S_T))]$ 。吾人欲得出 $C_T(k)$ 的傅立葉轉換，然而這要先乘上一「阻尼參數」(Damping Parameter) 定義出當 $\alpha > 0$ ，

$$C_T(k) = \exp(\alpha k) C_T(k).$$

原因是歐式買權的價格 $C_T(k)$ 在左尾 ($k \rightarrow -\infty$) 的極限值不是 0，而導致了 $C_T(k)$ 不是絕對可積函數；乘上了阻尼參數後的 $C_T(k)$ 則無此缺陷，它的傅立葉轉換記為

$$\Psi_T(v) = \int_R e^{ivk} C_T(k) dk.$$

不難推導出

$$\Psi_T(v) = \frac{e^{-rT} \phi_T(v - (\alpha + 1)i)}{\alpha^2 + \alpha - v^2 + i(2\alpha + 1)v}, \quad (7)$$

而後取反傅立葉轉換得到

$$\begin{aligned} C_T(k) &= e^{-\alpha k} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_T(v) e^{ivk} dv \\ &= e^{-\alpha k} \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Re} al(\Psi_T(v) e^{ivk}) dv. \end{aligned} \quad (8)$$

最後之等式可由選擇權價格是實數的必然性導出。關於積分式 (8) 的計算方式，可以運用快速傅立葉轉換 (Fast Fourier Transform) 以 $N \log N$ 的計算量很有效率的求出。這部分的理論推導及相關應用可見 Carr and Madan (1999) 與 Cherubini et al. (2010)。

在給定方程式 (1) 所定義之 Heston 模型下，吾人可求出

$$\phi_T(u) = \frac{\exp\left(\frac{\kappa\theta T(\kappa - i\rho\sigma u)}{\sigma^2} + iuTr + iux_0\right)}{\left(\cosh\frac{\gamma T}{2} + \frac{\kappa - i\rho\sigma u}{\gamma} \sinh\frac{\gamma T}{2}\right)^{\frac{2\kappa\theta}{\sigma^2}}} * \exp\left(-\frac{(u^2 + iu)v_0}{\gamma \cosh\frac{\gamma T}{2} + \kappa - i\rho\sigma u}\right).$$

進一步運用第 (8) 式及 FFT 的轉換後，就可以算出歐式買權在 Heston 模型下的價格。另關於 Merton 的 Jump-Diffusion 模型、Bates 模型、VG 模型、CGMY 模型等皆可由此傅立葉轉換方法求得選擇權價格，見 Cherubini et al. (2010)。

二、兩階段方法 Monte Carlo 模型校準法與快速傅立葉方法之比較

由於快速傅立葉方法在 Heston 模型的架構下有封閉解，其估計結果的精準度已廣為人知。我們將上一章所介紹的兩階段 Monte Carlo 校準法與快速傅立葉方法，在 Heston 模型架構下，分別對 2010/01/20 臺指選擇權的買權價格進行模型校準。表四列舉出此兩種方法個別的模型參數估計的結果、價格誤差及隱含波動率誤差。

表四：兩階段 Monte Carlo 校準法與快速傅立葉方法的估計參數、價格誤差及隱含波動率誤差

	α	β	m	m*	ρ	MSE_RPrice	MSE_ImpVol
MCC-Heston	11.01982	0.54336	0.08146	0.0292	-0.7617	1.17E-02	1.03E-05
FFT-Heston	78.7209	0.2054	NA ⁶	0.0053	-0.0954	4.30E-03	1.56E-05

圖四為快速傅立葉方法及兩階段 Monte Carlo 校準法對真實隱含波動率配適結果。由圖表可知，此兩階段 Monte Carlo 校準法對隱含波動率的配適誤差與快速傅立葉方法屬於同一個數量尺度，這表示此兩階段 Monte Carlo 校準法在提升模型校準效率的前提之下，仍保有一定的準確度。更甚之，利用此兩階段 Monte Carlo 校準方法比快速傅立葉方法來的有彈性。快速傅立葉方法只有在風險中立測度下且在 Heston 模型的架構下才有封閉解，因此在歷史測度下波動率模型的長期平均 m 就無法估計，且其它一因子的模型也幾乎不能估計。相對的，我們所提出來的兩階段 Monte Carlo 校準方法，除了可以廣泛的應用在其它隨機波動率模型上，例如：log-Vasicek 模型，也適用於除了歐式選擇權外的其它選擇權，例如美式選擇權、亞式選擇權，等等。

⁶ NA 表示無法以 FFT 測量

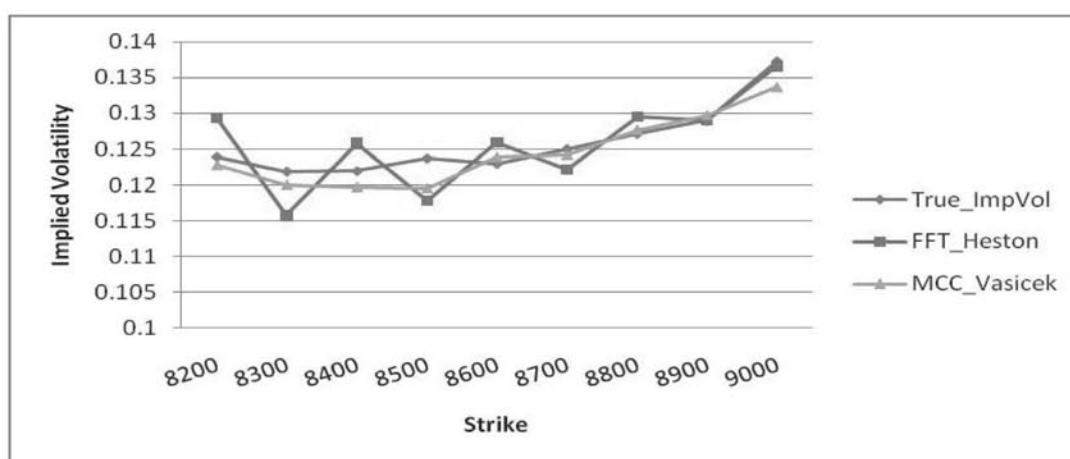


圖四：快速傅立葉方法與兩階段 Monte Carlo 方法對隱含波動率配適的比較

以下我們利用 2010/01/20 的臺指選擇權，在 log-Vasicek 模型的架構下使用此兩階段 Monte Carlo 校準方法，與快速傅立葉方法比較對模型參數校準的效果。由表五可以看出，在隱含波動率的配適上，使用兩階段 Monte Carlo 校準法搭配 log-Vasicek 模型優於快速傅立葉方法搭配 Heston 模型。圖五表示由校準後的參數所得之隱含波動率與真實隱含波動率的比較情形。

表五：兩階段 Monte Carlo 校準法搭配 log-Vasicek 與快速傅立葉搭配 Heston 的估計參數、價格誤差及隱含波動率誤差

	α	β	m	m*	ρ	MSE_RPrice	MSE_ImpVol
MCC _Log-Vasicek	14.6054	5.0603	-2.9376	-4.4594	-0.1205	5.86E-04	4.78E-06
FFT_Heston	78.7209	0.2054	NA	0.0053	-0.0954	4.30E-03	1.56E-05



圖五：兩階段 Monte Carlo 校準法搭配 log-Vasicek 與快速傅立葉方法搭配 Heston 對隱含波動率配適的比較

伍、瞬時波動率與波動率指數 (VIX)

如前述，兩階段 Monte Carlo 校準法可以全面性的對一因子隨機波動率的模型參數，分別在歷史機率測度與風險中立機率測度下進行估計。波動率風險溢酬是此校準法下的一個副產品，它的詳細分析及應用留待後續的研究。不過基於對波動率在此兩個等價 Martingale 測度下之表現的興趣，我們挑選了以瞬時波動率來解釋 VIX 的資訊內涵做為本篇校準法的一個實證應用。

VIX (Volatility Index) 即波動率指數，是由美國芝加哥選擇權交易所 (CBOE) 所編制，見 Hull (2008)。它是由 S&P 500 指數之價外選擇權，依據其履約價給定不同的權重，所定義出來的指數，用來衡量 S&P 500 股票市場的風險程度。因此，VIX 通常也稱為恐懼指數。VIX 平方 (VIX^2) 等同於30個交易日的變異交換率 (Variance Swap Rate)，其可由許多選擇權的組合所複製出來。近來與 VIX 有關的金融商品包括 VIX 期貨與 VIX 選擇權等，見 Luo and Zhang (2010)，其交易日漸熱絡。

Zhang and Zhu (2006) 證明出 VIX^2 與瞬時變異數（瞬時波動率的平方）在 Heston 模型下存在著線性關係。假設在風險中立測度下瞬時變異數 V_s 遵循以下的開根號過程：

$$dV_s = [\alpha m - (\alpha + \lambda)V_s]dt + \beta\sqrt{V_s}dW_s,$$

其中， m 定義為長期平均， α 為均值迴歸率， β 為變異數的變異數， W_s 為標準布朗運動， λ 則是測度轉換下的波動率風險溢酬。藉由對上式取期望值可得出

$$dE_t[V_s] = \alpha m - (\alpha + \lambda)E_t[V_s], \quad (9)$$

其中 $t \geq s$ 。解此微分方程式即不難得出

$$E_t[V_s] = \frac{\alpha m}{\alpha + \lambda} + \left(V_t - \frac{\alpha m}{\alpha + \lambda} \right) e^{-(\alpha + \lambda)(s-t)}.$$

此處條件期望值 $E_t[\cdot]$ 之計算是在時間 t 的資訊下給定一風險中立的機率測度。如上述 VIX^2 定義為變異交換率，我們可以用下列式子來評價之：

$$\begin{aligned} VIX_t^2 &= E_t \left[\frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} V_s ds \right] \\ &= \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} E_t(V_s) ds, \end{aligned}$$

τ_0 定義為 $\frac{30}{365}$ 。綜合以上，可以推得 VIX^2 與瞬時變異數 V_t 在 Heston 模型下的線性關係：

$$VIX_t^2 = A + BV_t, \quad (10)$$

其中 $A = \frac{\alpha m}{\alpha + \lambda} \left[1 - \frac{1 - e^{-(\alpha + \lambda)\tau_0}}{(\alpha + \lambda)\tau_0} \right]$, $B = \frac{1 - e^{-(\alpha + \lambda)\tau_0}}{(\alpha + \lambda)\tau_0}$ 皆為常數。

以下的實證結果是建立在 VIX 與瞬時變異數的線性假說，如式 (10) 所述。利用無母數(修正後)傅立葉轉換方法估計出瞬時變異數，並驗證其與 VIX^2 的線性關係。實證資料為 2006/12/01~2011/04/25 臺灣發行量加權指數每日收盤價和其相對應台灣 VIX (新制，五個日曆換月)，其來源為台灣經濟新報資料庫。運用修正後傅立葉轉換先得到臺灣發行量加權指數的瞬時變異數，之後我們將使用 General Linear Test Approach，見 Kutner et al. (2005)，來檢驗 VIX^2 與瞬時變異數 V^2 是否真的存在線性關係。

圖六標示出瞬時變異數、運用 30 個交易日計算出的已實現變異數和臺指選擇權 VIX^2 的折線圖。接著利用上述的 General Linear Test Approach 來檢驗此兩者是否真的具有線性關係。

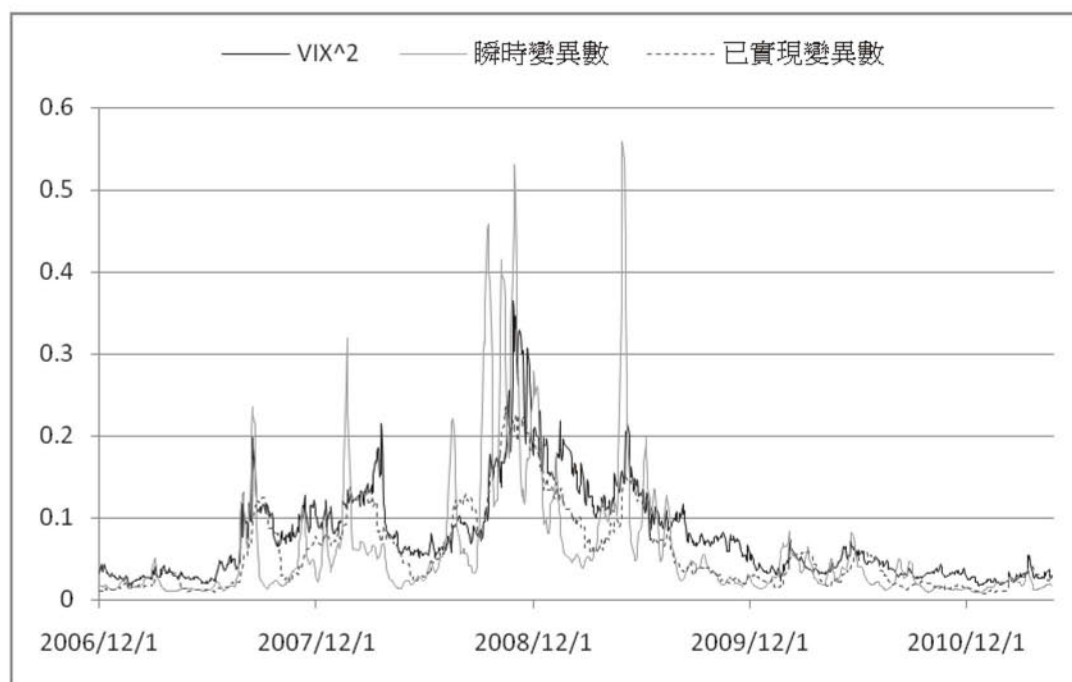
在此我們的假設為 $\begin{cases} H_0: \beta_1 = 0, \\ H_1: \beta_1 \neq 0. \end{cases}$ ，而在對立假設下模型為 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$,

我們可藉由最小平方方法得到此模型的誤差平方和（以 $SSE(F)$ 表示），可知 $SSE(F)$ 是一自由度為 $(n-2)$ （以 df_F 表示）卡方分配。相對地，在虛無假設下模型為 $Y_i = \beta_0 + \varepsilon_i$ ，也可同上得到在此模型下的誤差平方和（以 $SSE(R)$

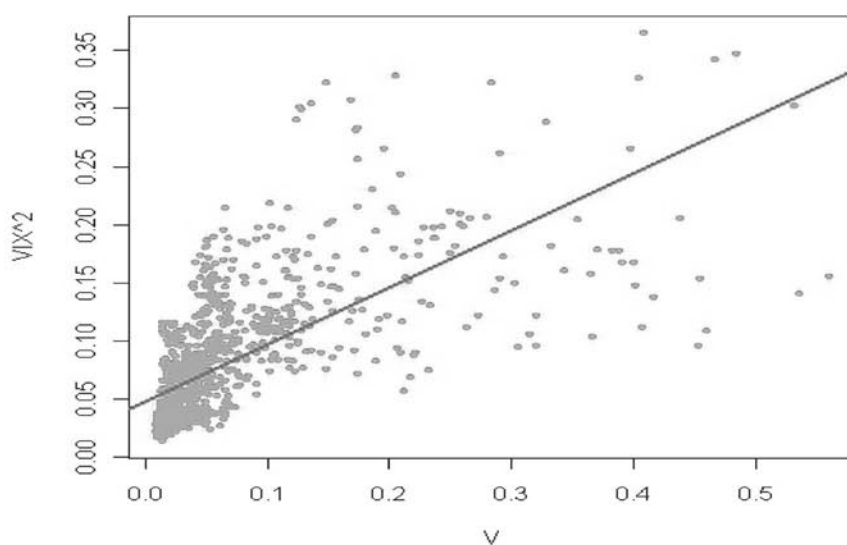
表示），其為一自由度為 $(n-1)$ （以 df_R 表示）卡方分配。F 統計量定義為

$$F^* = \frac{\frac{SSE(R) - SSE(F)}{df_R - df_F}}{\frac{SSE(F)}{df_F}} \sim F(1 - \alpha, df_R - df_F, df_F) \text{，其中 } (1 - \alpha) \text{ 為信心水準。}$$

給定資料量 $n = 1091$ ，我們根據最小平方方法所得最適配置顯示在圖七當中。



圖六：2006/12/01~2011/04/25 瞬時變異數、已實現變異數和臺指選擇權 VIX^2 的折線圖



圖七：2006/12/01~2011/04/25 瞬時變異數和臺指選擇權 VIX^2 的線性最適配置圖

且其線性關係為 $VIX^2 = 0.047652 + 0.491140 V$ 。在 99% 的信心水準下，我們得到非常顯著的 F 統計量如下：

$$F^* = 964.88 > F(0.99, 1, 1089) = 6.658214,$$

所以無法拒絕瞬時變異數和臺灣 VIX^2 的線性關係。

陸、結論與未來工作

在兩個等價的 Martingale 機率測度下（也就是分別在標的物現貨與選擇權市場），TAIEX 波動率的動態行為可由本文所提出之兩階段 Monte Carlo 模型校準法加以解釋。此校準法比起傳統的快速傅立葉轉換 (FFT) 在模型使用上更有彈性且應用層面更廣，包含了不同抽樣頻率下波動率的分析，Heston 與 log-Vasicek 等模型參數估計等。另我們對瞬時變異數與 VIX 平方線性假說的確認也是第一次出現在文獻上。在未來我們除了推展現有的研究方法到波動率風險溢酬的分析外，另將在美國 S&P 500 指數選擇權價格上，對更廣義的隨機波動模型進行校準，對某些美式選擇權價格的模型校準，以及跨金融市場，如股票市場與信用市場 (Credit Market)，的共同模型校準 (Joint Model Calibration) 等相關課題進行研究，以深入探索波動率或波動率矩陣的資訊內涵。

參考文獻

- [1] Bandi, F.M. and Russell J.R. (2008). "Microstructure Noise, Realized Variance, and Optimal Sampling," *The Review of Economic Studies Limited*, 75, 339-369.
- [2] Carr, P. and Madan, D. (1999). "Option Valuation Using the Fast Fourier Transform," *Journal of Computational Finance*.
- [3] Cherubini, U., Della Lunga, G., Mulinacci, S., and Rossi, P. (2010). "Fourier Transform Methods in Finance," *Wiley Finance*.
- [4] Christoffersen, P., Heston, S., and Jacobs, K. (2009). "The Shape and Term Structure of the Index Option Smirk: Why Multifactor Stochastic Volatility Models Work So Well," *Management Science*, 55(12), 1914-1932.
- [5] Engle, R. (2009). "Anticipating Correlations: A New Paradigm for Risk Management," *Princeton University Press*.
- [6] Fouque, J.P., Papanicolaou, G., Sircar, R. and Solnar, K. (2003). "Multiscale stochastic volatility asymptotics," *SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation*, 2(1), 22-42.
- [7] Fouque, J.-P. and Han, C.-H. (2007) "A martingale control variate method for option pricing with stochastic volatility," *ESAIM: Probability and Statistics* 11, 40-54.
- [8] Fouque, J.P. and Han, C.-H., (2008). "Asymmetric Variance Reduction for Pricing American Options," *Mathematical Modelling and Numerical Methods in Finance*, Volume 15: Special Volume (Handbook of Numerical Analysis). Editors A. Bensoussan, Q. Zhang, and P. Ciarlet. Elsevier.
- [9] Fouque, J.P., Han, C.-H., and Lai, Y. (2009). "Variance Reduction for MC/QMC Methods to Evaluate Option Prices," *Recent Advances in Financial Engineering (Proceedings of the 2008 Daiwa International Workshop on Financial Engineering)*. Editors M. Kijima, M. Egami, K. Tanaka, and Y. Muromachi. World Scientific.
- [10] Fouque, J.P., Papanicolaou, G. and Sircar, R. (2000). "Derivatives in Financial Markets with Stochastic Volatility," *Cambridge University Press*.
- [11] Gatheral, J. (2006). "The volatility surface," *Wiley*.
- [12] Han, C.-H., Liu, W.-H., and Chen, T.-Y. (2010a). "An Improved Procedure for VaR/CVaR Estimation under Stochastic Volatility Models," *Submitted*.

- [13] Han, C.-H. (2010b). "Robust Robust Hedging Performance and Volatility Risk in Option Markets," Submitted.
- [14] Han, C.-H., Miao, W.-C., and Yang, T.-H. (2010c) "指數選擇權之實證避險表現：SPX 與 TXO," 臺灣期貨與衍生性商品學刊, 11, 103-127.
- [15] Heston S. (1993). "A closed-form solution for option with stochastic volatility, with application to bond and currency options," *Review of Financial Studies* 6, 327-343.
- [16] Hull, J.C. (2008). "Options, Futures, and Other Derivatives," Seventh Edition, Prentice Hall.
- [17] Kutner, M.H., Nachtsheim, C.J., Neter, J., and Li, W. (2005). "Applied Linear Statistical Models," Fifth Edition, McGraw-Hill/Irwin.
- [18] LeBaron, B. (2001). "Stochastic volatility as a simple generator of apparent financial power laws and long memory," *Quantitative Finance*, 1, 621-631.
- [19] Luo, X. and Zhang, E.J. (2010). "The Term Structure of VIX", Working paper, Hong Kong University.
- [20] Malliavin, P. and Mancino, M.E. (2009), "A Fourier Transform Method for Nonparametric Estimation of Multivariate Volatilities," *The Annals of Statistics*, 37, 1983-2010.
- [21] Molina, G., Han, C.-H., and Fouque, J.P. (2010). "MCMC Estimation of Multiscale Stochastic Volatility Models", *Handbook of Quantitative Finance and Risk Management*, Springer.
- [22] Reno, R. (2008), "Nonparametric Estimation of the Diffusion Coefficient to Stochastic Volatility Models," *Econometric Theory*, 24, 1174-1206.
- [23] Wild, C.J. and Seber, G.A.F. (1999). "Chance Encounters: A First Course in Data Analysis and Inference," John Wiley and Sons Ltd.
- [24] Zhang, L., Mykland, P., (2005). "A tale of two time scales: Determining integrated volatility with noise high frequency data," *Journal of American Statistics*, 100, 1394-1411.
- [25] Zhang, J.E., and Zhu, Y. (2006) "VIX Futures," *The Journal of Futures Markets*, 26(6), 521-531.

應用 Copula-GJR-GARCH 模型於黃金與白銀期貨之避險 Applying Copula-GJR-GARCH Model in the Hedging of Gold Futures and Silver Futures.

- ◆ 淡江大學財金系副教授
Associate Professor, Department of
Banking and Finance
- 李沃牆 Wo-Chiang Lee
- ◆ 淡江大學財金所碩士
Master, Department of
Banking and Finance
- 李莠苓 You-Ling Lee

摘要

金融資產報酬通常為厚尾且非常態，應用 Copula 函數能夠由個別變數之間的邊際分配找出最適之聯合分配，據以估計商品組合間的波動率，使得避險模型的運用上更加具有彈性。在黃金與白銀期貨避險的研究中，本文以傳統 OLS 避險模型為績效評估指標、並考慮固定條件相關(CCC-GJR-GARCH)避險模型、動態條件相關(DCC-GJR-GARCH)避險模型及以 Copula-based GJR-GARCH 避險模型。實證上利用最小變異避險理論求出避險比例並衡量避險績效。比較不同避險模型的樣本內、外績效，發現以 Copula 為基礎的 GJR-GARCH 模型能夠提供較佳的避險績效。

關鍵字：Copula 函數、GJR-GARCH，最小變異數避險理論、避險績效

Abstract

Financial asset returns are usually fat-tailed and non-Gaussian. In the past, most of the literatures have the normal distribution assumption. The Copula functions are based on the relationship between the individual assets to find the optimal allocation, by making the model more on the use of Flexibility.

In this paper, we use traditional hedging model, fixed conditional correlation (CCC-GJR-GARCH) model, dynamic conditional correlation (DCC-GJR-GARCH) model and the Copula-based GJR-GARCH model for the estimation of the optimal hedge ratio and the hedging performance measure by the theory of minimum variance. Our results of the evidence show that the Copula-based GJR-GARCH model perform more effectively in the in-sample test and all of the dynamic hedging models perform more effectively than OLS model in the out-sample test.

Key Words : Copula Function, GJR-GARCH, Minimum Variance Hedge Ratio, Performance of Hedge

壹、緒論

2008 年，美國著名的投資銀行雷曼兄弟被迫宣布倒閉，而投資人對衍生性金融商品開始產生恐慌並紛紛贖回，導致市場產生流動性匱乏之現象並爆發了金融海嘯進而影響全球經濟。因此，全球的金融機構對於金融商品的風險管理也隨著金融海嘯的蔓延而日益重視。但金融危機並未因而停止，如歐債危機仍持續，近日，美國更是史上頭一遭債信展望評估由穩定被調降為負向¹，美元因而更加弱勢，加上全球通膨隱憂不斷，顯見風險並未停息。因此，投資人會轉而投資其他可以避險保值的商品，例如黃金、白銀等貴金屬。黃金自古至今都具有保值效果，一旦美元呈現弱勢的情況下，黃金價格就會飆漲，二者一直有明顯的替代關係。²而各國央行的外匯存底除了以美元或其他貨幣之形式持有外，也會直接持有黃金。白銀是工業主要的生產原料之一，亦具有保值的效果，投資人對白銀的需求也隨之提高。近年來，風險管理日益受到投資人重視，對於黃金與白銀的持有者或需求者而言，如何進行有效的避險是相當重要的議題。

在衍生性金融商品中，大多係以期貨契約為主要的避險工具，許多學者在評估避險比率時大都採用動態最小變異避險比率，找出最小化的避險組合報酬率之變異數。而隨著計量方法的演進，目前亦發展出許多動態的避險模型。Johnson(1960)、Stein(1961)及 Ederington(1979)將追求風險極小化的傳統避險理論及追求利潤極大化的 Working(1953)選擇性避險理論之論點合併，透過 Markowitz(1952)的投資組合理論追求風險極小化之投資組合的概念，推導出最適的避險比率，此避險策略又稱之為最小變異數法避險策略，亦是本文中避險理論的基礎。而如今也廣泛的被運用於期貨避險中。過去研究期貨避險的文獻相當多，但大都以簡單迴歸模型來求出最適避險比率，然以傳統的避險比率假設期貨與現貨市場的組合變異數為常數並不符合現實的情況，後來的文獻中則將 GARCH 型

¹ 由於美國政府恐無法在 2013 年解決預算爭議問題，2011 年 4 月中，標準普爾(S&P)將美國債信展望自原先的「穩定」調降至「負向」(negative)。

² 身為美元替代投資商品的貴金屬吸金，金價創歷史新高價，在 2011 年 4 月中，價格已超過 1,500 美元，白銀價格盤中更是改寫 31 年新高，衝破 42 美元。

態模型引入現貨與期貨的避險模型中，形成動態避險模型，如：Lien et al. (2002) 使用 CCC-GARCH 模型，Choudhry (2004)，邱建良等人(2004)，Lien et al. (2006)，劉冠忠(2007)、Lin et al.(2008)、巫春洲等人(2009) 皆利用 DCC-GARCH 模型；而李亦屏(2004)則應用 GARCH 及 EGARCH 模型、Kenourgios et al.(2008)應用 ECM-GARCH，徐偉書(2009)應用基差不對稱雙變量 GJR-GARCH 模型。

但由於雙變數的 GARCH 型態模型中，對於動態相關的描述係以常態分配為基礎。而若二變數間的聯合分配非常態，則此設定顯然會產生誤差。而期貨與現貨的報酬通常是呈現不對稱、厚尾且非常態分配的情況，為了避免局限於常態分配之假設以導致估計結果出現偏誤，本文所考慮的避險模型除基本的 CCC-GJR-GARCH，DCC-GJR-GARCH 模型外，另將以 Copula 關聯函數為基礎的不對稱 GJR-GARCH 模型納入，進一步探討期貨與現貨之間的避險績效。以 copula 為基礎的 GARCH 模型在文獻上已有一些實證應用，如：何其祥等人(2009)應用滬深 300 指數為標的指數期貨及現貨做為投資組合，並透過不同的 copula 函數模擬投資組合的報酬率並求算風險值，實證結果發現 copula 具有高度的精確性。Hsu et al.(2008) 提出以 copula-based GARCH 模型與 CCC-GARCH、DCC-GARCH 和傳統模型估計避險比率及其避險績效，探討 S&P 500、富時 100(FTSE-100)和摩根士丹利瑞典指數(MSCI-SWI)三種代表性股價指數，並分成樣本內與樣本外評估，結果發現以 Copula 為基礎的避險模型效果最佳。林俊良、劉子康(2009) 則以商品期貨為標的所組成的 S&P GSCI Reduce Energy 指數為標的，並透過指數加權移動平均(Exponential Weighted Moving Average, EWMA) 搭配具解析解 t-copula 求算投資組合相關係及風險值。兼具敏感性與資本計提，亦能夠使資金做最有效率的應用。Lee and Lin(2010)分別用 ARMAX-GJR-GARCH 模型探討黃金期貨及白銀期貨商品在美國商品交易所(COMEX)與東京工業品交易所(TOCOM)之間的動態關係，並利用此一關係來計算風險值(Value at Risk, VaR)進行避險的運用，實證結果發現動態 SJC Copula 所估計之風險值的效果最好。

利用 Copula 函數可簡化處理非常態分配的問題，並可配適出更符合實務的

聯合機率分配已獲得不少驗證。Copula 函數最大的好處是可以將邊際分配及關聯結構分開處理。在市場風險的衡量，我們可以視為各種風險因子的報酬率，此時在配適各風險因子時，並不需要侷限於常態分配假說，也就是說允許個別風險因子可具有不同的邊際分配，只要透過 Copula 函數配適出最適關聯結構，即可求出較佳的動態避險比率。

前已提及，黃金與白銀商品一直是相當熱門的貴金屬避險標的。倫敦金屬交易所(LME)是世界上最大的有色金屬交易所，³LME 交易所的價格和庫存對世界的有色金屬生產和銷售有著重要的影響，其報價相當具有國際的權威性。因此在現貨的部分，我們採用倫敦金屬交易所(LME)的資料搭配世界上貴金屬的期貨交易量最大者為美國紐約商品交易所(COMEX)與日本東京工業品交易所(TOCOM)交易所，進而形成避險組合。根據上述的文獻分析得知，以 copula 為基礎的 GARCH 模型尚無應用於黃金與白銀行期貨的避險文獻，所以，在實證設計上，本文除了採用傳統避險模型求算最適避險比例並做為基準模型(Benchmark Model)外。另外，也採用 CCC-GJR-GARCH、DCC-GJR-GARCH、Copula-GJR-GARCH 模型。而本文所採用的 Copula 模型包含靜態的 Copula 相關係數與動態的 Copula 相關係數；前者包含 Gaussian copula 函數、T copula 函數和 Clayton Copula 函數，後者則有 DCC Gaussian copula 函數和 DCC Skew-T copula 函數。最後則是透過最小變異避險理論進行不同避險模型之樣本內外避險績效評估。

本文採用的實證資料期間為 2000 年 1 月 4 日至 2010 年 3 月 1 日的日資料。此期間發生了全球金融海嘯、冰島破產、歐盟國發生主權債務危機等重大事件。透過上述的幾種模型進行避險績效評估，並與傳統的 OLS 避險模型比較。總結實證結果發現在樣本內的績效評估得知以 Copula-GJR-GARCH 之避險績效較其他避險模型為佳。而樣本外的績效評估與樣本內大致上是一致的。在預測向前五天

³ 現今的 LME 是世界上最大的有色金屬期貨交易所，LME 集中了世界上幾乎所有的有色金屬大宗交易，目前主要經營品種有銅、錫、鉛、鋅、鋁、鎳、白銀等。交易所中的期貨價格是世界有色金屬期貨交易中的權威參考價格。

之績效評估中，我們發現所有市場與商品之 GJR-GARCH 模型皆優於 OLS 模型，但 TOCOM 市場之黃金與白銀的避險績效則較 COMEX 市場更具有一致性。

本文的第二部分為研究方法，包括 Copula 函數介紹、雙變數 GJR-GARCH 模型、避險模型及避險績效的評估，第三部分為實證結果分析，最後則為結論與建議。

貳、研究方法

一、Copula 函數簡介

(一)、Copula 函數定義

Copula 是一個由多維變數映射至均勻分配(Uniform distribution)的函數，符號以 C 表示，且滿足以下三個條件：

1. $C:[0,1]^n \rightarrow [0,1]$ ；
2. C 是有著地(grounded)且遞增的函數；
3. C 的所有邊際函數 C_i 滿足： $C_i(u) = C(1, \dots, 1, u, 1, \dots, 1) = u$ ；假如 F_1, \dots, F_n 是單變量的累積分配函數，則 $C[F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)]$ 是表示一多變量的累積分配函數其邊際函數為 F_1, \dots, F_n 。由以上定義可以了解 Copula 是一個聯合機率分配的函數。

(二)、Sklar 定理⁴

若 $F(\cdot)$ 是一個 n 維的累積機率分配函數，其邊際函數是連續函數 F_1, \dots, F_n ，則我們可以找到唯一的 Copula 使得：

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \quad (1)$$

⁴ 有興趣的讀者，可進一步參閱 Sklar(1959)。

Copula 利用上述定理我們能將一個多維的分配，拆成兩部分，分別是單維的邊際函數及相關性的結構(dependent structure)兩個部分，實際的推導方式如下：

$$\begin{aligned} f(x_1, \dots, x_n) &= \frac{\partial F(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_1 \dots \partial x_n} = \frac{\partial C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))}{\partial x_1 \dots \partial x_n} = \frac{\partial C(u_1, \dots, u_n)}{\partial u_1 \dots \partial u_n} \times \prod_i \frac{\partial F_i(x_i)}{\partial x_i} \\ &= c(u_1, \dots, u_n) \times \prod_i f_i(x_i) = c(\tilde{u}) \times \prod_i f_i(x_i) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $f(x_1, \dots, x_n)$ 為 $F(\cdot)$ 的機率密度函數

$$u_i = F_i(x_i), \quad i = 1, \dots, n$$

$\tilde{u} = (u_1, \dots, u_n)$; $c(\tilde{u})$ 為 Copula 的機率密度函數。

我們可將一個聯合機率密度函數 $f(x_1, \dots, x_n)$ 拆成單維的邊際函數及相關性的結構(dependent structure)兩個部分， $\prod_i f_i(x_i)$ 則為單純的邊際機率密度函數之乘積， $c(\tilde{u})$ 為 Copula 的密度函數，用以規範變數 X_1, X_2, \dots, X_n 之間的關聯結構，即為變數間的共移關係，可視為相關性結構部分。換句話說，我們可以先決定各個 X_i 的不同邊際分配函數 $F_i(x_i)$, $i=1, 2, \dots, n$ ，並分別進行其個別邊際分配函數之配適及參數之估計後，再另外配適出合適的 Copula 函數，即可求得其聯合機率分配。

(三)、Copula 函數類型

1、高斯 Copula (Gaussian Copula)

假設存在著對稱且正定的相關矩陣 R ，則其 Copula 函數定義為：

$$C_R^N(u_1 \dots u_n) = \Phi_R(\Phi^{-1}(u_1) \dots \Phi^{-1}(u_n)) \quad (3)$$

其中 $\Phi(u)$ 表累積標準常態分配函數； $\Phi^{-1}(u)$ 表標準常態分配的反函數。當 $n=2$ 時，Copula 函數為：

$$C_R^N(u, v) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi(1-R_{12}^2)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{s^2 - 2R_{12}st + t^2}{2(1-R_{12}^2)}\right\} ds dt \quad (4)$$

如圖 1 所示，Gaussian Copula 函數的主要特性為其機率密度函數具有對稱性質，但卻無法捕捉到金融市場間商品報酬的不對稱關係。

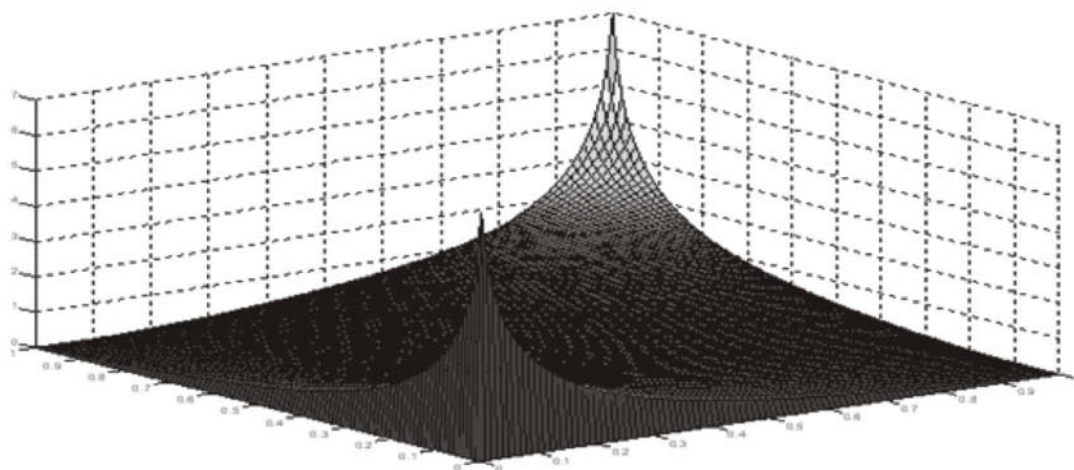


圖 1 Gaussian Copula 函數之機率密度函數

2、多元 Student-T Copula

假設存在著對稱且正定的相關矩陣 R ，則其 Student-T Copula 函數表示如下：

$$C_{v,R}^t(u_1, \dots, u_n) = t_{v,R}(t_v^{-1}(u_1), \dots, t_v^{-1}(u_n)) \quad (5)$$

其中 $t_{v,R}$ 表累積標準多元 Student T 分配函數； t_v^{-1} 表累積標準多元 Student t 分配函數之反函數。假設 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 服從多元標準常態分配，其相關矩陣為 R ， Y 是 χ^2 分配的隨機變數，自由度為 v ，則 T-copula 函數為(5)式，其中

$u_i = \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{Y}} X_i, i = 1, \dots, n$ 。當 $n=2$ 時，我們可以得到 T-copula 函數為：

$$C_{v,R}^t(u, v) = \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi(1-R_{12}^2)^{1/2}} \left\{ 1 + \frac{s^2 - 2R_{12}st + t^2}{v(1-R_{12}^2)} \right\}^{-(v+2)/2} ds dt \quad (6)$$

如圖 2 所示，T Copula 函數能夠捕捉到雙變數間的相關係數，而對於報酬的不對稱性較 Gaussian Copula 函數佳。

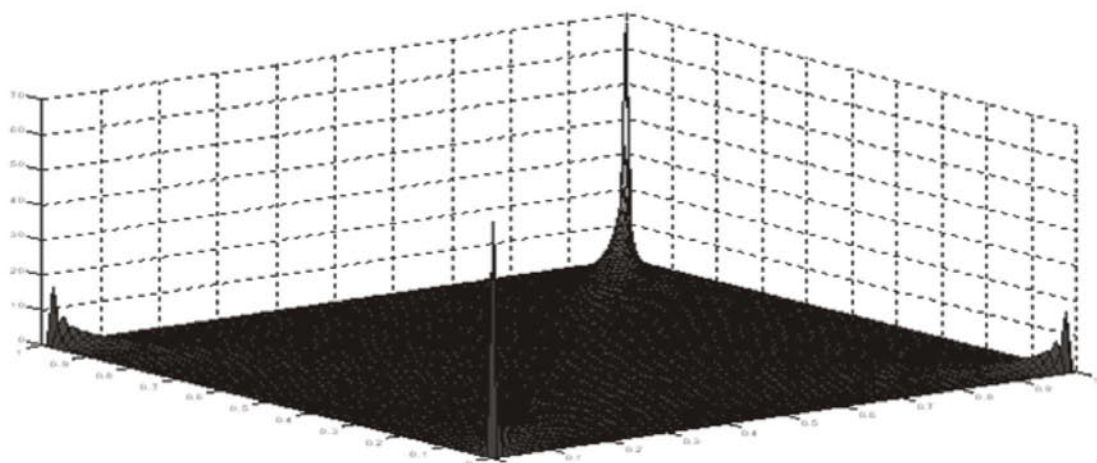


圖 2 T Copula 函數之機率密度函數

3、Clayton Copulas

Clayton Copulas 函數屬於 Archimedean Copulas 函數⁵，而 Archimedean Copulas 函數通常有封閉解，也不必從多元分配和 Sklar 定理推導出。一個特別的 n 維簡單 copula:

$$C(x_1, \dots, x_n) = \Psi^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \Psi(F_i(x_i)) \right) \quad (7)$$

Ψ : generator function and satisfies $\Psi(1) = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0} \Psi(x) = \infty$; $\Psi'(x) < 0$; $\Psi''(x) > 0$

而當 $\alpha > 0$ 時，Clayton Copulas 可以表示成如下形式：

$$C(u_1, \dots, u_n) = \left[\sum_{i=1}^n u_i^{-\alpha} - n + 1 \right]^{-1/\alpha} \quad (8)$$

⁵ Archimedean Copulas 函數有三種，分別為 Clayton Copulas、Gumbel Copulas 和 Frank Copulas。

表 1 整理本文所需的 Copula 函數類型以及所需之相關參數，由於本文所探討之商品為期貨與現貨，因此我們所使用之維度 $n=2$ 。

而 Clayton Copula 函數的主要特性為機率密度函數皆具有不對稱性質，但卻不易捕捉到金融市場商品報酬的不對稱。如圖 3 所示，Clayton Copula 函數能夠捕捉到雙變數間的相關係數，且其機率密度函數會呈現「L」的形狀，即上尾低下尾高。對分配下尾部的變化十分敏感，因此用來捕抓不對稱性會較 Gaussian Copula 函數和 T Copula 函數佳。

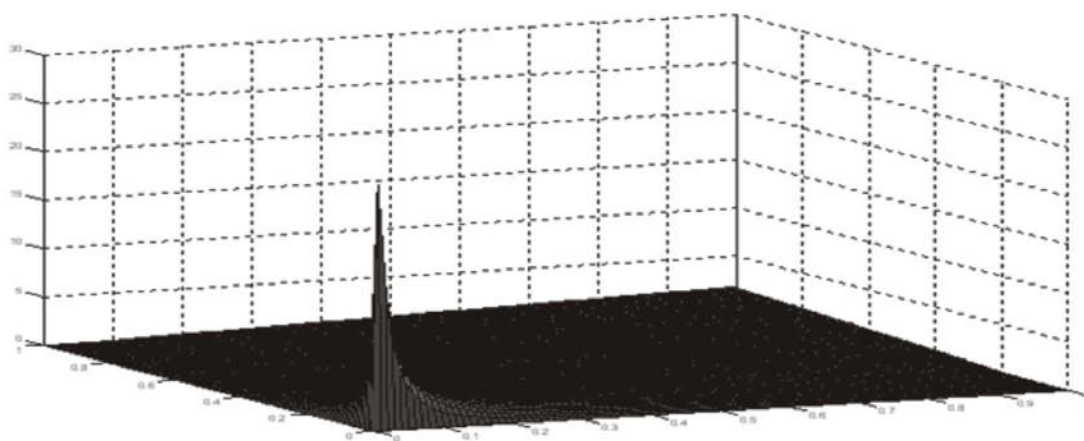


圖 3 Clayton Copula 函數之機率密度函數

表 1 Copula 函數和相對應之相關係數 Kendall's τ

Copula 函數	函數類型	參數	Kendall's τ
Normal	$C_{\theta}(u, v) = N_{\theta}(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v))$	θ	$\frac{2}{\pi} \arcsin \theta$
Student T	$C_{\theta}(u, v) = t_{\theta, v}(t_v^{-1}(u), t_v^{-1}(v))$	θ	$\frac{2}{\pi} \arcsin \theta$
Clayton	$C_{\alpha}(u, v) = (u^{-\alpha} + v^{-\alpha} - 1)^{-\frac{1}{\alpha}}$	α	$\frac{\alpha}{\alpha + 2}$

資料來源：本研究整理

二、避險模型

(一)、傳統 OLS 避險模型

過去文獻中，皆會使用 OLS 模型來估計避險比例，本文根據 Witt et al.(1987) 所提出 OLS 報酬率避險模型以估計最小的變異避險比率。其模型如下：

$$s_t = \alpha + \beta f_t + \varepsilon_t \quad (9)$$

其中：

s_t 為現貨報酬率。

f_t 為期貨報酬率。

α 為模型中之截距項。

β 為模型中之斜率項，也是模型的避險比率。

ε_t 為模型中之隨機干擾項。

假設避險者的需求為達到避險收益的最小變異，故對 OLS 報酬率避險模型之 β 一階微分，並使其結果為零，即得到最小變異避險比率 β^* 為：

$$\beta^* = \frac{\text{cov}(s_t, f_t)}{\text{var}(f_t)} \quad (10)$$

(二)、CCC-GJR-GARCH 避險模型

Bollerslev et al.(1988) 提出多變量 GARCH 模型，Bollerslev (1990) 為簡化多變量 GARCH 模型之估計，提出 CCC-GARCH 模型。由於多變量 GARCH 模

型所需估計的參數過多⁶，許多學者提出了不同的方法來估計條件變異數方程式。而 CCC-GACRH 模型所需估計之參數最少，也不會影響其估計績效，成為後續學者研究的重要模型之一。CCC-GACRH 模型假設條件相關係數為固定，且條件變異數與共變異數為正定，可以減少所估計之參數。本文為分析商品現貨報酬率與期貨報酬率之間的關連性，考慮了 Glosten et al. (1993) 所提出的 GJR 模型，用以探討不對稱關係，即採用 CCC- GJR-GACRH 避險模型，模型建構如下：

$$s_t = \alpha_{os} + \alpha_{1s}(S_{t-1} - \lambda F_{t-1}) + \varepsilon_{st} \quad (11)$$

$$f_t = \alpha_{of} + \alpha_{1f}(S_{t-1} - \lambda F_{t-1}) + \varepsilon_{ft} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{ft} \end{bmatrix} | \psi_{t-1} \sim N(0, H_t) \quad (13)$$

$$H_t = \begin{bmatrix} h_{s,t}^2 & h_{sf,t} \\ h_{sf,t} & h_{f,t}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{s,t} & 0 \\ 0 & h_{f,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{s,t} & 0 \\ 0 & h_{f,t} \end{bmatrix} = D_t R_t D_t \quad (14)$$

$$h_{s,t}^2 = c_s + b_s h_{s,t-1}^2 + a_{s,1} \varepsilon_{s,t-1}^2 + a_{s,2} k_{s,t-1} \varepsilon_{s,t-1}^2 \quad (15)$$

$$h_{f,t}^2 = c_f + b_f h_{f,t-1}^2 + a_{f,1} \varepsilon_{f,t-1}^2 + a_{f,2} k_{f,t-1} \varepsilon_{f,t-1}^2 \quad (16)$$

其中：

s_t, f_t 為現貨及期貨之報酬率。

S_t, F_t 為現貨及期貨之價格資料。

$S_{t-1} - \lambda F_{t-1}$ 為誤差修正項。

ψ_{t-1} 為 t-1 時的資訊集合。

H_t 為第 t 期的共變異數矩陣。

⁶常見的多變量 GARCH 模型有下三角堆疊模型(VECH model)、矩陣對角化模型(matrix-diagonal model)、BEKK 模型、條件相關係數模型(CCC and DCC model)。VECH 是專門處理對稱矩陣的一種表達方式，由 Bollerslev et al.(1988)所提出。而 BEKK 模型最早由 Baba et al. (1991)所提出，Engel and Kroner (1995)一文以四人名字為名稱之為 BEKK 模型。詳細的說明可參考楊奕農(2009)的時間序列分析。

依據模型，可利用最大概似法(MLE)求出動態避險比率 δ_t^* ：

$$\delta_t^* = \frac{h_{sf,t}}{h_{f,t}^2} \quad (17)$$

(三)、DCC-GJR-GARCH 避險模型

Engle (2002)延伸了 CCC-GARCH 模型，將 Bollerslev (1990) 的 CCC-GARCH 模型相關係數與時俱變(time-varying)的特性做結合，發展出 DCC-GARCH 模型。本文採用此模型分析商品現貨報酬率與期貨報酬率之間的關連性，又利用 GJR 模型考慮了不對稱效果，即成為 DCC-GJR-GARCH 模型，其參數估計採兩階段估計：

1. 先個別估計單變量 GJR-GARCH 模型之參數

$$s_t = \alpha_{os} + \alpha_{1s}(S_{t-1} - \lambda F_{t-1}) + \varepsilon_{st} \quad (18)$$

$$f_t = \alpha_{of} + \alpha_{1f}(S_{t-1} - \lambda F_{t-1}) + \varepsilon_{ft} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{ft} \end{bmatrix} | \Psi_{t-1} \sim N(0, H_t) \quad (20)$$

$$H_t = D_t R_t D_t = D_t J_t Q_t J_t D_t \quad (21)$$

$$J_t = \text{diag} \left\{ q_{s,t}^{-\frac{1}{2}}, q_{f,t}^{-\frac{1}{2}} \right\} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{q_{s,t}}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{q_{f,t}}} \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中 D_t 為 2×2 的對角矩陣，是由單變量 GJR-GARCH 所估計出來的變異數。 R_t 為動態之相關係數矩陣。在求得個別單變量 GARCH 參數後，其參數須符合 GJR-GARCH 穩定條件為 $\theta_1 \geq 0; \theta_2 \geq 0$ ，且 $\theta_1 + \theta_2 < 1$ 。

2. 動態條件相關係數模型

先將第一階段所估計之殘差標準化，即可求出的非條件共變異數 \bar{Q} ，其為 2×2 矩陣。再計算動態相關係數方程式 Q_t

$$Q_t = (1 - \theta_1 - \theta_2)\bar{Q} + \theta_1\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1} + \theta_2Q_{t-1} \quad (23)$$

Engle(2002)利用兩階段最大概似法(two-stage maximum likelihood)估計 DCC 模型之參數，可避免過於複雜之運算，同時又不會犧牲過多之一般性(generality)，令 Ξ 為單變數 GARCHA 模型中 D_t 之參數， Θ 為 R_t 所估計出的參數。在常態假設下，我們將概似函數分成 $L_V(\Xi)$ 波動元件和 $L_C(\Xi, \Theta)$ 相關元件，其估計式函數為：

$$\begin{aligned} L(\Xi, \Theta) &= -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (2 \log(2\pi) + \log |H_t| + \hat{\varepsilon}_t' H_t^{-1} \hat{\varepsilon}_t) \\ &= L_V(\Xi) + L_C(\Xi, \Theta) \end{aligned} \quad (24)$$

依據模型，可利用 H_t 中的數值亦可以求出動態避險比率 δ_t^* ：

$$\delta_t^* = \frac{h_{sf,t}}{h_{f,t}^2} \quad (25)$$

其條件共變異數及條件變異數($h_{sf,t}, h_{f,t}^2$)會隨著每期新資訊的揭露而變化，用其所估計之避險比率也會隨時間而變動。

(四)、Copula-based GARCH 避險模型

除了上述的模型外，我們亦分別採用 Glosten et al.(1993)和 Hansen(1994)的 GJR-skewed-T GARCH 模型來衡量現貨與期貨的衝擊，也就是說在變異數方程式中加入負面衝擊效果，而對現貨和期貨的模型如下：

$$s_t = \alpha_{os} + \alpha_{1s}s_{t-1} + \varepsilon_{st} \quad (26)$$

$$f_t = \alpha_{of} + \alpha_{1f}f_{t-1} + \varepsilon_{ft} \quad (27)$$

$$h_{i,t}^2 = c_i + b_i h_{i,t-1}^2 + a_{i,1} \varepsilon_{i,t-1}^2 + a_{i,2} k_{i,t-1} \varepsilon_{i,t-1}^2 \quad (28)$$

$$\varepsilon_{i,t} | \psi_{t-1} = h_{i,t} z_{i,t}, \quad z_{i,t} \sim \text{skewed} - t(z_i | \eta_i, \phi_i) \quad (29)$$

$$k_{i,t-1} = \begin{cases} 1 & , \text{if } \varepsilon_{i,t-1} < 0 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (30)$$

其中 $i=s, f$ ，又 skewed-T 分配的函數如下：

$$\text{skewed} - t(z | \eta, \phi) = \begin{cases} bc(1 + \frac{1}{\eta-2} (\frac{bz+a}{1-\phi})^2)^{-\frac{\eta+1}{2}}, & z < -\frac{a}{b} \\ bc(1 + \frac{1}{\eta-2} (\frac{bz+a}{1+\phi})^2)^{-\frac{\eta+1}{2}}, & z \geq -\frac{a}{b} \end{cases} \quad (31)$$

而其中 a, b, c 的定義如下：

$$a \equiv 4\phi c \frac{\eta-2}{\eta-1}, b \equiv 1+3\phi^2 - a^2, c \equiv \frac{\Gamma(\frac{\eta+1}{2})}{\sqrt{\pi(\eta-2)(\frac{\eta}{2})}} \quad (32)$$

其中峰態係數的限制為 $4 < \eta < 30$ 且不對稱係數的限制為 $-1 < \phi < 1$ 。

接著我們假設 $z_{s,t}, z_{f,t}$ 的條件累積機率分配分別為 $G_{s,t}(z_{s,t} | \Psi_{t-1})$ 和 $G_{f,t}(z_{f,t} | \Psi_{t-1})$ ，條件 copula 函數為 $C_t(u_t, v_t | \Psi_{t-1})$ 是由兩個隨機變數 $u_t = G_{s,t}(z_{s,t} | \Psi_{t-1})$ 和 $v_t = G_{f,t}(z_{f,t} | \Psi_{t-1})$ 的動態累積機率函數所組成的，利用 Sklar 定理可以得到下式：

$$\begin{aligned} & \varphi(z_{s,t}, z_{f,t} | \Psi_{t-1}) \\ &= c_t(G_{s,t}(z_{s,t} | \Psi_{t-1}), G_{f,t}(z_{f,t} | \Psi_{t-1}) | \Psi_{t-1}) \times g_{s,t}(z_{s,t} | \Psi_{t-1}) \times g_{f,t}(z_{f,t} | \Psi_{t-1}) \end{aligned} \quad (33)$$

而其參數估計，在時點為 t 時，我們使用 log-likelihood 並使其極大化求出個別參數，可以寫成 $\log \phi_t = \log c_t + \log g_{s,t} + \log g_{f,t}$ ，亦可改寫成以下形式：

$$L_{s,f}(\theta) = L_s(\theta_s) + L_f(\theta_f) + L_c(\theta_c) \quad (34)$$

為了有效解決參數估計，我們採用 Joe(1997)和 Patton(2006)所提出的兩階段估計過程。首先，利用個別序列估計出邊際機率之參數：

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_s &\equiv \arg \max \sum_{t=1}^T \log g_{s,t}(z_{s,t} | \Psi_{t-1}; \theta_s) \\ \hat{\theta}_f &\equiv \arg \max \sum_{t=1}^T \log g_{f,t}(z_{f,t} | \Psi_{t-1}; \theta_f) \end{aligned} \quad (35)$$

第二步驟為相關係數之參數估計：

$$\hat{\theta}_c = \arg \max \sum_{t=1}^T \log c_t(\Psi_{t-1} | \hat{\theta}_s, \hat{\theta}_f, \hat{\theta}_c) \quad (36)$$

我們透過 Engle(2002)所使用的 DCC 模型之估計法來計算 R_t ，作為動態 Copula 函數之參數，表示此相關係數 Q_t 會隨著時間而改變，其估計式如下：

$$Q_t = (1 - \theta_1 - \theta_2) \bar{Q} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1} + \theta_2 Q_{t-1} \quad (37)$$

$$R_t = J_t Q_t J_t \quad (38)$$

其中， θ_1, θ_2 為正的參數，且滿足 $\theta_1 + \theta_2 < 1$ ； ε_{t-1} 為標準化的干擾項向量， \bar{Q} 為 ε_{t-1} 的非條件的相關係數。

而靜態的 Copula 函數之參數 Kendall's τ ，就是所求之相關係數。再以不同的 copula-based GARCH 模型之參數估計後，可由條件變異數中得到 $h_{s,t}^2$ 與 $h_{f,t}^2$ ，而 $h_{sf,t}$ 可利用下式得出：

$$h_{sf,t} = h_{s,t} h_{f,t} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} z_{s,t} z_{f,t} \varphi(z_{s,t}, z_{f,t} | \Psi_{t-1}) dr dw \quad (39)$$

利用上述方法可以求出動態的避險比率 δ_t^* 為

$$\delta_t^* = \frac{h_{sf,t}}{h_{f,t}^2} \quad (40)$$

三、避險績效指標

最小變異避險比率為 Johnson(1960)所推導出的投資組合風險極小化之避險比率。我們利用最小變異避險比率組合成現貨與期貨之投資組合，利用商品期貨配合商品現貨規避市場的波動以得到避險之目的，而避險投資組合報酬的計算如下：

$$R_{p,t} = s_t - \delta_t^* \times f_t \quad (41)$$

第 t 期的報酬條件變異數

$$Var_t(R_{p,t}) = Var_t(s_t) - 2\delta_t^* COV_t(s_t, f_t) + \delta_t^{*2} Var_t(f_t) \quad (42)$$

再利用一階條件微分，便可求得極小化變異數避險比率(Minimum Variance Hedging Ratio, MVHR)，也就是個別模型所求得之 δ_t^* 。而避險投資組合的變異數計算如下：

$$Var_t(R_{p,t}) = Var_t(s_t - \delta_t^* \times f_t) \quad (43)$$

為了衡量避險績效，我們運用下式來計算用不同模型下相較於傳統 OLS 避險模型所組成部位的變異數，探討變異數減少之程度以評估最佳之避險模型，其模型所組成之變異數愈小，表示其投資組合波動愈小。避險績效(Hedge Efficiency, HE)之計算式為：

$$HE = -\frac{(\sigma_i^2 - \sigma_{ols}^2)}{\sigma_{ols}^2} = 1 - \frac{\sigma_i^2}{\sigma_{ols}^2} \quad (44)$$

若其值愈大，表示採用之模型的變異數相較於傳統 OLS 模型降低越多，亦即其避險績效愈佳。

參、實證結果及分析

一、資料來源與型態

本文實證資料來自於三家不同的交易所，分別為倫敦金屬交易所(LME)、紐約商品交易所(COMEX)和東京工業品交易所(TOCOM)。倫敦金屬交易所(LME)最大的特色是他並沒有實際的交易場所，而所有的交易都是透過各大金商的銷售聯絡網所完成的。交易會員由具有權威性的五大金商以及公認有資格與五大金商進行買賣的公司或商家所組成，然後再由各加工製造商、中小型商店和公司等連鎖組成。交易時，由金商根據各自的買盤與賣盤，報出買價和賣價。因此倫敦金屬交易所的報價通常會是所有貴金屬交易之參與者所關注的報價之一。

至於全球主要的黃金期貨交易市場有美國紐約商品交易所(COMEX)、日本東京工業品交易所(TOCOM)、芝加哥商品交易所(CBOT)等。在黃金期貨交易所中，COMEX 因歷史最為悠久且搭配成熟的黃金現貨市場，位居全球主導地位，而 TOCOM 因小規模設計，使得市場流動性佳而發展的非常成功⁷。(黃金期貨主要規格參閱表 2)，而目前白銀期貨交易所主要包括美國紐約商品交易所(COMEX)、日本東京工業品交易所(TOCOM)、芝加哥商品交易所(CBOT)等。COMEX 因歷史最為悠久且搭配成熟的現貨市場，使得 COMEX 白銀期貨位居全球主導地位，其商品規格參閱表 3;本文的標的物為黃金商品和白銀商品，而現貨價格的資料取自於倫敦金屬交易所之報價，期貨價格則分別為紐約商品交易所和東京工業品交易所。資料期間為 2000 年 1 月 4 日至 2010 年 3 月 1 日的日資料。Hamao et al. (1990) 指出，當驗證同一模型中，其資料來自於不同國家時，只要有任一國家市場當天沒有交易行為時，可將其他國家之同一交易日的資料刪除，此種方式用來處理各國市場存在非同步交易之問題，而不會影響實證結果之正確性。

⁷而上海期交所(SHFE)推出黃金期貨合約，預期將為世界黃金價格帶來新的影響力。

表 2 COMEX 及 TOCOM 黃金期貨契約規格

	COMEX 黃金 (代碼：GC)	TOCOM 黃金 (代碼：JAU)
契約規格	100 盎司	1000 公克
交割方法	實物交割或相當之現金結算	實物交割
交易月份	當月及此後之連續二個月份， 及此後 23 個月內之雙月份	連續 6 個偶數月份
交易時間	人工盤：20:20~隔日 01:30(夏令) 電子盤：06:00~隔日凌晨 05:15	上午 08:00~14:30 下午 16:00~22:00
報價單位	美分 / 盎司	日圓 / 公克
最小跳動單位	10 美分/1 盎司(10 美元/1 口)	1 日圓 / 公克(1000 日圓/1 口)
單日漲跌限制	無漲跌幅限制	$P < 1100 \text{ 日圓} \Rightarrow 30 \text{ 日圓/克}$ $1100 \text{ 日圓} \leq P < 1600 \text{ 日圓} \Rightarrow 40 \text{ 日圓/克}$ $1600 \text{ 日圓} \leq P < 2100 \text{ 日圓} \Rightarrow 50 \text{ 日圓/克}$ $2100 \text{ 日圓} \leq P \Rightarrow 60 \text{ 日圓/克}$
最後交易日	交割月份的倒數第 3 個交易日	交割月份的倒數第 4 個交易日

資料來源：日盛金控交易網。<http://www.jihsun.com.tw/>

表 3 COMEX 及 TOCOM 白銀期貨契約規格

	COMEX 白銀 (代碼：SI)	TOCOM 白銀 (代碼：JSV)
契約規格	5000 盎司	60 公斤
交割方法	實物交割或相當之現金結算	實物交割
交易月份	當月及此後之連續二個月份， 及此後的 1.3.5.7.9.12 月輪續下去	連續 6 個偶數月份

表 3 COMEX 及 TOCOM 白銀期貨契約規格(續)

	COMEX 白銀 (代碼: SI)	TOCOM 白銀 (代碼: JSV)
交易時間	人工盤: 20:25 ~ 隔日 01:25(夏令) 電子盤: 06:00 ~ 隔日凌晨 05:15(夏令)	上午 08:00~14:30 下午 16:00~22:00
報價單位	美分 / 盎司	日圓 / 10 公克
最小跳動單位	0.5 美分/1 盎司(25 美元/1 口)	0.1 日圓 / 10 公克 (300 日圓/1 口)
單日漲跌限制	無漲跌幅限制	P < 150 日圓 => 5 日圓/10 克 150 日圓 ≤ P < 200 日圓 => 6 日圓/克 200 日圓 ≤ P < 250 日圓 => 7 日圓/克 250 日圓 ≤ P => 8 日圓/克
最後交易日	交割月份的倒數第 3 個交易日	交割月份的倒數第 4 個交易日

資料來源: 日盛金控交易網。 <http://www.jihsun.com.tw/>

二、實證設計

首先, 本文先整理出 LME、COMEX 市場和 TOCOM 三個交易所的商品報酬率之敘述統計量, 並做定態檢定。接著利用上述的各種避險模型之方法進行避險模型之參數估計。資料期間分割成樣本內資料與樣本外資料, 即前 2000 筆(2000 年 1 月 4 日至 2008 年 7 月 3 日)資料列為樣本內資料, 並利用模型估計其參數及避險績效; 同時也透過樣本外資料評估避險績效。由於投資人的避險期間不相同, 但採用 1 天避險則時間太短, 因此本文採用 5 天(或一週)避險來評估模型績效。如圖 2 所示, 估計期間為 $h=2000$ 天, 而避險期間 n 為 5 天來估計。本文運用所有的避險模型估計出前 2000 筆之參數避險比率, 預測下一期(第 2001 筆)的避險比率來進行 5 天避險, 再利用 6 至 2005 筆的資料預測第 2006 筆的避險比率, 直到預測至最後一筆資料, 再利用所有樣本外的避險比率計算出其變異數, 並進行各避險模型之績效評估。

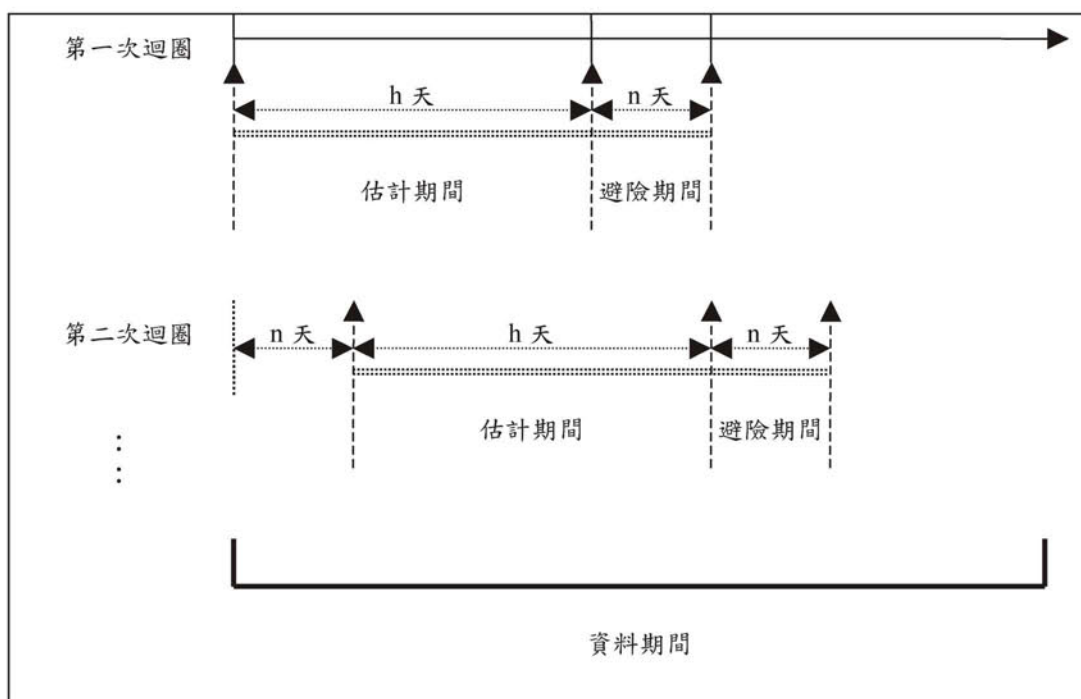


圖 4 避險策略之移動視窗

三、實證結果分析

本文將三個不同交易市場，分別以 LME 市場、COMEX 市場和 TOCOM 市場表示，再進行黃金商品與白銀商品報酬率之敘述統計分析。因此，共有四個類別，分別為 COMEX 市場的黃金商品、COMEX 市場的白銀商品、TOCOM 市場的黃金商品和 TOCOM 市場的白銀商品。而表 4 的敘述統計表中包含平均數、變異數、標準差、偏態、峰態、最大值、最小值及 JB 常態檢定。在黃金商品中，由偏態、峰態及 JB 統計量可以看出黃金商品之報酬為不對稱、厚尾且非常態分配；而白銀商品之報酬亦呈現不對稱、厚尾且非常態分配。在黃金商品中，其報酬之變異數最大者為 TOCOM 市場，最大值與最小值之差距最大者為 LME 市場；而白銀商品中，其報酬之變異數最大者為 LME 市場，最大值與最小值之差距最大者為 LME 市場。

表 4 敘述統計量

	LME 市場	COMEX 市場	TOCOM 市場
Panel A 黃金商品			
平均數	0.0577	0.0576	0.0523
變異數	1.5064	1.5349	1.6688
標準差	1.2273	1.2389	1.2918
偏態	-0.0302	0.0250	-0.4374
峰態	8.4630	7.6018	6.4454
最大值	10.2426	8.5890	6.8677
最小值	-7.2397	-7.5581	-6.8677
JB 統計量	2968.7000	2106.4000	1256.8000
P-value	0.0000***	0.0000***	0.0000***
Panel B 白銀商品			
平均數	0.0473	0.0475	0.0440
變異數	4.1627	4.2070	3.6638
標準差	2.0403	2.0511	1.9141
偏態	-1.2613	-0.7279	-0.3930
峰態	15.0700	10.4213	9.5250
最大值	13.1632	12.4695	13.2512
最小值	-20.3851	-14.7938	-12.8420
JB 統計量	15123.0000	5688.5000	4296.0000
P-value	0.0000***	0.0000***	0.0000***

註：1. ***分別表示在 1%的顯著水準下顯著。

2.JB 統計量為 Jarque-Bera 常態分配檢定，P-value 為 JB 統計量之 P 值。

比較圖 5 中個別市場的黃金報酬，很明顯地發現到 LME 市場的波動相較於其他兩個市場是偏小的，而 TOCOM 市場之波動最大，此發現與敘述統計量所觀察之結果一致。而在我們的觀察期間中，2008 年的黃金報酬波動最為劇烈。而由圖 6，我們可以比較出個別市場的白銀報酬，發現 LME 市場的波動相較於其他兩個市場是偏小的，而 COMEX 市場之波動最大，此發現亦與敘述統計量的結果一致。

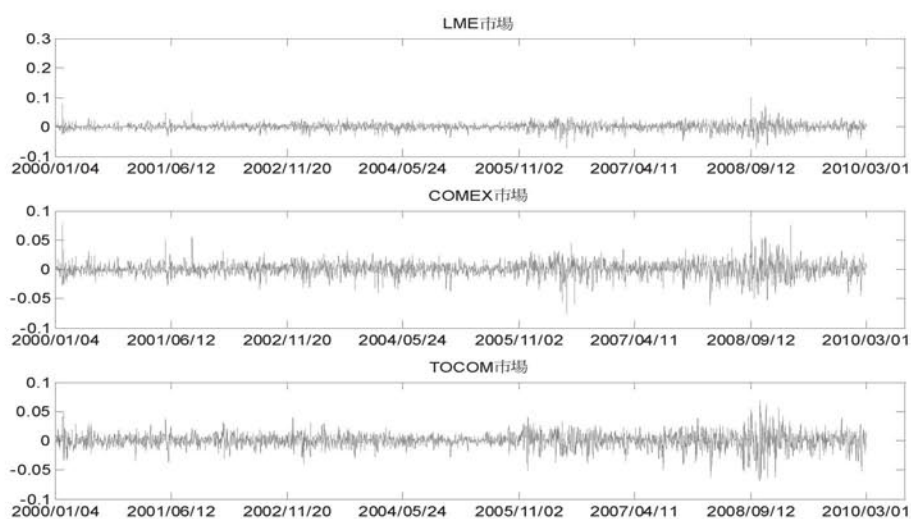


圖 5 個別市場的黃金報酬序列

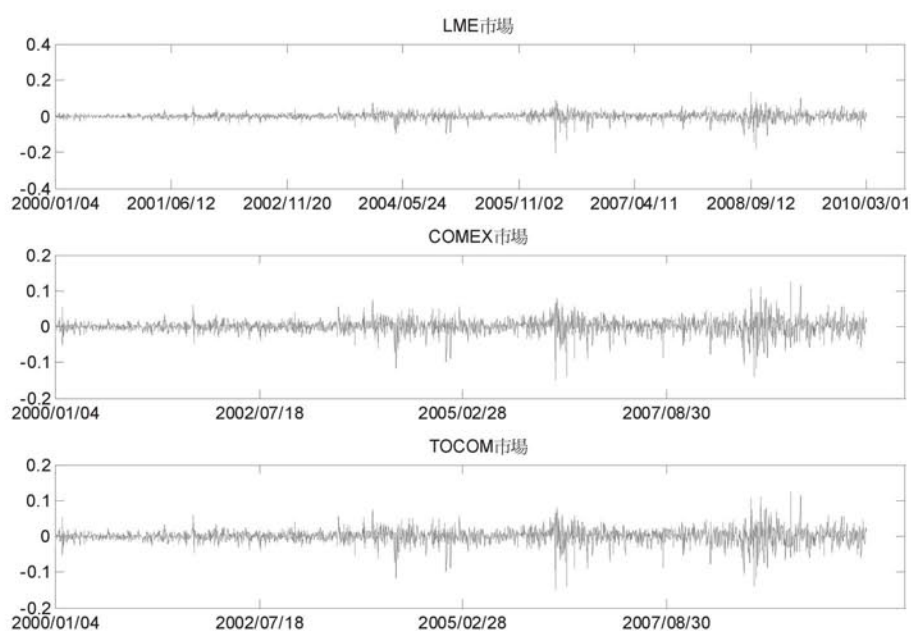


圖 6 個別市場的白銀報酬序列

表 5 為不同市場中，黃金及白銀現貨及期貨價格及報酬率的單根檢定結果⁸，採用的檢定方法包括 ADF 檢定(1981)(Augmented Dickey-Fuller test, ADF)和

⁸ ADF 與 PP 檢定之虛無假設皆為 $H_0: I(1)$ 。

Phillips and Perron(1988)提出的 PP 檢定。我們可以發現不論在黃金商品或是白銀商品，在資料為價格型態時皆為非定態的情況，而取其報酬後所有序列皆為定態資料。

表 5 單根檢定結果

	LME 市場		COMEX 市場		TOCOM 市場	
Panel A 黃金商品						
	價格	報酬	價格	報酬	價格	報酬
ADF	0.5389	-47.9713***	0.5230	-46.6931***	-0.5594	-32.7422***
PP	0.6624	-48.0228***	0.6808	-46.7597***	-0.3990	-51.2995***
Panel B 白銀商品						
	價格	報酬	價格	報酬	價格	報酬
ADF	-0.8632	-32.8474***	-0.8300***	-48.1623***	-1.3052	-31.7007***
PP	-0.8459	-50.6321***	-0.8513***	-48.1607***	-1.2391	-50.4083***

註：***表示在 1%的顯著水準下顯著。

我們將現貨市場(LME 市場)與期貨市場(COMEX 市場)的黃金商品與白銀商品之價格走勢呈現如圖 5。由圖可發現，不論是黃金商品或白銀商品的現貨與期貨之價格走勢大致性均呈向上的趨勢，雖次貸發生後價格稍回檔，但近期仍履創新高。

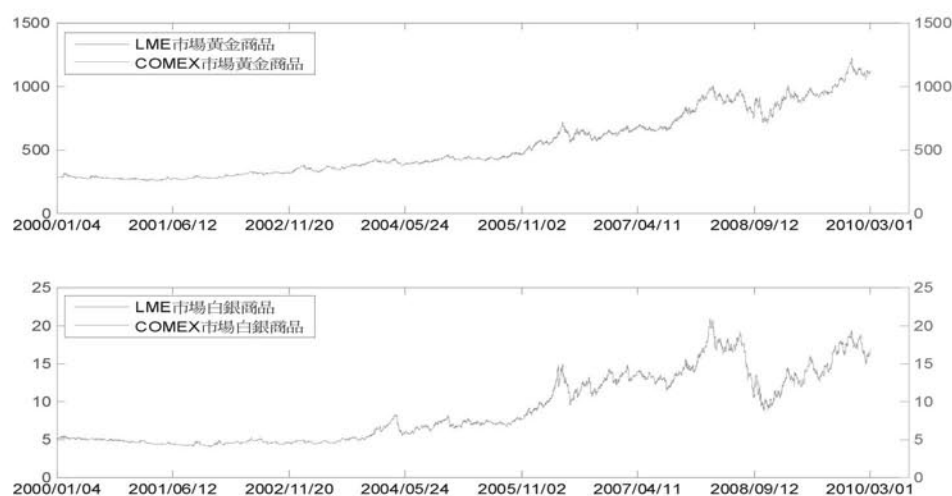


圖 5 COMEX 市場之商品價格走勢

表 6 為 COMEX 市場之 CCC-GJR-GARCH 模型參數估計結果，由表可知，黃金商品中，不論是現貨市場或期貨其參數皆顯著，且可得知現貨與期貨報酬率間的相關係數為 0.9336。在白銀商品中，在 ARCH 項、GARCH 項及不對稱項皆為顯著且可得知白銀現貨與期貨報酬率間的相關係數為 0.9384。

表 6 COMEX 市場之 CCC-GJR-GARCH 模型參數

參數	黃金商品		白銀商品	
	i=s	i=f	i=s	i=f
Panel A:平均數方程式				
α_{0i}	0.0008*** (3.3213)	0.0009*** (3.3890)	0.0002 (0.5548)	0.0002 (0.7276)
α_{1i}	0.0001** (1.9659)	0.0001*** (2.2839)	-0.0345* (-1.6691)	-0.0137 (-0.6510)
Panel B:條件變異數方程式				
c_i	6.80E-07*** (3.0087)	7.55E-07*** (3.2222)	8.96E-07*** (3.5707)	1.07E-06*** (3.6565)
$b_{i,1}$ (GARCH)	0.9672*** (276.2577)	0.9671*** (246.3300)	0.9534*** (246.4072)	0.9525*** (218.6489)
$a_{i,1}$ (ARCH)	0.0545*** (8.8214)	0.0497*** (7.3030)	0.0819*** (13.1103)	0.0805*** (10.3393)
$a_{i,2}$ (leverage)	-0.0525*** (-6.2858)	-0.0436*** (-5.2226)	-0.0707*** (-11.5460)	-0.0659*** (-8.8610)
ρ	0.9336 (1965)		0.9384 (9199.5)	
Log Likelihood	3650.7		3587.28	

註：

1. 模型參數分別為(11),(12)平均數方程式及(15),(16)條件變異數方程式的係數值。
2. 括號中的數值為 t 值。
3. ρ 為現貨與期貨報酬率的相關係數。
4. ***, **, * 分別表示在 1%, 5%, 10% 的顯著水準下顯著。

圖 6 為現貨市場(LME 市場)與期貨市場(TOCOM 市場)的黃金商品與白銀商品之價格走勢，可以無論黃金或白銀現貨與期貨商品均出現一定的基差(basis)關係，但其價格變化仍與 COMEX 市場一致。

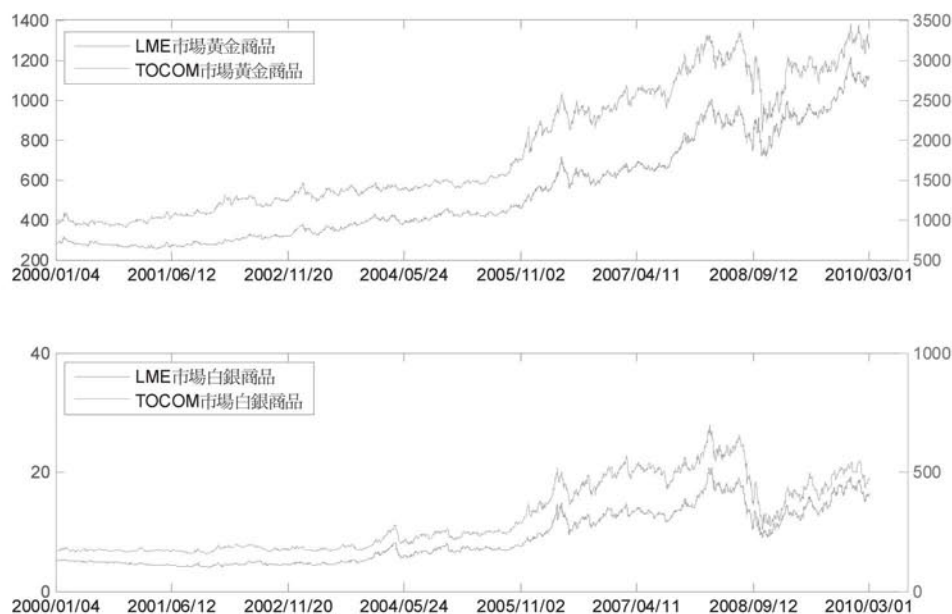


圖 6、TOCOM 市場之商品價格走勢圖

表 7 為 TOCOM 市場之 CCC-GJR-GARCH 模型參數，由表中的結果發現，黃金商品中，不論是現貨市場或期貨其參數皆為顯著，且可得知兩者間的相關係數為 0.1785。在白銀商品中，在 ARCH 項、GARCH 項及不對稱項皆為顯著且可得知兩者間的相關係數為 0.1387。而相較於 COMEX 市場，不論在黃金商品或是白銀商品，可以明顯的發現 TOCOM 市場的現貨與期貨之相關性遠低於 COMEX 市場。

表 8 與表 9 皆為 DCC-GJR-GARCH 模型中的相關係數參數，而個別的 GJR-GARCH 參數同表 7，由表可知， $\theta_1 + \theta_2 < 1$ 表示此模型為收斂模型，而此二個參數為估計動態共變異數之重要參數。若 $\theta_1 + \theta_2$ 的值愈接近 1 時，表示現貨與期貨的共移關係愈強烈。

表 7 TOCOM 市場之 CCC-GJR-GARCH 模型參數

參數	黃金商品		白銀商品	
	i=s	i=f	i=s	i=f
Panel A:平均數方程式				
α_{0i}	0.0006*** (2.8663)	0.0006*** (3.1136)	0.0002 (0.5548)	0.0005* (1.9161)
α_{1i}	-0.0477*** (-2.0232)	-0.0650*** (-2.7675)	-0.0345* (-1.6691)	-0.0197 (-0.8471)
Panel B:條件變異數方程式				
c_i	6.77E-07*** (2.9753)	2.70E-06*** (5.1216)	0.0000*** (3.5707)	0.0000*** (2.3602)
$b_{i,1}$ (GARCH)	0.9673*** (276.8656)	0.8836*** (71.6943)	0.9534*** (246.4072)	0.9454*** (111.8515)
$a_{i,1}$ (ARCH)	0.0527*** (8.5390)	0.1300*** (7.7076)	0.0819*** (13.1103)	0.0792*** (6.3530)
$a_{i,2}$ (leverage)	-0.0491*** (-6.0158)	-0.0627*** (-3.7678)	-0.0707*** (-11.5460)	-0.0528*** (-4.1623)
ρ	0.1785 (1180.7)		0.1387 (1639.4)	
Log Likelihood	5655.55		5675.36	

註：

- 1.模型參數分別為(11),(12)平均數方程式及(15),(16)條件變異數方程式的係數值。
- 2.括號中的數值為 t 值。
3. ρ 為現貨與期貨報酬率的相關係數。
- 4.***, **, *分別表示在 1%, 5%, 10% 的顯著水準下顯著。

表 8 COMEX 市場之 DCC-GJR-GARCH 模型動態相關係數參數

參數	黃金商品		白銀商品	
	i=s	i=f	i=s	i=f
θ_1	0.066804 (-428.0328)		0.048055 (-104.2987)	
θ_2	0.838887 (325.0328)		0.942387 (23.5941)	
Log Likelihood	3486.62		3381.9	

註：括號中的數值為 t 值。

而與 CCC-GJR-GARCH 模型相互比較，可以發現不論在哪個模型中，COMEX 市場的黃金商品和白銀商品的相關性，都比 COMEX 市場的商品高出許多。

表 9 TOCOM 市場之 DCC-GJR-GARCH 模型動態相關係數參數

參數	黃金商品		白銀商品	
	i=s	i=f	i=s	i=f
θ_1	0.048618 (-29.6995)		0.015287 (-6.5315)	
θ_2	2.00E-06 (0.0000)		2.00E-06 (0.0000)	
Log Likelihood	5651.08		5674.71	

註：括號中的數值為 t 值。

表 10 及表 11 分別為 COMEX 及 TOCOM 市場應用 Copula-GJR-GARCH 模型所需要的參數估計結果，而模型估計分為兩步驟，Panel A 為第一步驟的邊際分配 GJR-GARCH 模型之估計參數，而 Panel B 所呈現之參數為靜態的三種 Copula 函數，Gaussian、T、Clayton 所估出的固定相關係數；最後的 Panel C 分別是 DCC

Gaussian copula 及 DCC T copula 所估計出來的動態相關係數，而此相關係數會隨著時間改變的(time varying)。

表 10 COMEX 市場之 Copula-GJR-GARCH 之所有估計參數

參數	黃金商品		白銀商品	
	i=s	i=f	i=s	i=f
Panel A GJR-Skewed-T GARCH 之邊際分配參數估計				
平均數方程式				
α_{0i}	0.0007 (3.3060)	0.0007 (3.3241)	0.0002 (0.5480)	0.0002 (0.6642)
α_{1i}	-0.0753 (-3.4462)	-0.0506 (-2.1464)	-0.0649 (-3.0842)	-0.0410 (-1.5709)
條件變異數方程式				
c_i	0.0000 (2.3260)	0.0000 (2.0038)	0.0000 (1.7893)	0.0000 (2.0275)
$b_{i,1}$ (GARCH)	0.9398 (74.6642)	0.9441 (62.7808)	0.9482 (79.6295)	0.9471 (84.3743)
$a_{i,1}$ (ARCH)	0.0846 (4.0660)	0.071 (2.8326)	0.0954 (4.6044)	0.0910 (4.7483)
$a_{i,2}$ (leverage)	-0.0648 (-2.8799)	-0.0485 (-1.7931)	-0.0790 (-4.2395)	-0.0720 (-4.0179)
Skew-T 分配函數參數				
η_i	5.4404 (7.6815)	5.0898 (8.1748)	4.4086 (9.4078)	4.4866 (9.1446)
ϕ_i	-0.0018 (-0.1184)	-0.0126 (-0.4936)	-0.1192 (-4.3351)	-0.1295 (-4.2853)

表 10 COMEX 市場之 Copula-GJR-GARCH 之所有估計參數(續)

Panel B 靜態 Copula Kendall's tau 相關係數		
Gaussian copula	0.7930	0.7808
T copula	0.7129	0.7129
Clayton copula	0.7528	0.7420
Panel C DCC Gaussian Copula 函數估計動態相關係數參數		
θ_1	0.0730 (2.8816)	0.0450 (3.7568)
θ_2	0.7971 (5.6726)	0.9462 (61.5658)
Log Likelihood	2360.9660	2361.2750
Panel D DCC T Copula 函數估計動態相關係數參數		
ν	3.7110 (12.5645)	4.0479 (8.1737)
θ_1	0.0526 (7.4939)	0.0443 (2.7711)
θ_2	0.9473 (129.3900)	0.9557 (62.3192)
Log Likelihood	2616.9720	2502.5210

註：1.模型參數分別為(26),(27)平均數方程式及(28)-(32)條件變異數方程式的係數值。

2.括號中的數值為 t 值。

由表 10 和表 11 可以看到，GJR-Skewed-T GARCH 之邊際分配的參數多數為顯著，而我們利用 Skewed-T 可以捕捉到個別市場中不對稱的因子，再利用不同的 Copula 函數來配適找出最符合實際的報酬的分配。而由於 GARCH 模型之殘差所服從的分配與 CCC-GJR-GARCH 模型、DCC-GJR-GARCH 模型不同，因此在兩商品之間的相關係數會有所差異。

表 11 TOCOM 市場之 Copula-GJR-GARCH 之所有估計參數

參數	黃金商品		白銀商品	
	i=s	i=f	i=s	i=f
Panel A GJR-Skewed-T GARCH 之邊際分配參數估計				
平均數方程式				
α_{0i}	0.0007 (3.3060)	0.0007 (3.5171)	0.0002 (0.5480)	0.0005 (1.8310)
α_{1i}	-0.0753 (-3.4462)	-0.0997 (-4.2321)	-0.0649 (-3.0842)	-0.0421 (-1.9402)
條件變異數方程式				
c_i	0.0000 (2.3260)	0.0000 (1.6991)	0.0000 (1.7893)	0.0000 (1.6975)
$b_{i,1}$ (GARCH)	0.9398 (74.6642)	0.8936 (25.8233)	0.9482 (79.6295)	0.9456 (65.1342)
$a_{i,1}$ (ARCH)	0.0846 (4.0660)	0.1275 (4.2056)	0.0954 (4.6044)	0.0797 (4.8683)
$a_{i,2}$ (leverage)	-0.0648 (-2.8799)	-0.0698 (-3.5934)	-0.0790 (-4.2395)	-0.0539 (-4.4267)
Skew-T 分配函數參數				
η_i	5.4404 (7.6815)	8.5174 (5.3365)	4.4086 (9.4078)	16.0970 (2.8323)
ϕ_i	-0.0018 (-0.1184)	-0.0598 (-2.0298)	-0.1192 (-4.3351)	-0.1022 (-3.5822)
Panel B Copula 函數估計參數				
Gaussian Copula	0.1199		0.0891	
T Copula	0.1186		0.0845	
Clayton Copula	0.1037		0.0763	

表 11 TOCOM 市場之 Copula-GJR-GARCH 之所有估計參數(續)

Panel C DCC Gaussian Copula 函數估計參數		
θ_1	0.0540 (2.6543)	0.0007 (0.3139)
θ_2	0.0000 (0.0000)	0.9953 (263.925)
Log Likelihood	40.6670	19.8050
Panel D DCC T Copula 函數估計參數		
ν	199.9997 (125547.6479)	21.0623 (1.7603)
θ_1	0.0543 (3.0616)	0.0007 (0.3560)
θ_2	0.0002 (0.0004)	0.9960 (252.9492)
Log Likelihood	40.8830	22.3250

註：1.模型參數分別為(26),(27)平均數方程式及(28)-(32)條件變異數方程式的係數值。

2.括號中的數值為 t 值。

四、績效評估

為了評估模型是否真的有效降低變異數，我們分別估計了樣本內與樣本外的變異數，並利用(44)式計算因考慮避險所減少的變異數比例，若績效評估之值愈大，表示其模型所降低之變異數愈大，亦表示使用此模型避險可達到最佳的避險績效。又為了比較不同期間的避險績效，在樣本外的部分，本文針對向前 5 天的報酬投資組合進行避險績效評估，表 13 則是不同避險模型評估後的結果。

在樣本內的績效評估，我們可以發現除了 TOCOM 市場的黃金商品及白銀商品所計算出的避險績效均較 COMEX 市場差。就 COMEX 市場的黃金避險績效而言，所有的 GJR-GARCH 模型均較 OLS 模型為佳，避險績效最佳者為

DCC-Gaussian Copula 模型，其次為 DCC-T Copula 模型，最差者為 CCC-GARCH 模型。而同市場中的白銀商品避險績效仍以 DCC-Gaussian Copula 模型最佳，最差者亦是靜態的 CCC-GARCH 模型。TOCOM 市場的避險績效顯然地較 COMEX 市場差，在黃金市場的避險績效中，則以 Gaussian Copula 模型最佳，動態的 DCC T Coupla 模型反而最差，但在白銀市場中，DCC T Copula 又是最佳的避險模型，CCC GARCH 模型最差。

整體而言，除了幾個避險模型(避險績效為負值)之避險績效較 OLS 為差外，其餘均較 OLS 為佳。另外，就不同的避險模型之避險績效而言，動態的 Copula 避險模型平均較靜態的 CCC-GARCH 或 Copula GARCH 模型為高。

表 12 不同避險模型之樣本內績效評估

避險模型	COMEX 市場		TOCOM 市場	
	黃金商品	白銀商品	黃金商品	白銀商品
	Panel A	避險變異數		
OLS	0.1588	0.3548	1.1857	3.1600
CCC GARCH	0.1589	0.3599	1.1870	3.1622
DCC GARCH	0.1526	0.3531	1.1760	3.1527
Gaussian Copula	0.1283	0.3480	1.1197	3.0331
T Copula	0.1526	0.2898	1.1482	3.0058
Clayton Copula	0.1075	0.3976	1.1455	3.0156
DCC Gaussian Copula	0.0628	0.1469	1.5239	2.9001
DCC T Copula	0.0678	0.1491	1.5252	2.8914
	Panel B	避險績效評估		
CCC GARCH	-0.0006(6)	-0.0144(6)	-0.0011(5)	-0.0007(7)
DCC GARCH	0.0390(5)	0.0048(5)	0.0082(4)	0.0023(6)
Gaussian Copula	0.1921(4)	0.0192(4)	0.0557(1)	0.0402(5)
T Copula	0.0390(5)	0.1832(3)	0.0316(3)	0.0488(3)
Clayton Copula	0.3230(3)	-0.1206(7)	0.0339(2)	0.0457(4)
DCC Gaussian Copula	0.6045(1)	0.5860(1)	-0.2852(6)	0.0822(2)
DCC T Copula	0.5730(2)	0.5798(2)	-0.2863(7)	0.0850(1)

註：1.避險績效依本文(44)式評估。

2.避險績效中，括號()數字代表各避險模型的績效排序。

表 13 為探討樣本外且向前 5 天的報酬之投資組合變異數。由表可發現，而所有 GJR-GARCH 模型之投資組合報酬變異數都較 OLS 模型低，表示其模型的績效評亦相對較佳。在 COMEX 市場中的黃金商品，績效最佳的模型仍為 DCC Gaussian Copula 模型，而白銀商品則是 DCC T Copula 模型最佳。在 TOCOM 市場中的所有商品中，其評估績效的差異比 COMEX 市場中的商品小，而 TOCOM 市場中的黃金商品的最佳模型為 Clayton Copula，在該市場中的白銀商品最佳模型為 DCC T Copula 模型。由以上的結果可知，在 COMEX 市場中，黃金或是白銀商品的避險績效仍以動態的 Copula 模型為最佳，其次為靜態的 CCC 或 DCC GARCH 模型，最後則是靜態的 Copula 模型。而在 TOCOM 市場中，黃金或是白銀商品的避險績效仍以動態的 Copula 模型為最佳，其次為靜態的 Copula 模型，最後則是 CCC 或 DCC GARCH 模型。

而造成樣本內外績效差異的主要可能原因除了不同市場的表現差異外，再者是本文的估計範圍包含了金融風暴前與金融風暴爆發的年代，因此在金融風暴期間的商品的波動性大幅提升，而本文採用的避險比率係按金融風暴前的所估出的參數，因此導致波動性低估，而使模型績效不佳。

表 13 不同避險模型之樣本外績效評估(預測向前 5 天)

避險模型	COMEX 市場		TOCOM 市場	
	黃金商品	白銀商品	黃金商品	白銀商品
Panel A 避險變異數				
OLS	2.1468	2.0931	4.5944	11.0208
CCC GARCH	0.8548	0.8634	0.7916	2.861
DCC GARCH	0.8552	0.8666	0.7614	2.8597
Gaussian Copula	1.0364	0.8811	0.6898	2.0252
T Copula	0.9358	0.8792	0.6890	2.0162

Clayton Copula	0.974	0.8786	0.6851	2.0283
DCC Gaussian Copula	0.8189	0.7518	0.7123	2.0655
DCC T Copula	0.8355	0.7513	0.7131	2.0087
Panel B 績效評估				
CCC GARCH	0.6018(3)	0.5875(3)	0.8277(7)	0.7404(7)
DCC GARCH	0.6016(4)	0.5860(4)	0.8343(6)	0.7405(6)
Gaussian Copula	0.5172(7)	0.5790(7)	0.8499(3)	0.8162(3)
T Copula	0.5641(5)	0.5800(6)	0.8500(2)	0.8171(2)
Clayton Copula	0.5463(6)	0.5802(5)	0.8509(1)	0.8160(4)
DCC Gaussian Copula	0.6185(1)	0.6408(2)	0.8450(4)	0.8126(5)
DCC T Copula	0.6108(2)	0.6411(1)	0.8448(5)	0.8177(1)

註：1.避險績效依本文(44)式評估。

2.避險績效中，括號()數字代表各避險模型的績效排序。

肆、結論與建議

黃金與白銀商品是目前相當熱門的避險商品，本研究透過 LME 現貨與 COMEX、TOCOM 黃金與白銀期貨進行避險組合及績效評估。在實證研究上，主要考慮 Copula-GJR-GARCH 避險模型，分別以五種不同型態呈現，包含 Gaussian copula 函數、T copula 函數、Clayton Copula 函數、DCC Copula 函數 Gaussian copula 函數和 DCC T copula 函數。並且與傳統 OLS 簡單迴歸避險模型、CCC-GJR-GARCH 模型、DCC-GJR-GARCH 模型比較。實證上利用樣本內 (2000 年 1 月 4 日至 2008 年 7 月 3 日) 的參數評估來建立避險模型及績效評估，同時也進行樣本外 (2008 年 7 月 4 日至 2010 年 3 月 1 日) 向前 5 天的避險績效評估。

實證結果顯示，無論在樣本內、外的績效評估得知，整體而言以 Copula-GJR-GARCH 之避險績效較其他避險模型為佳。但在樣本內績效，有少數幾個模型之績效較 OLS 模型差，但在預測向前 5 天之績效評估中，我們發現所有市場與商品之 GJR-GARCH 模型皆優於 OLS 模型，尤其是 TOCOM 市場之績效很明顯地優於 OLS 模型。此結果亦驗證了以 Copula 為基礎的 GJR-GARCH 確實較能掌握現貨與期貨的組合動態變異數，進而求出避險比率，其績效亦明顯較其他模型為佳。就不同模型的避險績效評估相較，這結果與 Hsu et al.(2008)一致，在該文中分別應用 S&P 500 指數期貨，FTSE 100 指數期貨及 MSCI-SWI 指數期貨進行避險並檢視不同 GARCH 模型績效，亦發現不同期貨市場最佳的 copula-GJR-GARCH 模型並不同。究其因，我們認為不同的市場及標的資料應各有其最佳的 GARCH 配適模型，而透最小避險比例模型求出的變異數及績效也可能會有所差異。另一方面，這結果也反應出不同的市場反應的是交易制度的差異或是投資人的交易習性。再則是這段期間恰發生了金融風暴，商品價格發生劇烈波動，亦可能會影響模型的績效。

我們所採取的三大市場地所在位置為不同國家，雖然這些市場對於國際貴金屬價格都有舉足輕重的地位，但市場與市場之間亦會存在著「價格領導」機能。因此，我們建議未來在探討此議題時，可以在模型中考慮這因素。又由於市場對貴金屬的需求增加，有愈來愈多的國際交易市場會對貴金屬價格造成影響，同時亦可考慮多個商品間的相關性及其影響程度之比重，來做投資組合之避險。

Copula 函數已經廣泛地被運用於金融資產的評價上，而不同的 Copula 函數具有不同的機率分佈，捕捉資料的機率分佈也大不相同。為了更確實地捕捉資料的原始分配，許多文獻在 Copula 方法的應用中，漸漸採用混和的 Copula(Mixed Copula)函數來配適資料分配，但是多數的避險文獻採用的 Copula-GARCH 模型，主要是以一種 Copula 函數的型態呈現，在未來可以將 Mixed Copula 函數與 GARCH 模型做結合，形成 Mixed Copula-GARCH 模型，更能捕捉單一 Copula 函數所無法捕捉之部分，以找到最適合所有商品的避險模型，並提供給投資人更貼近市場的參考模型之一。

參考文獻

1. 李亦屏(2004)，黃金期貨之避險分析，中原大學企業管理學系碩士論文。
2. 巫春洲、劉炳麟、楊奕農 (2009)，農產品期貨動態避險策略的評價，農業與經濟，第 42 卷，頁 39-62。
3. 邱建良、魏志良和吳佩珊(2004)，TAIFEX 與 MSCI 台股指數期貨與現貨直接避險策略之研究，商管科技季刊，第 5 卷，第 3 期，頁 169-184。
4. 林俊良、劉子康(2009)，自由度具解析解之動態 t-copula 在商品期貨風險管理的應用，台灣期貨與衍生性商品學刊，第 9 期，頁 1-30。
5. 何其祥、張晗、鄭明(2009)，包含股指期貨的投資組合之風險研究—copula 方法在金融風險管理中的應用，數理統計與管理（中國），第 28 卷，第 1 期，頁 159-166
6. 徐偉書 (2008)，動態避險下基差與負面衝擊的不對稱效果，淡江大學財務金融學系碩士論文。
7. 楊奕農(2009)，時間序列分析—經濟與財務上之應用，二版，雙葉出版社。
8. 劉冠忠(2007)，國際黃金指數、黃金期貨與總體經濟動態關聯性之研究-狀態空間模型之應用，開南大學財務金融學系碩士論文。
9. Baba, R..F., Engle,D. F., Kraft and K. F. Kroner(1991), “ Multivariate Simultaneous Generalized ARCH,”*Unpublished manuscript Department of Economics University of California San Diego.*
10. Bollerslev, T., R.F. Engle and J.M. Wooldridge (1988), “A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances,” *Journal of Political Economy*, 96:116-131.
11. Bollerslev, T. (1990) “Modeling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: Multivariate Generalized ARCH Approach,” *Review of Economic and Statistics*, 72:498-505.
12. Choudhry, T., (2004) “Time-Varying Distribution and Hedging Effectiveness of Three Pacific-Basin Stock Futures”, *International Review of Economics and Finance*, 13:371-385

13. Dickey, D. A. and W. A. Fuller(1981),“Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root,” *Econometrica*, 49:1057-1072.
14. Edrington, L. H. (1979). “The Hedging Performance of the New Futures Markets,” *Journal of Finance*, 34:157-170.
15. Engle, R. F. and K. F. Kroner(1995), “Multivariate Simultaneous Generalized ARCH, *Econometric Theory*, Cambridge University,11: 122-150.
16. Engle, R. F.,(2002), “Dynamic Conditional Correlation-A Simple Class of Multivariate GARCH Models,” *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(3): 339-350
17. Glosten, L. R., R. Jagannathan and D. E. Runkle (1993), “On the Relationship Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Returns on Stocks,” *Journal of Finance*, 48:1779-1801.
18. Hamao, Y., R. Masulis, and V. Ng(1990),“Correlations in Price Changes and Volatility across International Stock Markets,” *The Review of Financial Studies*, 3(2),281-307.
19. Hansen,B.E.(1994),“Autoregressive Conditional Density Estimation,” *International Economic Review*,35:705-730.
20. Hsu, C. C, C. P. Tseng and Y. H. Wang (2008). “Dynamic Hedging with Futures: a Copula-based GARCH Model,” *Journal of Futures Markets*, 28(11): 1095-1116.
21. Joe, H. (1997). *Multivariate Models and Dependence Concepts*. London: Chapman & Hall.
22. Johnson, L. (1960). “The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures,”*Review of Economic Studies*, 27:139-151.
23. Lee, W. C. and H. N. Lin, (2010) “The Dynamic Relationship between Gold and Silver Futures Markets based on Copula-AR-GJR-GARCH Model,” *Middle Eastern of Finance and Economics*, 7:118-129.

24. Lien, D., Y. K. Tse, and A. Tsui (2002). "Evaluating the Hedging Performance of the Constant-Correlation GARCH Model," *Applied Financial Economics*, 12:791-798.
25. Lien, D. and L. Yang (2006). "Spot-futures Spread, Time-varying Correlation, and Hedging with Currency Futures," *Journal of Futures Markets*, 26:1019-1038.
26. Markowitz, H. M. (1952). "Portfolio Selection," *Journal of Finance*, 7:77-91.
27. Patton, A. J.(2006) , "On Default Correlation: A Copula Function Approach," *International Economic Review*, 47: 527-556
28. Phillips, P. and P. Perron (1988). "Testing for a Unit Root in Time Series Regression," *Biometrika*, 75 (2):335-346.
29. Kenourgios, D., A. Samitas, and P. Drosos (2008). "Hedge Ratio Estimation and Hedging Effectiveness: the Case of the S&P 500 Stock Index Futures Contract," *International Journal of Risk Assessment and Management*, 9(1/2):121-138.
30. Sklar, M. (1959). "Fonctions de r'épartition `a n Dimensions et Leurs Marges," *Publ.Inst. Statist. Univ. Paris*, 8:229-231.
31. Stein, J. L. (1961). "The Simultaneous Determination of Spot and Futures Prices," *American Economic Review*, 51 (5):1012-1025.
32. Witt, H., T. Schroeder, and M. Hayenga (1987), "Comparison of Analytical Approaches for Estimating Hedge Ratios for Agricultural Commodities, *Journal of Futures Markets* 7:135-146.
33. Working, H. (1953) "Futures Trading and Hedging," *American Economics Review*, 43 (3):314-343.

台灣 50 指數 ETF 上市對台指期貨訂價效率之影響 The Effect of Introduction of The Taiwan 50 ETF on the Pricing Efficiency of TAIFEX

- ◆ 朝陽科技大學財務金融系 副教授
Department of Finance, Chaoyang University of Technology
- 金鐵英 Tiein Jin
- ◆ 虎尾科技大學財務金融系 助理教授
Department of Finance, National Formosa University
- 金鐵珊 Tieh-Shang Jin
- ◆ 東海大學工業工程與經營資訊研究所 研究助理
Department of Industrial Engineering and
Enterprise Information, Tunghai University
- 金之中 Chih-Chung Chin

摘要

指數股票型基金(Exchange Traded Funds, ETF)的存在與否不會影響其指數期貨或者現貨的訂價,但會影響其指數期貨的訂價效率。本研究的主題是探討台灣 50 指數股票型基金的上市,對台股指數期貨(TAIFEX)訂價效率的影響。實證結果發現,隨台灣 50 指數 ETF 的引進,使得台股指數期貨價格偏離訂價的情形減小。這個結果,即使在設定不同交易成本的假設以及引進其他的外生變數下仍然成立。即台灣 50 指數 ETF 上市之後,台指期貨套利機會呈現出一致減少的現象。經由台灣 50 指數 ETF 與台指期貨的套利過程,本文驗證此項新商品引進之後,對台灣市場的影響是會顯著的降低台灣指數期貨之波動率,即對台股市場大盤有穩定的作用,因而對台灣指數期貨訂價效率有顯著提升的效果。

關鍵詞：台灣 50 指數 ETF、指數股票型基金、台指期貨訂價效率

Abstract

Taiwan 50, the first Exchange Trade Fund, was introduced into and listed on the Taiwan Security Market on June 30, 2003, which tracks the price index based on fifty selected blue-chip stocks. In this paper, the authors apply the Intervention analysis to examine the efficiency of TAIFEX, the major stock index futures on the market, around the listing day of Taiwan 50. Evidence shows that the volatility of TAIFEX is significantly decreased, and the market become more stable after the introduction of Taiwan 50. In other words, the introduction of Taiwan 50 enhances the pricing efficiency of TAIFEX. These results remain intact under the assumptions of different transaction costs, different dynamic responses and inclusion of other factors.

Key words: Taiwan 50, Exchange Trade Fund, ETF, Pricing Efficiency of TAIFEX

壹、前言

全球第一個指數股票型基金(Exchange Traded Fund, ETF)是由加拿大多倫多證交所在1989年推出的TIPS35。隨後美國在1993年由道富集團獲准在美國證交所(AMEX)推出SPDR S&P500。亞洲最早則是香港證交所於1999年推出的盈富基金。歐洲首次是由德國法蘭克福交易所於2000年4月推出道瓊歐洲股票50指數及DOW50，然後在於瑞士交易所及Euronext交叉掛牌。ETF具有管理費用低廉、交易稅低廉、風險分散容易、跨國投資方便、追蹤誤差微小、流動風險低、與資訊透明度高、優點，所以相當適合長期持有的投資人。另一方面，ETF還允許融資融券、平盤下放空、與當日沖銷，因此也可以用來進行短線投機、套利與避險。近十年來，ETF型商品已經在全球風起雲湧，各國證交所皆爭相掛牌。至2011年3月，美國已有1,216檔ETF掛牌上市，總市值達1.135兆美金，日均成交值達到645億美金。ETF的標的物也自股價指數，逐漸擴展至債券、匯率、不動產、與大宗原物料等，乃至於以ETF為標的之期貨與選擇權也相繼問世(Gao and Bell 2003)。近來單純被動追蹤的傳統方式，也拓展至主動(active)方式、反向(inverst)方式與槓桿(leveraged)方式(Little 2010)。

在2002年10月，台灣證交所與英國富時指數公司(FTSE)合作編製台灣50指數。而後於2003年6月30日，推出追蹤台灣50指數的ETF——『寶來台灣卓越50基金』(以下簡稱台灣50 ETF)。同時期交所亦推出，以台灣50指數為標的之台灣50指數期貨。至2011年，台灣已經共有15檔ETF發行。這些新商品的推出，不僅提供投資人更多投資投機、套利、避險與風險分散的交易平台，創造財金人員的就業，並有利於政府稅收，可謂是多贏的局面。雖然台灣一直缺少新台幣匯率、利率及大宗原物料的金融商品，使得台灣無法與國際主要市場匹美，但是以股價為標的之商品已漸臻完備。另一方面，由於ETF、期貨、選擇權都是和股價指數相關的金融商品，經由套利的過程，可能彼此會產生替代或互補的關係，對於相關金融商品的成交量或價格反應效率也會有不同程度的影響，這些都是學界關注及研究的重點。

在台灣，以股價為標的之商品之間原本即存在有價格關聯，ETF 的推出使得於來存在於指數現貨、指數期貨與指數選擇權之間的套利及避險操作更趨向多元化。例如，以往進行指數現貨與期貨之間的套利與避險時，小額投資人必須按照現貨權值比例組成一個投資組合。因為最低交易量為一張股票，不僅權數組成上會有偏差，交易成本也會侵蝕掉原先計算出來之套利或避險空間，可說負擔沉重。台灣 50 ETF 的推出部分解決了這些問題，且台灣 50 ETF 設有實物申購買回機制，可確保其市價不致偏離淨值。

ETF 雖然是一種新金融商品，但它不是衍生物，比較像是一籃子股票現貨或封閉型基金(Bodie et al 2011)。由於它簡單明白，所以市場投資人的接受度很高，可是也由於這個原因，學術界至今以 ETF 為主題的研究仍然相當有限。對於 ETF 的研究大都集中在股指現貨、股指期貨、股指選擇權和 ETF 四者之間的價格互動作探討，例如：Chung (1991)使用日內資料，進行事後(*ex post*)與事前(*ex ante*)檢定，探討芝加哥交易所交易的 MMI 指數期貨訂價效率及其與指數現貨間的套利關係。Ackert and Tian (2000)比較 ETF 價格是否貼近於其標的物現貨淨值的價格，如果有偏誤大於交易成本時，即可進行操作創造或贖回套利。他們發現因為交易稅費低廉及存在實物申購買回機制之套利，SPDR 並沒有大幅溢折價的現象。Chu et al (1999)與 Schlusche (2009)研究指數現貨、指數期貨和指數 ETF 的價格發現關係，發現三者間存在共整合關係，即長期呈現穩定的互動現象，實證結果支持期貨和 ETF 有較好的價格發現能力。在國內唐婉歲(2003)則研究 Nasdaq100 現貨、Nasdaq100 期貨和 QUBE ETF 的價格發現關係，得到類似的結論。

在台灣，ETF 上市已有多年，但相關的實證研究仍然有限。台灣證交所在推出 ETF 上市時宣稱，ETF 擁有比一籃子股票更適合對指數期貨作套利避險的優勢(台灣證交所 2011)，若此陳述為真，則市場上應該會有許多投資人利用 ETF 進行套利避險的操作，進而達成促進台股指數的穩定性與效率性的預期效果。但事實是否如此？目前仍然缺乏實證研究的支持，此即為本文的研究目的。本研究以探討台灣 50 ETF 的上市對台股指數期貨的影響為主題，研究方法主要是使用

時間序列之介入函數(Intervention function)為研究方法，比較在台灣 50 ETF 上市前與上市後，台股指數期貨(以下簡稱台指期)價格偏離之絕對值及台指期市價超出無套利區間之次數有無顯著的不同，來驗證 ETF 對於指數期貨訂價效率之影響。然後加入現貨波動率與期貨成交量，這些可能會影響台股指數期貨訂價效率的其他因素一起進行分析。最後得到台灣 50 ETF 上市對台股大盤的波動性確實是有穩定的效果，對台指期貨訂價的效率性也有促進的效果。

本文選用台灣 50 ETF 的原因是：台灣 50 ETF 是目前台灣上市的 15 檔 ETF 中，上市時間最久、市值最大、並且成交量也最大的 ETF。以 2011 年首季來說，台灣 50 ETF 的成交值佔 15 檔 ETF 總成交值的 65.23%，其次是寶來台灣電子 ETF 佔 25.93%。其他 13 檔的成交值總和則不到 10%，如果拿來作研究，影響力薄弱並且容易引起交易量不足(thin trades)的誤謬。必需說明的是，本研究已將全部過程，對寶來台灣電子 ETF 重複跑一次，得到的結果與對台灣 50 ETF 非常類似。除第壹節為前言外，本文架構如下：第貳節為文獻回顧，介紹有關 ETF 的國內外文獻。第參節為實證資料與研究方法，說明本研究的資料搜集及處理過程，使用的統計模型與估計檢定方法。第肆節為實證分析，包括實證結果的呈現與討論。第伍節為結論與建議，對實證結果作總結，並提出未來研究方向與建議。

貳、文獻回顧

由於 ETF 是新金融商品，所以相關文獻大多出現在近十年左右。回顧文獻後發現在現貨與期貨部分，相關研究中作者的觀點論述與得到的研究結論，具有相當程度的一致性。因此本節未以議題為主作各個作者之相互比較，僅列示出作者之研究與發現，然後在最後一段作出與本文主題相關的綜合評述。必須要聲明的是，在衍生性金融商品的領域中，期貨與選擇權是兩種截然不同的商品，兩者各自有其獨立的評價公式與特性，不可混為一談。選擇權市場通常流通性比較差，導致其價格發現功能比較差。本文的研究範圍只涵蓋現貨與期貨市場，並不涉及選擇權市場，所以本節的內容以現貨與期貨為主。在選擇權部分，截至目前得到的實證證據比較微弱且不一致，可說尚處於待開發階段，本節僅略為陳述以期拋磚引玉。

以作者所知最早關於 ETF 上市與衍生性商品交互影響的文獻是 Park and Switer (1995)。該文研究在 TIP ETF 上市後對多倫多 35 指數期貨交易量及訂價偏離的影響，所謂訂價偏離是指期貨實際市價與理論價之差除以現貨價格。結果發現 TIP 引進後多倫多 35 指數期貨的成交量增加，同時發生偏離訂價的次數降低。而且因為使用 TIP 進行套利的交易費用便宜，使得指數套利較易進行，於是脫離理論價格的實際價格較能迅速的回復到均衡價格。所以作者推論，TIP 推出後提升了多倫多 35 指數期貨的訂價效率。

Switzer et al (2000)研究 SPDR 對 S&P500 指數期貨訂價效率的影響，結果得到類似的結論。研究的期間除考慮日資料，並加入每小時的資料，結果發現 SPDR 發行後，期貨訂價偏離或是期貨訂價偏離之絕對值均顯著下降。接著加入其他影響期貨定期效率的變數做分析，得到的結果是當指數累積股利率愈高、期貨到期天數愈長或 SPDR 的交易量愈大時，都會使得訂價偏離變小。Chu and Hsieh (2002)以持有成本理論，計算出 S&P500 指數期貨與 SPDR 的理論價格，並考慮在各種交易成本下及執行套利策略的時間落差(事後減事前)後進行實證，來檢定發行 SPDR 前後，兩者市價脫離套利區間的次數及距離。結果顯示，SPDR 上市後對 S&P500 期貨或 SPDR 本身，事後偏離次數與偏離比率均增加，事前套利利潤卻減少，並且超過理論價格下限的次數與套利利潤均呈減少，這個結果支持 SPDR 允許放空所以有助於在當期貨價格被低估時的套利活動，以利其回復均值。

Kurov and Lasser (2002)探討 1999 年發行 QUBE ETF 後，NASDAQ100 指數期貨之訂價是否更具效率，分為事後違反次數與事前預期利潤來分析，另外加入指數現貨的波動性、期貨交易次數、離期貨契約到期天數等變數，探討在 QUBE 上市前後是否會影響期貨價格偏離、期貨價格偏離的次數、以及可獲利之套利次數占套利總次數的比例，並考慮各種執行時間以模擬套利。實證結果顯示，QUBE 上市後，改善了 NASDAQ100 指數期貨市場的訂價效率。在迴歸模型方面，當離期貨到期天數愈長或指數波動性愈高時，期貨價格偏離程度愈高，而期貨交易量並不會顯著的影響期貨價格偏離。由事前違反次數佔事後違反次數之比例，來檢視每日期貨價格偏離，亦得到相同的結論。

Milonas and Rompotis (2010)使用相同股價指數標的物的美國 ETF 與瑞士 ETF，以比較其訂價效率，結果發現美國 ETF 的訂價效率較佳。不過這個結果可完全歸因於兩個市場的微機制不同所致，就是交易成本越低、成交值越大與交易頻率越高的市場，其 ETF 的訂價效率就越佳。Borkovec et al (2010)研究在 2008 年金融風暴期間，股價指數 ETF 的行為表現。結果發現 ETF 在價格上並不會領先標的個股下跌，但是在成交量上，ETF 萎縮的速度要比標的個股來得迅速。作者將之歸因於是投資人在行為財務上恐慌的具體表現。

在 ETF 與選擇權方面，Ackert and Tian (1998)探討 TIP 上市後，多倫多 35 指數與多倫多 35 指數選擇權價格之間訂價效率性的關係。他們發現 TIP 的出現並沒有改善指數選擇權的訂價效率，他們提出的原因是 TIP 沒有完全追蹤多倫多 35 指數。Ackert and Tian (2001)則探討 SPDR 上市前後，S&P500 指數現貨與 S&P500 指數選擇權之間的關係。他們採用 1992 年 2 月 1 日至 1994 年 1 月 31 日的日資料，並使用兩種無套利理論選擇權模型。其一為買賣權限制式與買賣權評價的聯合檢定，另一為考慮買賣權買賣價差的箱子價差(Box Spread)檢定。前者可檢定選擇權市場的效率性與兩市場間的資訊傳遞速度，後者除可檢定選擇權市場效率性外，並可檢定選擇權價格是否隨著時間而更具效率。結果發現考慮交易手續費、買賣價差與放空限制下，SPDR 上市後他們觀察到，選擇權價格違反無套利區間的次數並沒有明顯減少的現象。但是流動性與現貨指數價格變動，與選擇權價格違反無套利區間的次數有關，選擇權價格會隨時間遞增而更具效率。雖然 SPDR 可以以較低廉的成本來複製指數代替選擇權標的資產部位，可是實證結果並不支持 SPDR 推出後會使選擇權價格更具效率的結論，他們認為原因是交易成本與放空限制使得套利策略受限所致。

在國內探討 ETF 上市對於期貨訂價效率影響的研究很少，其中孫毓徽(2003)以 1997 年 10 月 6 日到 1998 年 8 月 13 日道瓊指數與期貨的檔次交易資料研究 DIAMOND ETF 上市對道瓊指數期貨訂價效率的影響。研究方法是先作資料配對，以提高其同時性，再分別計算事前及事後偏離次數做比較。實證結果發現，DIAMOND 上市後期貨之平均價格偏離縮小，事後偏離比率降低，事前偏離比率亦降低。該文作者另以迴歸分析的動差法來估計參數，也同樣得到 DIAMOND 上市後期貨的平均價格偏離縮小的結論。

張美媛(2003)研究 SPDR 上市對 S&P500 指數期貨訂價效率的影響，使用的研究方法與孫毓徽相近，結果發現 SPDR 的推出沒有明顯改善 S&P500 指數期貨的訂價效率，但可改善期貨價格被低估的情況。在迴歸模型方面，當 S&P500 指數現貨波動性愈大、期貨交易次數愈不頻繁及距期貨到期天數愈長，則 S&P500 指數期貨之價格偏離愈高。當期貨交易次數愈不頻繁或離期貨到期天數愈長時，事後偏離次數則顯著愈高。當 S&P500 指數現貨波動性愈大或離期貨到期天數愈長，則事前偏離次數占事後偏離次數比例就會愈高。

由以上的論文回顧得知，指數期貨價格與其標的現貨價格間，存在著非常緊密的連動關係，因此訂價效率已經成為財金學術界一個重要的研究主題。理論上，根據持有成本模型可推導出期貨理論價格，一旦期貨與現貨出現價格失衡現象，且其偏離程度又超過交易成本時，套利的機會就會浮現。換言之，根據持有成本理論，求出的期貨理論價格，在考慮合理的套利成本後，將可以得到一個無套利區間。實務上，市價一旦超過無套利區間，就可執行套利的動作。或者，期貨價格超出無套利區間，即可視為是價格短期偏離的現象，其來源應是市場偏低的訂價效率所致。至於何謂效率？在資訊廣泛流通便宜且容易被取得時，資訊就能迅速且正確的被反映到金融商品價格上。於是期貨價格應該等於其投資價值，也就是期貨理論價格。總之，在市場上如果觀察到價格偏離的時間縮短，或者價格超過無套利區間的次數減少，都可以視為訂價效率提高的表現。

參、實證資料與研究方法

本研究旨在探討台灣 50 ETF 發行之後，對於台指期訂價效率之影響。在研究方法上，回顧以往國內外的文獻幾乎都是使用有母數或無母數的統計方法，例如迴歸分析等。程序上是建立自變數與應變數的方程式，再同時引進控制變數作確認。其缺點是可能存在卻被忽略的內生與外生變數不勝枚舉，導致研究結果的強韌性(robust)不足。為避免這個缺點，本文採用的主要研究方法是時間序列之介入分析。程序上是在所有環境變數下，建立一個應變數的恒定時間序列 ARIMA 方程式，再比較取出與放入介入自變數時，兩者對方程式的影響。如此將增加研究進行的複雜度，但在先天上就比較能夠避免上述缺點，使研究結果具有較佳的強韌性。在財務學術界，有所謂的事件研究法(Event study method)。以作者所知，

即使市場上存在有數十個其他自變數可能會對股價有影響，而事件研究法在進行縱斷面(time series)分析時，從來不需要考慮其他控制變數對股價的影響。這是因為在事件日之前的『估計期』及事件日之後的『檢驗期』，其他控制變數對股價存在著相同的影響力。於是學者就可專注於自變數與應變數的時間序列性質與評價。本文使用的介入分析法與事件研究法具有異曲同工之妙。因為介入分析也是以介入時間為基準，將研究期間劃分為介入之前與介入之後兩個期間。因此使用恒定時間序列 ARIMA 方程式即可，不需再考慮其他自變數的影響，這是介入分析法本身具有的特點。

在研究步驟上，本文(1)先依據持有成本模型，定義出台指期的理論價格，再根據台指期的理論價格及其交易成本，定義出台指期價格偏離之絕對值及其無套利區間。仿效 Ackert and Tian (2000), Switzer et al (2000)及 Kurov and Lasser (2002)之作法，價格偏離取絕對值之涵意為，研究焦點是偏離，正或負值的偏離均同等視為偏離。如此實驗期間將不受到環境變數，例如市場是多頭或空頭的影響。(2)將台灣 50 ETF 上市前後的期間設為虛擬變數，運用介入模型以檢視台灣 50 ETF 上市後，對於台指期價格偏離大小的影響。另一方面，針對無套利區間，考慮在不同交易成本之下，檢視台灣 50 ETF 上市前後台指期市價超出無套利區間的次數是否有所改變。(3)最後尚須檢定該模式是否符合最適配置適合度，而使得參數估計能夠正確。如果模式判斷有變異數不一致的現象，就建構 GARCH 模式以解決。(4)最後引進其他可能影響台指期訂價效率的因素作強韌度檢視，以便對本研究得到的結果作確認。

一、資料來源與操作變數

本文研究之數據來源，台指期是由大時科技公司所提供的日內每五分鐘的成交資料，其標的為台灣證交所發行的加權股價指數。因為台指期的交易時間為上午 8:45 到下午 1:45，與台指現貨是上午 9:00 到下午 1:30 不同，所以只取共同交易時間之早上 9:00 到下午 1:30 的期貨交易資料，來進行研究。根據文獻，股市開盤與收盤時的波動較大，也有所謂的到期效應存在，但本文的研究目的是希望觀察到對台股整體波動率的影響，包括開盤與收盤與接近到期日，因此波動率較高與波動率較低的可能發生時期都予以涵蓋在研究範圍內，以求結果具較佳之涵

蓋性與適用性。根據晚近的研究(例如黃佐銘 2005)，自台灣證交所於 2002 年 7 月修改其指數期貨結算價之計算方式後，台灣已不存在所謂的到期效應，僅新加坡摩根台指仍存在該效應。台灣 50 ETF 上市日期為 2003 年 6 月 30 日，本文的研究焦點在上市日前後，故以此為分水嶺作劃分，使用前後各半之資料。即選定研究期間由 2003 年 1 月 2 日至 12 月 26 日。經彙整後，台灣 50 ETF 推出前，即 2003 年 1 月 2 日至 6 月 29 日，共有 118 個交易日，包括 6,490 筆五分鐘報價。台灣 50 ETF 推出後，即 6 月 30 日至 12 月 26 日，共有 127 個交易日，包括 6,979 筆五分鐘報價。要補充說明的是 10 月 24 日開盤因期交所撮合電腦當機致有 6 筆資料空缺，所以全部期間共有 245 個交易日，共有五分鐘報價 13,469 筆。

期貨之內生價格(instinct value)為何？無由知悉。但根據套利訂價原理之持有成本模型，可利用現貨價格的定位找出期貨價格。就是說期貨之內生價格何在雖然不知，但它與現貨價格的關係是可被確認的，稱之為期貨理論價格。根據持有成本模型計算出的股價指數期貨理論價格(Hull 2011)如[1]式所示

$$F_t^e = S_t e^{r(T-t)} - D(t, T) \quad [1]$$

其中， F_t^e ： t 日之台指期理論價格； S_t ： t 日之台指現貨價格； r ：無風險利率； $D(t, T)$ ： t 日至到期日 T ，持有台指現貨所發放之現金股利折算至 t 日之金額。

本文使用的無風險利率部份，採用於中央銀行網站每日所公布的台灣銀行業牌告一個月存款利率之歷史紀錄。根據[1]式，在股利分配方面，只需考慮除息所發放的現金股利 $D(t, T)$ 值，包括 t 至 T 日，所有列入計算台指之個別上市公司 $i=1$ 至 n 家所發放的現金股利總和，即

$$D(t, T) = \sum_{i=1}^n d_i e^{-r(t-t_i)}$$

其中， d_i ：個別上市公司 i 於除息日所發放的現金股利(元/股)，已換算為於該日對台指點數的影響。由於股價指數使用點數為單位，但現金股利以每股幾元為發放單位，本研究使用下式將現金股利轉換為 d_i ：

$$d_i = (S_t \cdot W_{it} \cdot d_{it}) / P_{it}$$

其中 d_{it} : i 公司於除息日 τ 發放之現金股利(元/股)，資料取自 公開資訊觀測站 網站

S_{τ} : $\tau-1$ 日收盤之台灣加權股價指數(點)，資料取自 台灣新報資料庫

W_{it} : i 公司於 $\tau-1$ 日佔台灣加權股價指數之權重，資料取自 台灣期貨交易所

P_{it} : i 公司於 $\tau-1$ 日之收盤價(元)，資料取自 台灣新報資料庫

理論上，台指期貨之實際價格(即市價)應等於其理論價格，如[1]式所示。但在實際市場中，兩者會有出現偏離的情形發生，稱為『價格偏離』。若偏離的距離超過所謂的『無套利區間』則屬於異常現象，此時市場內無數伺機而動的套利者，將可進場賺取沒有風險的套利利潤，此舉將驅使上述兩者再回復到無套利區間範圍內。本研究將使用到價格偏離、價格偏離之絕對值、與在一日內台指期貨實際價格超越其無套利區間的次數，故需先對它們作定義。本文使用之台指期貨價格偏離定義為：

$$Y_t = \frac{F_t - F_t^e}{S_t}$$

其中 F_t 代表台指期貨實際價格， F_t^e 代表台指期貨理論價格， S_t 代表台指現貨實際價格。本文台指期貨價格偏離之絕對值定義為上式之絕對值。本文使用之無套利區間範圍則定義為：

$$S_t e^{r(T-t)} - D(t, T) - C \leq F_t \leq S_t e^{r(T-t)} - D(t, T) + C$$

其中 C 代表台指期貨之交易費用，包括交易稅費。

在台灣交易稅為固定，交易費用僅規定上限，故為浮動。因此本研究將考慮不同的交易成本，包括 0.15%、0.2%、0.35% 及 0.5% 四種情況。美國的情形類似，故 Chung (1991) 設定之交易成本為指數的 0.5%、0.75% 及 1%，Chu and Hsieh (2002) 設定為 0.2%、0.25%、0.3%、0.35% 及 0.4%，Kurov and Lasser (2002) 設定為 0.15%、0.2%、0.35 及 0.5%。本文是參照 Kurov and Lasser 的作法。此一作法的另一優點是所謂的交易成本亦應包括買賣價差及資訊取得成本等，常因人或交易量不同而異，於是投資人可依本身情況換算成上述比例計算。

二、研究模型

本文使用的主要研究方法是時間序列之介入分析。完整的數學模型請參考 Enders (2010)與 Hamilton (1994)，本文此節僅就使用部分作扼要說明。取自於真實世界的時間序列數據，都會顯示若干程度的序列相依，還會有不恆定與季節效應等問題。因此一般母數或無母數統計方法較不適用於此類資料，針對這個問題本文選擇以介入模式方法來處理。建立介入模式時，必須先確認介入變數的起始點(starting point)與影響型態(the shape of the intervention)。本研究的實證模式如下：

$$Y_t = [\frac{\omega(B)}{\delta(B)}]I_t^{(r)} + [\frac{\theta(B)}{\phi(B)}]a_t$$

其中 Y_t 表應(或輸出)變數，以本研究為例，為台指期價格偏離之絕對值及台指期價格超出無套利區間的次數， $I_t^{(r)}$ 表示介入項虛擬自變數，2003 年 1 月 2 日至 6 月 29 日設定為 0，6 月 30 日至 12 月 26 日設定為 1。另外，

$[\frac{\omega(B)}{\delta(B)}]$: 介入項估計值

$[\frac{\theta(B)}{\phi(B)}]a_t$: 干擾項之 ARIMA 模式， a_t 表示殘差項，符合白噪音(white noise)

介入變數對應變數的影響型態有兩個類別，即持續介入與僅介入一次。本文的介入變數應屬前者，因為台灣 50 ETF 上市之後仍然每天持續交易並未下市。而持續介入類別中常用的介入項估計值有下列三種模型：模型 A 為介入之後立刻發酵，使得 Y_t 迅速移動至一個新的均衡值；模型 B 為介入之後分兩階段發酵，才使得 Y_t 移動到新均衡值；模型 C 為介入之後慢慢發酵，使得 Y_t 逐漸平滑移動到新均衡值。實際情況必須經過實證研究才能確認以上三個模型何者適用。換言之，介入分析不僅可顯示介入變數對應變數有無顯著的影響，還可確認出影響型態。

$$\text{模型 A: } \frac{\omega(B)}{\delta(B)} = \omega_0$$

$$\text{模型 B: } \frac{\omega(B)}{\delta(B)} = (\omega_0 - \omega_1 B)$$

$$\text{模型 C: } \frac{\omega(B)}{\delta(B)} = \frac{\omega_0}{1 - \delta(B)}$$

三、模式的鑑定、估計與檢定

在建立模式前，必須確定變數之數列呈現恆定(stationary)狀態，此外也必須要判定此模式是否確實可行。一般認定的方法，是利用估計之自我相關函數(ACF)和偏自我相關函數(PACF)作為判斷依據。利用其立即消失(cut off)的特性，以 ACF 認定 MA(q)模式，以 PACF 認定 AR(p)模式。此外，當一組時間數列被鑑定為某一模式時，尚須檢定該暫定模式與擬合的參數值是否適合此一模式。若模式不適當，則必須返回模式鑑定階段，重新尋找模式。在診斷檢定模式是否適當，首要工作在檢定殘差項是否為白噪音數列。所謂白噪音數列是 ARIMA 模式中的一組隨機項，此組數列若符合具有相同的機率密度函數，期望值為零，共變異數為零且變異數齊一，則稱為白噪音數列。一般均假設其服從常態分配，即 $\hat{a} \sim \text{iid } N(0, \sigma^2)$ 。由於隨機項無法觀察，故一般以殘差項替代，檢驗的方法有三種：

- (一)、殘差項之相關係數逐項檢定：Box and Pierce (1970)證明，當觀測值個數很大時，隨機項之自我相關係數為不相關，且趨近常態分配，其平均值為零，標準差為 $1/\sqrt{n}$ ，惟在觀測值個數較小時其標準誤(standard error)小於 $1/\sqrt{n}$ 。一般是利用逐一檢定殘差之自我相關係數是否超過 2 倍標準差之值來判斷。如果模式是適當的，則其自我相關係數係數值均須小於 $2/\sqrt{n}$ 。
- (二)、整體卡方準則：理論上，若模式配置適當，其殘差項分配需符合白噪音過程。在檢驗所鑑定的模式是否符合要求時，Ljung and Box (1978)提出 LB 統計量來檢定殘差項 a_t 是否為白噪音過程，即不具自我相關。其虛無及對立假設為 H_0 ：殘差項無自我相關存在，即 $\rho=0$ ； H_1 ：殘差項具有自我相關，即 $\rho \neq 0$ 。檢定統計量為

$$LB = n(n+2) \sum_{k=1}^m \left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \right) \sim \chi_m^2$$

其中 m 為落後期數， n 為 \hat{a}_t 之樣本數， $\hat{\rho}_k$ 為落後 k 期 \hat{a}_t 之自我相關係數。若 $LB < \chi_m^2$ ，則表示無法拒絕虛無假設，因殘差項不具自我相關，即殘差項符合白噪音過程。

(三)、Lagrange Multiplier (LM) 檢定：在選定模型後，如果要檢定殘差變異數是否齊一，可利用 LM test 加以檢定，簡述如下。AR (p) 模型殘差項平方之迴歸式為

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \eta_t$$

建立的虛無假設為 $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_p$ 。根據上述的樣本總數 n 與判定係數 R^2 求出的值，而 NR^2 趨近於卡方分配，所以當 $nR^2 > \chi_{(p)}^2$ 時，則拒絕虛無假設，因此得知時間數列模型殘差變異數不為齊一，亦即具有變異數異質性 (heteroskedasticity)。經過 LM 檢定後，如果出現變異數異質性，可用 GARCH 加入模式解決此項問題。

肆、模型變數與實證結果

一、敘述統計量

在實證分析前本研究先列示敘述統計量，表一列示台指期於台灣 50 ETF 上市前、後與研究全期之價格偏離的情況。必需說明的是，本研究取得的台指期貨資料是五分鐘間隔而不是逐筆交易。換言之，資料是每五分鐘才出現一次的價格(每五分鐘的『收盤價』)、成交量、成交次數與成交口數紀錄。而在一個正常交易日中，期貨與現貨之共同交易時間是早上 9:00 到下午 1:30，共有 54 筆五分鐘的資料。本研究取得的台指現貨資料則是一分鐘間隔。

表一 台灣指數期貨之敘述統計量

研究期間	台灣 50 ETF 上市前	台灣 50 ETF 上市後	全部研究期間
總交易天數	118	127	245
總成交次數	6,490	6,979	13,469
價格偏離之日均值	-0.463% (0.018)	0.103% (0.003)	-0.154% (0.013)
價格偏離絕對值之日均值	0.501% (0.0128)	0.291% (0.002)	0.392% (0.009)
五分鐘交易口數之日均值	284.34 (117.37)	439.16 (144.20)	364.59 (152.81)
每日未平倉口數	16,814 (5,852.4)	31,977 (8,582.2)	24,791 (10,597.9)
C.V.(每分鐘現貨指數日均值)	0.41 (0.0018)	0.31 (0.0015)	0.36 (0.0017)

註：1. 儲存格中列示出平均值，括號內為標準差。2. C.V.指變異係數。

由表一中發現，在台灣 50 ETF 上市之前，台指期價格偏離是-0.463%，價格偏離是較大的負值表示台指期實際價格低於理論價格。理論上是應該可以利用買期貨空現貨來執行套利。會有這種結果可能是台股現貨市場有平盤以下不能放空的限制，所以執行套利操作受到限制，使得價格偏離持續呈現並維持負值。相反的，台灣 50 ETF 上市後，價格偏離轉為較小的正值 0.103%。在其他因素不變的假設下，表示因為台灣 50 ETF 在此情況下沒有放空限制，所以上市後 50 支權值股得以自由的進行套利操作，於是使價格偏離為負的機率減少。而價格偏離之絕對值由 0.501%下降至 0.291%，顯示出台灣 50 ETF 上市後對於台指期價格偏離的影響是有助降低其波動率。

由表一中最下方三列依次可以發現，在台灣 50 ETF 上市後台指期每五分鐘成交量與每日未平倉口數均增加，而台指現貨(即大盤)指數的波動率減少。成交量與未平倉口數的增加，顯示在研究期間市場變得活絡，原因應該來自台灣 50 ETF 上市後，套利交易活動的增加所致，但也可能來自其他原因。本文已檢視在台灣 50 ETF 上市日前後一週的經濟日報與工商時報，期間並沒有重大總體經濟事件發生。本文將在實證最後將引進兩個變數於研究模式中，以排除其他因素對本研究結果的可能影響。此外表一中之變異係數是用來衡量波動率的一種方法，尤其是當面對兩種性質、單位或平均數不同的變數，此時標準差不宜被直接拿來作比較，而變異係數不受衡量單位影響的特性就十分適用。

二、實證結果分析

(一)、單根檢定

本研究使用共計五項時間序列資料，包括台指期價格偏離絕對值之日均值，及台指期五分鐘『收盤』市價在一日內超越無套利區間(四種交易成本所形成的四個區間)的總次數，其中每項時間序列資料均為 245 筆資料。由於進行時間數列分析必須先確認數列為定態，本文繪出各變數之時間序列圖形，使用 Dickey and Fuller (1981)之 ADF 單根檢定法來判斷數列是否恆定，採取有截距項無時間趨勢項之模式，結果列於表二。由表二知，五筆時間序列資料皆為定態數列。

表二 單根檢定

研究變數	ADF 檢定量	P 值
價格偏離絕對值之日均值	-14.329	0.000**
每日超越無套利區間次數(0.15%)	-9.446	0.000**
每日超越無套利區間次數(0.20%)	-9.242	0.000**
每日超越無套利區間次數(0.35%)	-8.735	0.000**
每日超越無套利區間次數(0.50%)	-6.658	0.000**

註：**表示在 1%顯著水準下拒絕虛無假設

(二)、價格偏離絕對值之介入模型

表三列示價格偏離絕對值之介入模式，根據介入模式，可得到自變數之參數估計值。由這些參數之估計值及其顯著與否，可看出台灣 50 ETF 上市對於價格偏離絕對值的影響。表三中 $AR(t)$ 及 $MA(t)$ 列列示價格偏離絕對值的自我迴歸及移動平均的階數，及經估計得到的參數，表示價格偏離絕對值受到本身前 t 期觀測值和殘差的影響程度。表三中 $\omega(B)$ 與 $\alpha(B)$ 列表示台灣 50 ETF 上市(即介入項或自變數)對於價格偏離絕對值(應變數)的影響。參數估計值結果顯示，價格偏離絕對值受到台灣 50 ETF 上市的影響，而其 t 值可顯示該影響是否達到顯著水準。

由於台灣 50 ETF 上市的介入影響應該具有持續性，所以本研究使用階段函數 (step function) 來表示介入時點的影響。以下就介入模式自變數參數說明如下： ω_0 表示台灣 50 ETF 上市對於應變數之當期影響，若其估計值為正，表示對有正向的影響；反之，則有負向的影響。 ω_t 表示台灣 50 ETF 上市之落後 t 期對應變數之影響，若其估計值為正，表示有正向的影響；反之，則有負向的影響。 δ 表示台灣 50 ETF 上市對於應變數之長期影響效果，即表示突變因素變動所帶來的增額效果之長期遞減比率。

表三 價格偏離絕對值之介入模型

模型	形式	落後期數	係數估計值	t 值	P 值
A.	AR(t)	AR(1)	0.987	434.387	0.000**
	MA(t)	MA(1)	-0.953	-217.468	0.000**
	$\omega(B)$	ω_0	-0.001	-3.466	0.000**
B.	AR(t)	AR(1)	0.987	428.578	0.000**
	MA(t)	MA(1)	-0.953	-215.149	0.000**
	$\omega(B)$	ω_0	-0.002	-0.299	0.760
		ω_1	0.000	0.082	0.931
C.	AR(t)	AR(1)	0.981	434.426	0.000**
	MA(t)	MA(1)	-0.953	-217.483	0.000**
	$\omega(B)$	ω_0	-0.002	0.270	0.786
	$\delta(B)$	δ	0.172	0.039	0.968

註：*及**表示在5%及1%顯著水準下拒絕虛無假設

依照上述的準則及說明，由於應變數可能有不同的反應(response)形式，本研究列示三種可能的介入模式於表三。根據表三中模型 A 之實證結果， $\omega_0 = -0.001$ 為負向效果，且 $t = -3.446$ 達到顯著水準，表示台灣 50 ETF 上市於當期就立即產生顯著的效果，使得台指期價格偏離絕對值變小，而且於台灣 50 ETF 上市後當期影響是仍然的持續下去。根據模型 B 之實證結果， ω_0 與 ω_1 皆不顯著，顯示 B 模型不適用。根據模式 C 之實證結果，顯示出類似的情況，即 ω_0 與 δ 皆不顯著，故 C 模型亦不適用。綜合上述，確認模型 A 為正確的適用模型，模型 B 與 C 則是不適用的模型。所以實證結果顯示，台灣 50 ETF 的上市於當期就立即產生顯著的效果，使得台指期價格偏離絕對值變小。這些證據支持台灣 50 ETF 的上市對於台指期的波動率有顯著的降低效果，即對台指期之訂價效率有正面影響。

(三)、超越無套利區間次數之介入模型

表四列示超越無套利區間次數之四個介入模式，包括由四個交易成本所形成四個無套利區間得到的結果。要說明的是，表四僅列示出模型 A 得到的結果，因為模型 B 與 C 中的參數皆不顯著，限於篇幅不予揭載。此外 $MA(t)$ 效果經檢測均不顯著，僅 $AR(t)$ 效果顯著，為節省篇幅計，不顯著者不予揭載。由表四知在交易成本為 0.15% 時， $\omega_0 = -7.761$ 且 $t = -2.685$ 達到顯著水準，表示台灣 50 ETF 上市立即於當期產生效果，使得台指期超越無套利區間次數顯著的變少。相同的效果也在交易成本為 0.2%、0.35%、與 0.5% 時得到印證。整體而言，實證結果相當一致。綜合上述的分析得知，台灣 50 ETF 上市立即產生當期效果，使得台指期超越無套利區間次數變少，至於落後期及遞延衰減效果之影響則都不顯著。但是以上的推論還必須要經過模型的診斷分析與鑑定之後才能確認。如果鑑定出來不符合要求，必需使用 GARCH 介入模型以重新分析。

表四 超越無套利區間次數之介入模型

模型 A(交易成本)	形式	落後期數	係數估計值	t	P 值
1. (0.15%)	AR(t), MA(t)	AR(1)	0.410	6.938	0.000**
	$\omega(t)$	ω_0	-7.761	-2.685	0.007**
2. (0.20%)	AR(t), MA(t)	AR(1)	0.430	7.374	0.000**
	$\omega(t)$	ω_0	-9.422	-2.696	0.007**
3. (0.35%)	AR(t), MA(t)	AR(1)	0.461	8.077	0.000**
	$\omega(t)$	ω_0	-12.78	-3.107	0.002**
4. (0.50%)	AR(t), MA(t)	AR(1)	0.427	7.387	0.000**
	$\omega(t)$	ω_0	-12.66	-3.550	0.000**

註：*及**表示在5%及1%顯著水準下拒絕虛無假設



(四)、模式診斷

在診斷檢定模式是否適當時，首要是在事後檢定殘差項是否為白噪音過程，本文使用先前介紹的殘差項之相關係數逐項檢定、整體卡方準則及 LM 檢定為方









































法。本文首先將殘差項之相關係數逐項檢定結果列示於圖一至五。由圖一，在價格偏離絕對值建立的介入模型後剩餘的殘差項之 ACF 型態，顯示出殘差項之相關係數皆落於 2 倍標準差($2/\sqrt{n}$)之內，2 倍標準差約為 0.01，故表示殘差項為一白噪音過程。而圖二至四顯示在超越無套利區間次數方面，考慮交易成本 0.15, 0.2%及 0.35%的情況下，殘差項相關係數也皆落於 2 倍標準差($2/\sqrt{n}$)之內，2 倍標準差約為 0.127。但在圖五考慮交易成本為 0.5%的情況，則不符合相關係數皆落於 2 倍標準差($2/\sqrt{n}$)之內，故可判定其殘差項不為白噪音過程。

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.006	0.006	0.4693	0.493
		2 0.005	0.005	0.7552	0.685
		3 0.005	0.005	1.0593	0.787
		4 0.003	0.003	1.1702	0.883
		5 0.003	0.002	1.2545	0.940
		6 0.001	0.001	1.2743	0.973
		7 0.000	-0.001	1.2770	0.989
		8 0.002	0.002	1.3167	0.995
		9 0.001	0.001	1.3271	0.998
		10 0.000	0.000	1.3299	0.999
		11 -0.001	-0.001	1.3409	1.000
		12 0.000	0.000	1.3409	1.000
		13 -0.001	-0.001	1.3444	1.000
		14 0.000	0.000	1.3454	1.000
		15 0.001	0.001	1.3548	1.000
		16 0.001	0.001	1.3674	1.000
		17 0.001	0.001	1.3738	1.000
		18 -0.001	-0.001	1.3776	1.000
		19 -0.002	-0.002	1.4113	1.000
		20 -0.003	-0.003	1.5198	1.000









































圖一 期貨絕對價格偏離殘差項模型之 ACF 與 PACF 圖形

Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.033	-0.033	0.2710	0.603
		2	0.106	0.105	3.0506	0.218
		3	-0.076	-0.071	4.5047	0.212
		4	-0.035	-0.051	4.8068	0.308
		5	0.087	0.102	6.7134	0.243
		6	0.025	0.034	6.8754	0.333
		7	-0.023	-0.050	7.0038	0.428
		8	-0.090	-0.088	9.0593	0.337
		9	-0.077	-0.063	10.584	0.305
		10	0.005	0.010	10.590	0.390
		11	0.083	0.082	12.377	0.336
		12	-0.037	-0.049	12.727	0.389
		13	0.032	0.024	12.988	0.449
		14	-0.051	-0.009	13.665	0.475
		15	-0.033	-0.046	13.952	0.529
		16	0.020	-0.002	14.059	0.594
		17	-0.045	-0.049	14.594	0.625
		18	0.075	0.064	16.093	0.586
		19	0.008	0.041	16.109	0.650
		20	-0.045	-0.056	16.660	0.675









































圖二 超越無套利區間次數(0.15%)模型殘差項之 ACF 與 PACF 圖形

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.043	-0.043	0.4483	0.503
		2 0.117	0.115	3.8384	0.147
		3 -0.048	-0.039	4.4085	0.221
		4 -0.049	-0.067	5.0152	0.286
		5 0.067	0.075	6.1549	0.291
		6 0.007	0.024	6.1656	0.405
		7 -0.028	-0.052	6.3712	0.497
		8 -0.107	-0.113	9.2789	0.319
		9 -0.037	-0.025	9.6205	0.382
		10 -0.023	-0.005	9.7543	0.462
		11 0.091	0.084	11.891	0.372
		12 -0.047	-0.050	12.459	0.410
		13 0.047	0.035	13.043	0.445
		14 -0.069	-0.043	14.282	0.429
		15 -0.029	-0.044	14.501	0.488
		16 0.029	0.013	14.722	0.545
		17 -0.052	-0.048	15.431	0.564
		18 0.048	0.030	16.043	0.590
		19 0.033	0.071	16.340	0.635
		20 -0.050	-0.055	16.997	0.653

圖三 超越無套利區間次數(0.2%)模型殘差項之 ACF 與 PACF 圖形

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.047	-0.047	0.5354	0.464
		2 0.070	0.068	1.7443	0.418
		3 0.051	0.057	2.3822	0.497
		4 -0.031	-0.031	2.6180	0.624
		5 -0.024	-0.034	2.7587	0.737
		6 0.077	0.077	4.2465	0.643
		7 -0.031	-0.017	4.4968	0.721
		8 -0.084	-0.097	6.2841	0.615
		9 -0.054	-0.069	7.0188	0.635
		10 0.011	0.028	7.0500	0.721
		11 0.018	0.043	7.1334	0.788
		12 -0.020	-0.029	7.2324	0.842
		13 0.042	0.028	7.6804	0.864
		14 -0.072	-0.057	9.0342	0.829
		15 -0.054	-0.057	9.8010	0.832
		16 0.058	0.047	10.701	0.828
		17 -0.071	-0.066	12.037	0.798
		18 0.071	0.066	13.365	0.769
		19 0.033	0.040	13.648	0.804
		20 -0.084	-0.077	15.545	0.744

圖四 超越無套利區間次數(0.35%)模型殘差項之 ACF 與 PACF 圖形

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.029	0.029	0.2049	0.651
		2 -0.162	-0.163	6.7776	0.034
		3 0.058	0.071	7.6325	0.054
		4 0.004	-0.029	7.6364	0.106
		5 0.039	0.063	8.0141	0.155
		6 0.109	0.100	11.033	0.087
		7 -0.040	-0.033	11.448	0.120
		8 -0.006	0.027	11.458	0.177
		9 0.078	0.054	13.023	0.162
		10 -0.004	-0.003	13.027	0.222
		11 -0.013	-0.001	13.068	0.289
		12 0.041	0.025	13.511	0.333
		13 -0.046	-0.046	14.064	0.369
		14 -0.025	-0.019	14.231	0.433
		15 0.083	0.056	16.025	0.380
		16 0.020	0.018	16.129	0.444
		17 -0.001	0.021	16.129	0.515
		18 0.014	0.004	16.180	0.580
		19 0.049	0.066	16.818	0.602
		20 -0.009	-0.018	16.841	0.663

圖五 超越無套利區間次數(0.5%)模型殘差項之 ACF 與 PACF 圖形

本文其次列示整體卡方準則。在圖一至五中，最後兩行顯示各落後期數之 ACF 與 PACF 的 Ljung-Box Q 統計量與 P 值，檢定殘差項是否具有自我相關，以顯示該模式是否合適。根據圖一中價格偏離絕對值模型殘差項自我相關 Ljung-Box 之 Q 統計量，其 P 值皆大於 0.05，表示無法拒絕 H_0 ，亦即接受殘差項無自我相關，表示當期預期值與實際值之殘差項不受過去殘差之影響，故殘差項為白噪音過程。由檢定結果可知，其模式為合適可行。圖二至五顯示在超越無套利區間次數模型方面，於交易成本在 0.15, 0.2% 與 0.35% 的情況下，殘差項自我相關 Ljung-Box 之 Q 統計量，其 P 值皆大於 0.05，即接受殘差項為白噪音過程。但在交易成本為 0.5% 的情況下，則與前一方法相同，拒絕虛無假設 H_0 ，亦即殘差項存在有自我相關的現象。

本文最後將 LM 檢定之結果列示於表五。根據表五中之 TR^2 值判斷，只有在價格超越無套利區間次數模型中之 0.5% 交易成本的情況下，拒絕虛無假設(沒有 ARCH 效果)。就是說此時期貨價格超越無套利區間次數(0.5% 交易成本)之數列波動率是隨著時間而變動，具有條件異質性。綜合本節模式診斷的三種結果，獲得相當具有一致性的結論，就是所有其他模式均符合白噪音，只有在價格超越無套利區間次數之 0.5% 交易成本模型不符合。因此必需再考慮到變異數異質的情形，加入使用 GARCH 模型配適重行分析。

表五 LM 檢定結果

殘差變數來自	TR^2	P 值
價格偏離絕對值模式	2.736	0.098
超越無套利區間次數(0.15%)模式	2.678	0.101
超越無套利區間次數(0.2%)模式	2.693	0.100
超越無套利區間次數(0.35%)模式	2.491	0.114
超越無套利區間次數(0.5%)模式	6.986	0.008**

註：*及**表示在 5%及 1%顯著水準下拒絕虛無假設

(五)、GARCH 介入模型：0.5%交易成本模型之進一步分析

Bollerslev et al (1992)指出，GARCH(1,1)模型已足夠捕捉條件變異數，因此

本文直接採用 AR(1)-GARCH(1,1)模型來進行估計，實證模型設定如下：

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 I_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t | \mathcal{Q}_{t-1} \sim N(0, h_t), h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-1}$$

其中 Y_t 為台指期價格超越無套利區間次數模型(0.5%交易成本)， I_t 為虛擬變數(與先前一致)， ε_t 為誤差項， h_t 為誤差項變異數， β_0 與 α_0 為截距項。上式中本文將 I_t 設於均方程式(mean equation)而非變異數方程式(variance equation)的原因是，期市與股市是兩個完全營運獨立卻又相互影響的市場，根據本文之研究目的，希望觀察到一個市場的存在，是否將影響到另一個市場的波動率，而非波動率的叢集。

本文將價格超越無套利區間次數模型中之 0.5%交易成本的情況，使用加入 GARCH 效果之介入模型，結果列示於表六。根據表六， $\alpha_1 = 0.227$ 且達到顯著水準， $\alpha_2 = 0.357$ 但未達顯著水準，顯示出確實存在變異數不一致的情況。然而即使如此，係數 $\beta_2 = -10.51$ ，仍然達到顯著水準。值得一提的是，表六中代表落後一期序列相關的 $\beta_1 = 0.426$ 。在一般財金實證文獻中，當研究變數是股票價格或者是報酬時，通常會展現出較高的序列相關。但本文中的變數是：一日之內台指期五分鐘『收盤價格』超越無套利區間的總次數。會有這種結果單純是因為研究變數的不同所致。本小節的實證結果顯示，縱使在交易成本設定為 0.5%的情況，台指期超越無套利區間的次數，依然會隨著台灣 50 ETF 之上市，而呈現出顯著減少的現象，這個結果與前述各小節之實證結果一致。

表六 AR(1)-GARCH(1,1)期貨價格超越無套利區間次數模型(0.5%)

參數	係數估計值	Z 值	P 值
β_0	19.726	6.625	0.000**
β_1	0.426	6.624	0.000**
β_2	-10.510	-2.855	0.004**
α_0	108.576	1.629	0.102
α_1	0.227	3.357	0.000**
α_2	0.357	1.296	0.194

註：*及**表示在 5%及 1%顯著水準下拒絕虛無假設

(六)、強韌度(robustness)測試

關於期貨的訂價效率，本文之前的分析只專注在台灣 50 ETF 上市的影響，不考慮現貨指數與期貨指數發生結構性改變的因素。Yadav and Pope (1994)指出當指數現貨波動率升高時，期貨與現貨價格將更緊密，Chan and Chung (1993)的實證結果顯示，指數現貨波動性升高時，套利交易所能實現利潤的不確定性亦升高，使得從事套利交易的風險增加。當套利交易不再是無風險，套利交易者會對套利交易的報酬要求較高的風險貼水，於是期貨價格的無套利區間將會擴大，或者期貨價格超越無套利區間的次數將會相對減少。為檢視本研究結果之強韌度。在此加入指數現貨 1 分鐘變異係數之日均值，及期貨每五分鐘成交量之日均值，兩個自變數一起作迴歸分析。至於殘差變異數可能不一致的問題，仍以 GARCH(1,1)模型來解決，使用之模型如下：

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 I_t + \beta_2 CV_t + \beta_3 Vol_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, h_t), h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-1}$$

式中 Y_t 為日內台指期價格超越無套利區間次數(分為交易成本 0.15%, 0.2%, 0.35%及 0.5%)， I_t 為虛擬變數(0 與 1 的定義與先前一致)， CV_t 為指數現貨 1 分鐘變異係數之日均值， Vol_t 為台指期 5 分鐘成交口數之日均值， β_0 與 α_0 為截距項。

本節結果彙整於表七，由表七，根據 α_1 與 α_2 之顯著性可以得知，模式 1 與 4 存在變異數不齊一的現象，模式 2 與 3 則否。 β_2 在所有模式中皆不顯著，表示台指現貨的波動率對台指期的波動率無顯著影響。 β_3 在模式 1 至 3 中達 0.05 的顯著水準，在模式 4 中則未達顯著水準，表示台指期的成交量對台指期的波動率有顯著影響。而 β_3 的係數是一致的正值表示當台指期的成交量增加時，其波動率也將會隨之增加。在影響力上， β_1 在所有模式中都達到 0.01 的顯著水準，表示即使於模式中引進了兩個新的自變數，台灣 50 ETF 的上市對台指期波動率仍然是最強而有力的顯著影響自變數。在方向上， β_1 的係數是一致的負值表示當台灣 50 ETF 上市後，台指期的波動率是隨之顯著的減少，即台指期價格超越無套利區間的次數顯著的減少，這個結果不受交易成本的不同所影響。這個結果也支持

本文之前的說法，即以介入分析法得到的結果比較強韌，幾乎不受引進控制變數的影響。綜合本小節的結果是再次確認了前幾小節的結論，就是當台灣 50 ETF 的上市後，台指期的波動率已經隨之顯著的減少。

表七 GARCH(1,1)強韌度測試

模式	參數	參數估計值	Z 值	P 值
1. 交易成本 0.15%	β_0	44.498	15.681	0.000**
	β_1	-14.223	-4.756	0.000**
	β_2	-1003.1	-1.440	0.149
	β_3	0.019	2.236	0.025*
	α_0	50.650	2.839	0.004**
	α_1	0.403	3.270	0.001**
	α_2	0.524	3.181	0.001**
2. 交易成本 0.20%	β_0	40.326	11.718	0.000**
	β_1	-16.829	-5.114	0.000**
	β_2	-1046.7	-1.229	0.219
	β_3	0.023	2.418	0.015*
	α_0	104	1.057	0.290
	α_1	0.247	1.395	0.163
	α_2	0.404	1.040	0.298
3. 交易成本 0.35%	β_0	30.786	7.864	0.000**
	β_1	-21.171	-5.081	0.000**
	β_2	-1215	-1.309	0.190
	β_3	0.025	2.338	0.019*
	α_0	135.84	0.728	0.466
	α_1	0.163	0.914	0.360
	α_2	0.473	0.829	0.40
4. 交易成本 0.50%	β_0	14.725	4.290	0.000**
	β_1	-15.260	-5.611	0.000**
	β_2	-271.7	-0.385	0.699
	β_3	0.019	2.780	0.053
	α_0	107.95	2.840	0.004**
	α_1	0.403	2.414	0.015*
	α_2	0.271	1.696	0.089

註：*及**表示在 5%及 1%顯著水準下拒絕虛無假設

伍、結論與建議

本文探討在台灣 50 ETF 上市後，對於台股指數期貨訂價效率的影響，包括由觀察台指期價格偏離絕對值，及台指期價格超過無套利區間的次數的變化，來判定期貨之訂價效率是否有所提升。在微機制上，ETF 具有交易稅低、沒有放空限制、買賣方便、可幾乎完全複製指數等特性，使得套利投資人能更方便的來和台指期貨進行套利活動。而經由這個套利關係是否會對台指期貨造成影響，換句話說能否提高期貨的訂價效率，即為本文的研究主題。本文在研究方法上使用時間數列之介入模式，及整合 GARCH 之介入模式進行分析，最後在考慮加入其他影響期貨訂價效率的相關因素，更全面的來了解影響期貨訂價效率的原因。實證結果中獲得下列的結論：

- 1.台灣 50 ETF 的上市對台指期價格偏離之絕對值有立即變小的影響，而且這個影響是持續存在台灣 50 ETF 上市之後期間。
- 2.台灣 50 ETF 上市對台指期價格超越無套利區間次數的影響是，即使考慮了不同交易成本的情況，考慮到有 ARCH 效果的情況，以及考慮引進指數現貨波動率及台指期成交量兩個新自變數的情況之下，最後都還是獲得支持台灣 50 ETF 上市，使得台指期價格超越無套利區間次數減少的結果。

綜合以上兩個結果得知，與本文研究預期相符。台灣 50 ETF 上市，確實降低了台指期貨的波動率，而對台股指數期貨的訂價效率，產生了正面而顯著的影響。

本文對實務及未來研究之建議：1.本研究使用的期貨交易記錄是五分鐘資料，限於人力財力未取得一分鐘或逐筆交易資料，故無法分析到可供套利的每個時點。若國內未來建構更完備之高頻率資料庫，得以取得該項資料進行事前事後分析，或許將更加完備。2.在實務操作上，交易成本可以分為現貨交易與期貨交易兩部分。現貨交易的成本主要包括券商手續費、證交稅與買賣價差；期貨交易的成本則包括了券商手續費、期交稅與期貨市場買賣價差。另外還有一些融券手續費與其利息成本(收入)亦可加入考慮，如此將使交易成本的計算更加精確。3.在研究方法上，於介入模式中加入其他外生變數，可考慮加入轉換函數模式(Transfer function)來分析，以期建構更完備的模型。

參考文獻

1. 黃佐銘(2005)，「摩根台指現貨與期貨到期效應之實證研究」，朝陽科技大學財金所碩士論文。
2. 孫毓徽(2003)，「指數股票式基金之上市與指數期貨市場的訂價效率—以道瓊工業指數商品為例」，私立淡江大學財金所碩士論文。
3. 張美媛(2003)，「指數股票式基金之上市與指數期貨市場的訂價效率-以S&P500指數商品為例」，私立淡江大學財金所碩士論文。
4. 唐婉歲(2003)，「指數現貨、指數期貨與指數股票式基金間價格發現能力之探討-以NASDAQ 100商品為例」，私立淡江大學財金所碩士論文。
5. 歐宏杰、賴昭隆、陳品橋與劉宗盛(2002)，寶來金融商品叢書系列 2:全球指數商品第二版，台北：商訊文化事業股份有限公司。
6. 劉宗盛與歐宏杰(2003)，國際投資月刊 1 月號，台北：秀威資訊科技股份有限公司。
7. 台灣證交所(2011)，ETF 指數股票型基金宣導手冊。
8. Ackert, L.F. and Y.S. Tian (2000), "Arbitrage and Valuation in the Market for Standard and Poor's Depositary Receipts," *Financial Management*, vol.29, 71-88.
9. Ackert, L.F. and Y.S. Tian (1998), "The Introduction of Toronto Index Participation Units and Arbitrage Opportunities in the Toronto 35 Index Option Market," *Journal of Derivatives*, vol.5, 44-53.
10. Ackert, L.F. and Y.S. Tian (2001), "Efficiency in Index Options Markets and Trading in Stock Baskets," *Journal of Banking and Finance*, vol.25, 1607-1634.
11. Bodie, Z., A. Kane, and J.A., Marcus (2011), *Investments*, Boston: McGraw Hill.
12. Borkovec M., I. Domowitz, V. Serbin and H. Yegerman (2010) "Liquidity and Price Discovery in Exchange Traded Funds: One of Several Possible Lessons from the Flash Crash," *Journal of Index Investing*, vol.1, 24-42.
13. Bollerslev, T., T. Chou, and K. Kroner (1992), "ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence," *Journal of Econometrics*, vol.52, 5-59.
14. Box, G., G. Jenkins, and G. Reinsel (1994), *Time Series Analysis*, Englewood Cliffs: Prentice Hall.
15. Chan, K. and Y.P. Chung (1993), "Intraday Relationship among Index Arbitrage, Spot and Futures Price Volatility, and Spot Market Volume: A Transaction Data Test," *Journal of Banking and Finance*, vol.17, 663-687.
16. Chu, Q.C. and W.G. Hsieh (2002), "Pricing Efficiency of the S&P 500 Index Market: Evidence from the Standard and Poor's Depositary Receipts," *The Journal of Futures Markets*, vol.22, 877-900.

17. Chu, Q.C., W.G. Hsieh, and Y. Tse (1999), "Price Discovery on the S&P500 Index Markets: An Analysis of Spot Index, Index Futures, and SPDRs," *International Review of Financial Analysis*, vol.8, 21-34.
18. Chung, Y.P. (1991), "A Transactions Data Test of Stock Index Futures Market Efficiency and Index Arbitrage Profitability," *Journal of Finance*, vol.46, 1791-1809.
19. Dickey D. A. and W. A. Fuller (1981) Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With A Unit Root," *Econometrica*, vol.49, 1057-1072.
20. Enders, W. (2010), *Applied Econometric Time Series*, New York: Wiley.
21. Fuller, W. (2010), *Introduction to Statistical Time Series*, New York: Wiley.
22. Gao, S. and H. Bell (2011), "A New Dimension of ETF Investing ETF Derivatives, ETFs and Indexing, Fall, 57-61.
23. Hamilton, D.J. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton: University press.
24. Hull, C. J. (2011), *Options Futures and Other Derivatives*, New Jersey: Prentice Hall.
25. Kurov, A.A. and D.J. Lasser (2002), "The Effect of the Introduction of Cubes on the Nasdaq 100 Index Spot-Futures Pricing Relationship," *Journal of Futures Markets*, vol.22, 197-218.
26. Little, P. K. (2010), "Inverse and Leveraged ETFs: Not Your Father's ETF," *Journal of Index Investing*, vol.1, 83-89.
27. Ljung, G.M. and G.P.E. Box (1978), "On a Measure of Lack of Fit in Time Series Models," *Biometrika*, vol.66, 66-72.
28. Milonas N. and G. Rompotis (2010) "Dual Offerings of ETFs on the Same Stock Index: U.S. vs. Swiss ETFs," *Journal of Alternative Investments*, vol.12, 97-113
29. Park, T.H. and L.N. Switzer (1995), "Index Participation Units and the Performance of Index Futures Markets, Evidence from the Toronto 35 Index Participation Units Market," *Journal of Futures Markets*, vol.15 , 187-200.
30. Schlusche, B. (2009), "Price Formation in Spot and Futures Markets: Exchange Traded Funds vs. Index Futures, *Journal of Derivatives*, vol.17, 26-40.
31. Switzer, L.N., P.L. Varson and S. Zghidi (2000), "Standard and Poor's Depository Receipt and the Performance of the S& P 500 Index Futures Market," *The Journal of Futures Markets*, vol.20, 705-716.
32. Yadav, P.K. and P.F. Pope (1994), "Stock Index Futures Mispricing, Profit Opportunities or Risk Premia ?" *Journal of Banking and Finance*, vol.18, 921-953.

多頭、空頭與盤整市場台股指數期貨 價格調整係數之比較

A Comparison of Taiwan's Futures Price Adjustment Coefficients among Bull, Bear, and Consolidation Markets

- ◆ 臺灣大學農業經濟學系教授
Department of Agricultural Economics,
National Taiwan University
- 雷立芬 Li-Fen Lei
- ◆ 臺灣大學農業經濟學系碩士
Department of Agricultural Economics,
National Taiwan University
- 曾振楠 Cheng-Nan Tseng

摘要

本研究定義：加權股價指數持續三個月上漲且漲幅超過 20%，稱為多頭市場；若加權股價指數持續三個月下跌且跌幅超過 20%，稱為空頭市場；其餘則稱為盤整市場。依上述定義將 1999 年 7 月 1 日至 2010 年 1 月 15 日指數期貨結算價之日資料，區分七個多頭時期、五個空頭時期及八個盤整時期，並參考 Liu and Thompson(1990)以 ARMA (1,1) 模型估計期貨價格調整係數。本文實證結論主要發現包括：明確定義多空頭時期才能完整且正確解讀價格波動過程。其次，多空頭或盤整時期之價格調整過程沒有一致性反應現象。最後，不論是多頭、空頭或盤整時期，當單一時期指數期貨價格調整係數有較一致的反應過度現象，隨後股價將會朝相反方向調整；投資人應善用此一現象，以規避風險，甚而從中獲利。

Abstract

This study is aimed to apply ARMA(1,1) derived by Liu and Thompson(1990) to analyze the price adjustment procedure of futures market in Taiwan. The closing price data of nearby contract from July 1, 1999 to January 15, 2010 is categorized into bull, bear, and consolidation markets according to the growth rate of TAIEX in three-month period of continuing increase or decrease. The sample period is classified as 7 bull markets, 5 bear markets, and 8 consolidation markets based on a benchmark of 20%. There is no price adjustment pattern found in various markets as shown in empirical estimation. In addition, futures traders can take advantage of price movement whenever there is an indication of overreaction in price adjustment to market due to a follow-up reverse direction.

關鍵詞：指數期貨、價格調整係數、ARMA、多頭市場、空頭市場、盤整市場
Key words: Index Futures, Price Adjustment Coefficient, ARMA, Bull Market, Bear Market, Consolidate Market

壹、前言

股市是經濟盛衰的溫度計；股市波動更是金融體系變動的風向球，而金融體系變動則是一國經濟活動的重要指標。一個成熟的金融市場，除了證券交易之外，期貨交易也不可忽略。衍生性金融商品可使投資者規避價格風險，更可促使金融商品之市場價格趨近於理論均衡價格，而增進市場的效率。我國政府於1997年6月1日制訂施行「期貨交易法」，同此時亦將證券管理委員會改名為證券暨期貨管理委員會。同年准許證券商發行股票認購權證，並可在集中市場掛牌交易。接著於1998年4月成立台灣期貨交易所公司，同年7月21日推出第一項本土期貨商品--台灣加權股票指數期貨契約。1999年7月21日接續推出電子類股指數期貨契約與金融保險類股指數契約，更於2001年10月24日推出台灣加權股票指數選擇權契約。至此，台灣證券市場交易商品種類已趨完備，除了股票現貨之外，衍生性金融商品包括認購權證、期貨及選擇權等，已經充分提供投資者多樣性的商品種類，也提供事業經營者規避市場風險(market risk)之管道。

台灣證券市場以個別投資人為主，屬於淺碟市場。因為個別投資人的資訊不若機構投資人充足，比較容易根據各種資訊包括小道消息而隨時調整投資策略，以致市場價格出現暴起暴落之現象。若能瞭解價格調整程度，應可幫助投資人作選股或進退場之決策。譬如在空頭時期，若個股顯現反應過度（股價超跌），則可考慮積極投資股市；在多頭時期，若股價呈現反應不足，則可考慮加碼投資。De Bondt and Thaler (1985) 認為市場具有過度反應 (overreaction) 現象。Brown et al. (1988) 提出不確定資訊假說 (Uncertain Information Hypothesis)，認為投資人對利多及利空資訊的反應是不對稱。Jegadeesh and Titman (1993) 更提出股價反映不足說。緣此，針對我國證券市場分析價格調整過程，將有助投資人更精準掌握資訊而做出正確投資抉擇。

有關證券價格變化的研究，大多著重影響價格波動性的因素。Clark (1973) 認為價格波動的條件變異數是訊息到達速率的遞增函數，而交易量也是訊息到達速率的遞增函數。Anderson (1985) 指出期貨價格波動性會受到合約到期時間以及交

易量影響。主要實證資料以報酬率或交易日內之價格全距(price range)，研究方法或工具包括 GARCH(Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, Bollerslev(1986))或(Conditional Autoregressive Range Model, Chou(2005))，如 Najand and Yuan (1991)、Engle and Ng(1993)、Antonoios and Holmes(1995)、Koutomos(1998)、Chou and Wang(2007)等等。另一重要議題是，分析期貨與現貨兩者報酬率、價格之領先-落後關係(lead-lag relationship)，目的為觀察跨市場間資訊傳遞過程，如 Chan(1992)、Bessembinder and Seguin(1992)、Koutmos and Tucker (1996)、Abhyankar(1998)、蔡垂君與李存修(2004)等。前述眾多研究證實證券價格波動的叢聚性確實受到交易量影響，而現貨與期貨市場間存在資訊傳遞關係。但是要瞭解價格調整是否過度反應，則需要建立數學模型，才能量化調整過程。

Amihud and Mendelson (1987) 藉由證券市場價格 (observed price) 與其真實價值 (true value) 建立個別股價調整係數模型。Liu and Thompson (1990) 擴充 Amihud and Mendelson 之個別股價調整係數模型推導出 ARMA(1,1)實證模型，並運用於分析美國穀物期貨價格調整過程。Damodaran (1993) 則根據 Amihud and Mendelson，以報酬率的相關係數推導涵蓋調整期間長度概念之個別股價格調整係數，並經以紐約證券交易所 (New York Stock Exchange, NYSE)、美國證券交易所 (American Stock Exchange, AMEX) 及那斯達克 (Nasdaq Stock Market, Inc., NASDAQ) 之股票為實證資料，研究結果發現，所有個股的短期報酬率面對新資訊時，皆有價格調整延遲的現象。Theobald and Yallup (1999) 擴充 Damodaran 的方法觀察英國股票現貨與對應之期貨的短期關聯性，其研究結果發現，期貨的價格調整行為相對於所對應的現貨之價格調整行為，顯現較為完全。

國內關於證券商品價格調整過程之研究，如趙依仁 (2004) 藉由 Liu and Thompson (1990) 導出的 ARMA(1,1)股價調整係數模型，利用日內及日資料探討不同時間間隔下財務比率對價格調整過程的影響。葉政宜、雷立芬(2006)亦藉由相同的 ARMA(1,1)模型，利用日資料探討多頭與空頭時期，大盤指數、各主要類股指數及指數期貨之價格調整過程並加以比較其價格調整係數的反應情形。實證過程中，該文並未清楚定義多頭時期、空頭時期，而是依據漲跌幅度相對較明顯、

較具代表性者為標的，各選取四個多頭時期以及四個空頭時期。其主要實證結論是，各類指數在多頭時期呈現反應不足現象；空頭時期市場價大多顯現過度反應。然而，證券市場並不是每一次的上漲區段都有明顯上升的格局，每一次的下跌區段也不是都有明顯滑落的格局，而且除了多頭時期與空頭時期之外，還有盤整時期。此外，每一次的修正過程，並不是所有商品一起同向修正，價格調整過程不必然呈現一致性。

每天股市交易之報酬率或價格走勢可成能呈現上漲（多頭）、下跌（空頭）或是介在兩者的區間整理（盤整），價格調整過程或許因此有不同反應。指數期貨是股票的衍生性商品，價格波動更為明顯，因此價格調整過程，更值得關注；根據 Theobald and Yallup（1999）之結論，期貨市場對資訊的反應比現貨市場更為完整。緣此，本文擬針對指數期貨，以 Liu and Thompson（1990）所推導之 ARMA(1, 1) 估計價格調整係數。為了提供投資人更完備之價格調整過程資訊，本文將分別定義多頭市場、空頭市場以及盤整市場。預期依此區分樣本資料，並比較、歸納出價格調整過程在不同價格走勢之差異，可以提供投資人擬定投資決策之基礎。

本文結構如下，第貳節闡述實證模型。第參節針對多、空與盤整市場作定義，並說明資料來源；第肆節詳述並討論實證結果。最後歸納實證結果，以總結本文。

貳、實證方法

Amihud and Mendelson（1987）區分股票在某時點 t 的市場價格與真實價格，分別為 P_t 與 V_t 。兩者之差異取決於干擾項，兩者之間的關係，可由「有干擾的價格調整係數」（price adjustment model with noise）方程式來表示：

$$P_t - P_{t-1} = k | V_t - P_{t-1} | + u_t \quad (1)$$

其中， k 為價格調整係數，用以表示市場價格趨近真實價值的程度，且 $0 < k < 2$ ；

u_t 代表第 t 期的干擾項 (white noise)，為一獨立隨機變數，其平均數為 0，變異數為 σ^2 。實證過程中， P_t 通常為 t 期的股票市場價值取對數以後的值； v_t 則為 t 期的股票真實價值取對數以後的值， $v_t = v_{t-1} + e_t + m$ ， e_t 服從獨立隨機分配。

k 值的大小反映出市場價格偏離真實價值的程度， $k < 1$ ，為表示在面對新的訊息時，市場價格沒有完全反應出真實價值的改變。 $k = 1$ ，為表示在面對新的訊息時，市場價格的變化完全反應出真實價值的改變。 $k > 1$ ，為表示在面對新的訊息時，市場價格過度反應了真實價值的改變。

Liu and Thompson(1990)推導上述理論所隱含之 ARMA (1, 1)，過程如下。令 L 為延遲因子 (Lag operator)，式 (1) 可改寫成 t 與 $t-1$ 期市場價格分別表示為式 (2) 與式 (3)：

$$[1 - (1-k)L] P_t = kv_t + u_t \quad (2)$$

$$[1 - (1-k)L] P_{t-1} = kv_{t-1} + u_{t-1} \quad (3)$$

將式 (2)、(3) 相減再代入股票真實值，可得

$$[1 - (1-k)(1-L)] P_t = ke_t + km + u_t - u_{t-1} \quad (4)$$

或改寫成

$$[1 - (1-k)L] R_t = \alpha_0 + u_t + \beta u_{t-1} \quad (5)$$

式中， R_t 為報酬率，即為 $P_t - P_{t-1}$ 。

$$R_t = \alpha_0 + \alpha_1 R_{t-1} + u_t + \beta u_{t-1} \quad (6)$$

估計式(6)可得 AR(1)係數的估計值，因為 $\alpha_1 = 1 - k$ ，即可估出價格調整係數， k 值。Liu and Thompson (1990)、趙依仁 (2004) 及葉政宜、雷立芬 (2006) 等都運用上述模式估計價格調整係數，以觀察價格調整過程。不過估計 ARMA(1, 1)，為符合資料定態性(stationary)假設， $|\alpha_1| < 1$ (Box and Jenkins, 1970)。

參、市場定義與資料整理資料

Fabozzi and Francis (1977, 1979)認為市場指數在一定期間內由低點向上攀升，可稱為多頭市場；反之，若市場指數在一定期間內由高點向下攀滑落，則稱為空頭市場。Bhardwaj and Brooks (1993)認為市場報酬率為正則定義為多頭期間，市場報酬率為負則定義為空頭期間。從台灣股價加權指數的歷史資料可以發現，指數曾在三個月，上漲超過 20%，例如自 1999 年 12 月至 2000 年 2 月，台灣股價加權指數上漲了 31.79%；也曾在短短的三個月中，指數下跌超過 20%，例如自 2007 年 11 月至 2008 年 1 月，台灣股價加權指數下跌了 24.48%。故本研究將多頭與空頭定義為：若加權股價指數持續三個月上漲且漲幅超過 20%，則稱之為多頭市場；而若加權股價指數持續三個月下跌且跌幅超過 20%，則稱之為空頭市場。其餘則稱之為盤整市場。由於多頭上漲並非天天都是明顯的大漲或小漲的上漲，而是存在少則三、五天，多則三、五週，持平或是向下的修正過程；空頭下跌亦同。由於台灣股市有 7%漲跌幅限制，只要不是連續 3 天漲停板或跌停板，就不會超出漲跌幅 20%的下限，而被歸類為空頭、或多頭市場。本文定義之「持續三個月上漲（下跌）」必須排除前述連續漲停或跌停之狀況。

本研究由「台灣經濟新報資料庫」取得台灣加權股價指數（以下稱台指現貨）、台股期貨、電子期貨以及金融期貨近期合約(nearby contract)之每日收盤結算價，樣本期間為 1999 年 7 月 1 日至 2010 年 1 月 15 日。將上述資料依本文所採用多頭市場與空頭市場的定義，以加權指數漲跌為劃分依據，區分為多頭時期、盤整時期及空頭時期，研究期間多頭共有七個時期，空頭共有五個時期，盤整共有八個時期，總共二十個分期，詳見表一。依據表一數據，多頭時期以多頭二、七的漲幅

高達 80% 以上為最高，多頭六時期則只有 25%。空頭一、五時期台股現貨跌幅高達 50% 以上，空頭四的跌幅 24.48% 為最低。盤整時期漲跌互見，其中盤整三時期漲幅高達 32.28%，盤整五時期，跌幅則達 19.92%。特別強調盤整三時期漲幅雖然超過 20%，但是不符合加權股價指數持續三個月上漲之要件，因此歸類在盤整期。

為了獲得連續性的市場報酬率，將取得的台指現貨及各類期貨之收盤價資料予以自然對數處理。各時期，台指現貨、台股期貨、電子期貨以及金融期貨報酬率之平均數及標準差，整理於表二。台指現貨與台股期貨的報酬率平均數在各時期，數值接近，但是台股期貨之標準差高於台指現貨，顯示期貨價格波動性較大。但總體而言，電子期貨報酬率的標準差最高，亦即波動性較其他指數期貨為高。

肆、實證結果與分析

實證過程運用 SAS 9.2 統計軟體處理。由於估算 ARMA(1,1) 所得之 α_1 係數不顯著，即價格調整係數 $k=1$ ，代表指數市場價格已充分反應其真實價格。但是價格調整係數 $k=1-\alpha_1$ 無法求得抽樣分配，而可以直接檢定 $k<1$ 或 $k>1$ ，故將 k 值採用信賴區間估算法檢定之。作法是以估計所得之 α_1 計算 k 值之點推定量，並以 α_1 的 95% 信賴區間，計算 $1-\alpha_1$ 在的 95% 信賴區間，作為 k 值之 95% 信賴區間。若此區間包含 1 則無法拒絕價格調整係數 $k=1$ 之虛無假設，若不包含 1 則拒絕虛無假設，表示價格調整過程或有過度或有不足。在估算得 k 值及其信賴區間皆大於 1 時，即表示價格調整過程呈現反應過度現象；在估算得 k 值及其信賴區間皆小於 1 時，即表示價格調整過程呈現反應不足現象 (Liu and Thompson, 1990；趙依仁，2004；葉政宜、雷立芬，2006)。

依多頭時期、空頭時期及盤整時期分別整理拒絕價格調整係數 $k=1$ 之虛無假設之期貨商品於表三至表五，同表中也包括 k 值 95% 信賴區間之上下界。根據多

頭時期價格調整係數估計值（見表三），在多頭一與多頭三時期，台股期貨之價格調整過程呈現過度反應；多頭三、五與六時期則為反應不足現象。台指現貨在多頭一與多頭五也有相同調整過程。電子期貨除在多頭一時期呈現反應過度，多頭三、五、六時期價格調整過程則為反應不足。金融期貨除多頭一時期表現反應不足，多頭五、七均為反應過度現象。

觀察空頭時期價格調整係數數值與 95%信賴區間之上下界（見表四），台指現貨在空頭一、四時期，價格調整過程為反應過度，在空頭三則為反應不足現象。台股期貨在同時期也有相同的價格調整過程。電子期貨在空頭一與空頭四時期，皆呈現過度反應現象。金融期貨在空頭三時期出現價格反應不足之調整過程。在盤整五時期，台指現貨與台股期貨皆呈現價格反應過度之調整過程，電子期貨盤整一、四兩期為反應過度現象，見表五。

本文與葉政宜、雷立芬（2006）之結論存在著差異，主要的原因在於多頭市場與空頭市場的定義。在葉政宜的研究中，主要以財經、政治事件背景為依據，當漲跌幅度相對較明顯者即列為選取對象，故其所採用的多頭與空頭各四段時期的資料，雖然皆有明顯的漲幅與跌幅，但是只擷取整段市場報酬率上漲時期之部份區段，或整段市場報酬率下跌時期之部份區段。

本文之實證結果顯示，不論是多頭、盤整或空頭時期，當單一時期指數期貨價格調整係數有較一致的反應過度現象的呈現，隨後指數價格將會朝相反方向調整。譬如，在多頭一時期（1999 年 12 月 18 日至 2000 年 2 月 17 日），台指現貨與台股期貨、電子期貨之價格調整係數皆呈現反應過度（見表三），代表其市場價格調整已高於真實價格。對比表二數據，在多頭一時期，台指現貨、台股期貨與電子期貨的報酬率平均數均為最高。以實務操作而言，若見此現象，投資人應該迅速獲利了結，以規避將隨之而來股價向下大幅修正。如表一所示，2000 年 2 月 17 日見多頭高點 10202.20 後，大盤指數先行上下震盪盤整（盤整二時期）不到兩個月後，大盤指數隨即一路下跌（空頭一時期）、盤整（盤整三時期）又下跌（空頭二時期），終至 2001 年 10 月 3 日 3446.26 才止跌。

再以空頭時期為例，空頭四時期（2007 年 10 月 30 日至 2008 年 01 月 23 日），台指現貨與台股期貨、電子期貨之價格調整係數皆呈現反應過度（見表四），代表其市場價格下跌調整低於真實價格。此時投資人若積極進場佈局，可以預期隨之而來的股價向上彈升。對比表二數據，台指現貨、台股期貨與電子期貨的報酬率平均數僅高於空頭五時期，但是空頭五時期各種期貨價格並無過度反應或反應不足現象。如表一所示，2000 年 12 月 27 日見空頭低點 4614.63 後，大盤指數隨即上漲，至 2000 年 4 月 5 日 10186.17 才止漲（盤整三時期）。2008 年 1 月 23 日見空頭低點 7408.40 後，大盤指數隨即一路上漲（多頭六時期），至 2008 年 5 月 19 日 9295.20 才止漲。

至於盤整時期根據股價調整過程，以盤整五時期（2004 年 03 月 5 日至 2005 年 10 月 28 日）為例，台股期貨與台指現貨之價格調整係數皆呈現反應過度（見表五），此時期雖因全時期下跌幅度只有 19.92%而未達 20%，但其價格調整係數卻已顯現其市場價格下跌調整已低於真實價格。此時投資人可以適時買入投資標的，以待將隨之而來的股價向上大幅彈升。如表一所示，2005 年 10 月 28 日見波段盤整低點 5632.97 後，大盤指數隨即一路上漲（多頭四時期）、盤整（盤整六時期）又上漲（多頭五時期），終至 2007 年 7 月 24 日 9744.06 才止漲。

伍、結論

本研究以 Liu and Thompson (1990) 所推導之 ARMA (1,1) 估計台股期貨、電子期貨以及金融期貨之價格調整係數。樣本期間自 1999 年 7 月 1 日至 2010 年 1 月 15 日。另依加權股價指數持續三個月上漲且漲幅超過 20%，則稱之為多頭市場；而若加權股價指數持續三個月下跌且跌幅超過 20%，則稱之為空頭市場。其餘則稱之為盤整市場，區分樣本期間為七個多頭時期、五個空頭時期及八個盤整時期。

實證結果顯示，多、空頭時期之股價調整過程沒有一致性的反應過度或反應不足現象。本研究實證結果與葉政宜、雷立芬（2006）存在明顯差異，主要原因是多、空頭期間劃分不同。前文所選取的各四段多頭與四段空頭，都有明顯的走勢方向，且在區段中並沒有較大的修正波。然而觀察股價歷史資料可以發現，多頭上漲期間，多會存在著少則三、五天、多則三、五週，持平或是向下的修正過程；空頭下跌亦同。由此可知本文對於多、空頭的定義，比較可以精準掌握股市變動的波段性，當然本文期貨價格調整過程也比較正確。持平而言，台灣之指數期貨價格調整過程與市場多空走向未必存在特定關係。因此，投資人進行投資之前，若要先確認未來幾個月是多頭、空頭或盤整市場才佈局，進而獲利並不容易。

不過值得投資人參考的是，不論是多头、空頭或盤整時期，當單一時期的多種指數期貨價格調整係數有較一致的反應過度現象，隨後股價將會朝相反方向調整。因此，投資人若能善用此一現象，應能規避風險，甚而從中獲利。譬如投資人觀察台股指數現貨已經持續上漲三個月，且台股期貨、電子期貨、金融期貨等之報酬率相對高，即表示市場價格調整已高於真實價格（價格過度反應）；以實務操作而言，若見此現象，投資人應該迅速獲利了結，以規避將隨之而來股價向下大幅修正。反之，若指數現貨持續下跌達三個月，且報酬率相對低，代表其市場價格下跌調整偏低於真實價格。此時投資人若積極進場佈局，可以預期隨之而來的股價向上彈升。根據本文實證結論，投資人擬定投資策略時，若先觀察多種期貨價格一致性過度反應的現象（即報酬率相對高或低），會比預測未來多、空頭市場更容易操作。

表一：多頭、空頭與盤整時期起迄日收盤指數與漲跌幅

	起	迄	起始日收盤指數	結束日收盤指數	漲跌幅
多頭時期					
多頭一	1999/12/18	2000/02/17	7797.87	10202.20	32.10%
多頭二	2001/10/04	2002/04/22	3493.66	6462.30	87.52%
多頭三	2003/04/29	2004/03/04	4200.32	7034.10	69.93%
多頭四	2005/10/31	2006/05/08	5764.30	7474.05	32.68%
多頭五	2006/07/18	2007/07/24	6285.31	9744.06	55.71%
多頭六	2008/01/24	2008/05/19	7517.05	9295.20	25.47%
多頭七	2009/03/03	2010/01/15	4435.34	8356.89	88.82%
空頭時期					
空頭一	2000/04/06	2000/12/27	9969.28	4614.63	-54.70%
空頭二	2001/02/16	2001/10/03	6045.67	3446.26	-43.54%
空頭三	2002/04/23	2002/10/09	6390.62	3947.61	-38.91%
空頭四	2007/10/30	2008/01/23	9757.93	7408.40	-24.48%
空頭五	2008/05/20	2008/11/20	9068.89	4089.93	-56.00%
盤整時期					
盤整一	1999/07/06	1999/12/17	8454.49	7723.22	-10.13%
盤整二	2000/02/18	2000/04/05	10096.38	10186.17	-0.16%
盤整三	2000/12/28	2001/02/15	4797.14	6104.24	32.28%
盤整四	2002/10/11	2003/04/28	3850.04	4139.50	4.86%
盤整五	2004/03/05	2005/10/28	6943.68	5632.97	-19.92%
盤整六	2006/05/09	2006/07/17	7388.94	6257.80	-16.27%
盤整七	2007/07/25	2007/10/29	9740.13	9809.88	0.68%
盤整八	2008/11/21	2009/03/02	4171.10	4425.83	8.21%

資料來源：台灣證券交易所、本研究整理

表二：多頭、空頭與盤整時期指數期貨報酬率之平均數、標準差

	台指現貨		台股期貨		電子期貨		金融期貨	
	平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差	平均數	標準差
多頭時期								
多頭一	0.73	1.23	0.72	1.41	0.68	2.07	0.72	2.02
多頭二	0.48	1.86	0.47	2.23	0.57	2.75	0.30	2.48
多頭三	0.25	1.07	0.26	1.16	0.24	1.42	0.27	1.45
多頭四	0.22	0.89	0.22	0.93	0.26	1.18	0.18	1.14
多頭五	0.18	0.85	0.17	0.99	0.18	1.12	0.10	1.13
多頭六	0.31	1.49	0.33	1.69	0.34	1.90	0.34	2.24
多頭七	0.26	1.45	0.27	1.59	0.26	1.57	0.30	2.41
空頭時期								
空頭一	-0.39	2.18	-0.40	2.56	-0.48	3.02	-0.26	2.75
空頭二	-0.37	1.72	-0.37	1.89	-0.43	2.27	-0.27	2.04
空頭三	-0.41	1.83	-0.42	2.13	-0.54	2.59	-0.29	1.86
空頭四	-0.46	1.94	-0.49	2.21	-0.66	2.44	-0.21	2.43
空頭五	-0.63	2.28	-0.67	2.87	-0.70	2.92	-0.77	3.45
盤整時期								
盤整一	-0.08	1.66	-0.08	1.86	0.09	2.03	-0.18	2.22
盤整二	0.00	2.26	0.02	2.59	0.30	3.16	-0.51	2.86
盤整三	0.93	2.53	0.96	2.76	1.12	3.98	1.15	2.99
盤整四	0.04	1.77	0.05	1.92	0.00	2.37	0.06	1.98
盤整五	-0.05	1.24	-0.06	1.43	-0.05	1.69	-0.07	1.67
盤整六	-0.36	1.47	-0.39	1.71	-0.48	2.02	-0.31	1.84
盤整七	0.01	1.71	0.03	2.13	0.02	2.21	-0.13	2.49
盤整八	0.12	2.04	0.16	2.72	0.36	3.13	0.01	3.25

說明：單位%

表三：多頭時期價格調整係數點推定值與信賴區間上下界

多頭一 漲 32.10% 1999/12/18 ~ 2000/02/17				
	K 值	上界	下界	價格調整過程
台指現貨	1.88083	2.2758484	1.4858116	反應過度
台股期貨	1.78379	2.2680472	1.2995328	反應過度
電子期貨	1.83281	2.3196544	1.3459656	反應過度
金融期貨	0.11571	0.9083928	-0.6769728	反應不足
多頭二 漲 87.52% 2001/10/04 ~ 2002/04/22				
台股期貨	0.16221	0.6054836	-0.2810636	反應不足
多頭三 漲 69.93% 2003/04/29 ~ 2004/03/04				
台股期貨	1.93541	2.1295676	1.7412524	反應過度
電子期貨	0.02949	0.7730944	-0.7141144	反應不足
多頭五 漲 55.71% 2006/07/18 ~ 2007/07/24				
台指現貨	0.24109	0.8464948	-0.3643148	反應不足
台股期貨	0.27604	0.7106308	-0.1585508	反應不足
電子期貨	0.26233	0.5913944	-0.0667344	反應不足
金融期貨	1.75762	2.0247484	1.4904916	反應過度
多頭六 漲 25.47% 2008/01/24 ~ 2008/05/19				
台股期貨	0.13748	0.3906336	-0.1156736	反應不足
電子期貨	0.23453	0.4597144	0.0093456	反應不足
多頭七 漲 88.82% 2009/03/03 ~ 2010/01/15				
金融期貨	1.98947	2.0242208	1.9547192	反應過度

表四：空頭時期價格調整係數點推定值與信賴區間上下界

空頭一 跌-54.70% 2000/04/06 ~ 2000/12/27				
	K 值	上界	下界	價格調整過程
台指現貨	1.70792	1.9578004	1.4580396	反應過度
電子期貨	1.66674	2.2172648	1.1162152	反應過度
空頭二 跌-43.54% 2001/02/16 ~ 2001/10/03				
台股期貨	1.82974	2.2818728	1.3776072	反應過度
空頭三 跌-38.91% 2002/04/23 ~ 2002/10/09				
台指現貨	0.08771	0.2380224	-0.0626024	反應不足
台股期貨	0.1504	0.2937544	0.0070456	反應不足
金融期貨	0.14198	0.2901364	-0.0061764	反應不足
空頭四 跌-24.48% 2007/10/30 ~ 2008/01/23				
台指現貨	1.9449	2.3289032	1.5608968	反應過度
台股期貨	1.9552	2.5153484	1.3950516	反應過度
電子期貨	1.9659	2.8568964	1.0749036	反應過度

表五：盤整時期價格調整係數點推定值與信賴區間上下界

盤整一 跌-10.13% 1999/07/06 ~ 1999/12/17				
	K 值	上界	下界	價格調整過程
電子期貨	1.82679	2.3456216	1.3079584	反應過度
盤整四 漲 4.86% 2002/10/11 ~ 2003/04/28				
台股期貨	1.82563	2.6383048	1.0129552	反應過度
電子期貨	1.80783	2.3573748	1.2582852	反應過度
盤整五 跌-19.92% 2004/03/05 ~ 2005/10/28				
台指現貨	1.71595	2.01681	1.41509	反應過度
台股期貨	1.78264	1.9981028	1.5671772	反應過度

參考文獻

1. 台灣經濟新報資料庫，<http://www.tej.com.tw/twsite/>
2. 葉政宜、雷立芬，2006，「台灣股票市場多空頭調整過程差異之研究」，台灣銀行季刊，57：4，頁 251-258。
3. 趙依仁，2004，不同期間財務比率與台灣股票市場價格調整過程之研究，國立台北大學經濟學研究所，碩士論文。
4. 蔡垂君、李存修，2004，臺灣股價指數與指數期貨跨市場價量訊息傳遞關係之實證研究—價格發現與價量關係，中華管理評論，7(2):46-62。
5. Abhyankar, A. (1995). "Return and Volatility Dynamics in the FT-SE 100 Stock Index and Stock Index Futures Markets," *Journal of Futures Markets*, 15:457-86.
6. Amihud, Y. and H. Mendelson, 1987, "Trading Mechanisms and Stock Returns: An Empirical Investigation," *Journal of Finance*, 42(3): 533-553.
7. Anotonoios, A. and P. Holmes, (1995). "Futures Trading and Spot Price Volatility: Evidence for FTSE-100 Stock Index Futures Contract Using GRACH." *Journal of Banking and Finance*. 19:117-29.
8. Bessembinder, H. and P. Seguin, (1992). "Futures Trading Activities and Stock Return Volatility." *Journal of Finance*. 51:2015-34.
9. Bhardwaj, R. K. and L.D.Brooks, 1993, "Dual Betas from Bull and Bear Markets : Reversal of the Size Effects," *The Journal of Financial Research*, 16:269-283.
10. Bollerslev, T. 1986. "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*. 31: 34-105.
11. Box, G. and G. Jenkins, 1970. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco, Holden-Day Inc. Press.

12. Brown, K. C., W.V. Harlow and S.M. Tinic, 1988, "Risk Aversion, Uncertain Information, and Market Efficiency," *Journal of Financial Economics*, 22:355-385
13. Chan, K. (1992). "A Further Analysis of the Lead-Lag Relationship between the Cash Market and Stock Index Futures Market." *Review of Financial Studies*. 5:123-52.
14. Chou, R. 2005. "Forecasting Financial Volatilities with Extreme Values: the Conditional Autoregressive Range (CARR) Model." *Journal of Money, Credit and Banking*. 37:561-82.
15. Chou, H. C. and D. Wang, 2007. "Estimating and Forecasting Volatility of the Stock Indices Using Conditional Autoregressive Range (CARR) Model." *International Research Journal of Finance and Economics*. 41:135-59.
16. Clark, P. K., 1973. "A Subordinated Stochastic Process Model with Finite Variance for Speculative Price," *Econometrica*. 41(1): 135-159.
17. Damodaran, A, 1993, "A Simple Measure of Price Adjustment Coefficients," *Journal of Finance*, 48(1):387-400.
18. De Bondt, W. F. M. and R. H. Thaler, 1985, "Dose The Stock Market Overreact?" *Journal of Finance*, 40(3):793-808.
19. Engle, R. F. and V. M. Ng, (1993). "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility." *Journal of Finance*. 45:1749-77.
20. Fabozzi, F. J. and J. C. Francis, 1977, "Stability Tests for Alphas and Betas over Bull and Bear Market Conditions," *Journal of Finance*, 32(1):93-100.
21. Fabozzi, F. J. and J. C. Francis, 1979, "Mutual Fund Systematic Risk for Bull and Bear Markets: An Empirical Examination," *Journal of Finance*, 34(1):243-250.
22. Jegadeesh, N. and S. Titman, 1993, "Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implication for Stock Market Efficiency," *Journal of Finance*, 48(1):65-91.

23. Koutomos, G. (1998). "Asymmetries in the Conditional Mean and the conditional Variance: Evidence from Nine Stock Markets." *Journal of Economics and Business*. 50:277-90.
24. Koutomos, G. and M. Tucker, (1996). "Temporal Relationship and Dynamic Interactions between Spot and Futures Stock Market." *Journal of Futures Markets*. 16(1):55-69.
25. Liu, S.-M. and S. R. Thompson, 1990, "The Price-Adjustment Process and Efficiency of Grain Futures Markets Implied by Return Series of Various Time Intervals," *Review of Futures Markets*, 10:16-42.
26. Najand, M. and K. Yung, 1991. "A GARCH Examination of the Relationship between Volume and Price Variability in Futures Markets," *Journal of Futures Markets*. 11(5): 465-478.
27. Theobald, M. And P. Yallup, 1996, "Measuring Cash Futures Temporal Effects in the U.K. Using Partial Adjustment Factors," *Journal of Banking and Finance*, 20 : 1500-1530.