

索引

- ◆ 樹狀模型對美式亞式選擇權評價之比較分析 王克陸・許明峰・ 1
遲廷俊

- ◆ 界限型高收益連動債案例分析 吳柏成・何文榮・ 12
張賀凱

- ◆ Monte Carlo模擬法於路徑相依之上限型保本票券評價 陳芬英・陳 靖・ 19
之應用和比較 莊蕙禎

- ◆ 論台灣期貨市場實施有價證券抵繳保證金與相關配套 林蒼祥・段昌文 33



發行人:賀鳴珩
 總編輯:謝夢龍
 責任編輯:張祥麟
 發行所:中華民國期貨業商業同業公會
 地址:台北市安和路一段27號12樓
 電話:(02) 8773-7303
 傳真:(02) 2772-8378
 網址:www.futures.org.tw
 電子信箱:ken@futures.org.tw

※ 歡迎各界人士踴躍投稿 ※

編輯者的話

「臺灣期貨與衍生性商品學刊」創刊於92年，鑑於當時臺灣期貨市場開放多年，隸屬期貨業之專業刊物卻付之闕如，因此公會特地創辦了這份學刊，每年年底出版乙冊。希望藉此刊物，達到提升期貨業界研究發展的風氣、推動專業知識交流，以及分享專業心得成果的目的，連續出版五年後，這份學刊業已獲得良好口碑。

有感於現今期貨經營業種逐年擴大，期貨業業已躋身為金融市場的主流之一，為提升本刊在學術界及實務界之領先地位，自本年度（97）起，本會將稿源擴大至實務界及學術界，並邀請國內專家、學者組成審查委員會，建立嚴謹的審查制度，負責本刊之審查作業，並將積極爭取加入臺灣社會科學引用文獻索引TSSCI（Taiwan Social Sciences Citation Index）系統，以樹立本刊在學術界之權威性。

變更發刊目標後，首次出版的第六期「台灣期貨與衍生性商品學刊」，共計收錄的專題論文有：樹狀模型對美式亞式選擇權評價之比較分析、界限型高收益連動債案例分析、Monte Carlo 模擬法於路徑相依之上限型保本票券評價之應用和比較、論台灣期貨市場實施有價證券抵繳保證金與相關配套等四篇。探討的範疇及主題，結合了學術的理論與實務的經驗，對於期貨業極具參考價值。同時本刊也更新了排版的方式，希望讓讀者更加容易閱讀。

爾後本刊將在每年度的6月及12月底，定期出版乙冊，歡迎期貨、證券及金融相關行業之從業人員，以及學術界及各相關研究領域者，踴躍投稿，共同為這份屬於期貨的專業刊物而共盡心力。

中華民國期貨業商業同業公會

秘書長



樹狀模型對美式亞式選擇權評價之比較分析 Comparison among various binomial tree models for pricing American Asian options

◆ 國立交通大學財務金融研究所 副教授
● 王克陸

◆ 大同大學事業經營系(所) 助理教授
● 許明峰

◆ 鉅融資本管理股份有限公司
● 遲延俊

摘要

樹狀模型在實務上應用甚廣，許多無法產生封閉解之金融商品，必須使用樹狀模型之數值分析方法求解，尤其是路徑相關之美式選擇權。本文使用三種樹狀模型對美式亞式選擇權評價進行比較分析，此三模型分別是 Hull and White (1993，簡稱 HW)、Chalasani et al. (1999，簡稱 CJEV)和 Costabile et al. (2006，簡稱 CMR)。此外在分析結果的部分也加入 Dai et al. (2005，簡稱 DHL)及 Dai et al. (2007，簡稱 DWW)，以及 Longstaff and Schwartz (2001，簡稱 LS)的最小平方蒙地卡羅模擬法，共同討論。研究結果指出，在執行速度部分，HW 樹狀模型的表現較另外兩個模型優異。但是隨著二元樹階段(steps)的增加，CJEV 與 CMR 的樹狀模型卻能提供更穩定之評價結果。另外我們也發現，CMR 文中對其評價結果的解釋可能部分有誤，本文亦給予一個更合理的解釋。

關鍵詞：二元樹狀模型、蒙地卡羅模擬法、美式亞式選擇權

壹、緒論

亞式選擇權亦稱為平均選擇權(Average Option)，有兩種基本的形式，一是平均價格選擇權(Average Price Option)，是根據選擇權到期日前一段期間，標的資產平均價格與履約價格之差來決定其償付價值(payoff)；另一為平均履約價格選擇權(Average Strike Option)，是以到期日前一段期間，標的資產價格的平均為其履約價格，以決定選擇權的償付價值。因此亞式選擇權是路徑相依(Path-dependent)的選擇權，要計算其償付價值，必須知道標的資產過去一段期間內價格變化的路徑，評價的難度較大。

相較於傳統的選擇權，亞式選擇權有助於降低標的資產異常波動的風險，可避免因標的資產價格的變動而需持續大幅度調整避險部位，因此可降低避險成本與權證價格。亞式選擇權在實務上之應用相當廣泛，最常被使用在貨幣、利率及原物料(例如：原油)等商品的避險。

亞式選擇權根據履約方式之不同，分為歐式亞式選擇權(European Asian option)及美式亞式選擇權(American Asian option)；前者只有在到期日當天才能履約，而後者在到期日前的任何一天都能夠提前履約。美式亞式選擇權的評價複雜程度較高，因為除了路徑相依的問題外，還必須決定最佳履約時點，才能準確的評價權證之價格。本文主要是探討美式亞式選擇權之評價。

亞式選擇權在市場十分受歡迎，雖然公開交易的標準化契約近期才出現，但是機構法人於店頭市場(over-the-counter market)利用亞式選擇權商品進行避險已行之有年，特別是在外匯、成交量不大的資產(thinly traded assets)，及其他原物料商品。亞式商品在貨幣選擇權和原油選擇權交易佔有相當大的比例，根據Milevsky and Posner (1998)的資料顯示，亞式選擇權商品流通在外的成交量已高達50至100億美元。自2003年11月紐約商品期貨交易所(NYMEX)提供原油、熱燃油和汽油的均價選擇權標準化契約後，亞式選擇權已經能夠透過次級市場公開報價進行交易，此舉將更有助於亞式選擇權商品的流通，相信未來還會有更多亞式選擇權的商品在市場上陸續推出。

一般企業喜歡使用亞式選擇權商品避險，原因有幾點：第一、標的物平均價格的波動度較某特定日價格之波動度為低，因此亞式選擇權的權利金比一般選擇權為低。第二、一般選擇權商品的結算價容易受到投機客的操作，尤其是交易量比較小的標的資產，投機客會藉由在結算日拉抬或是攪壓結算價獲取最大利益。此舉對於使用選擇權商品避險的企業而言增加許多不必要的風險。使用亞式選擇權則能夠規避類似的風險，因為針對一段時間的平均價格做價的難度將大幅提高。第三、一般企業的財務長在做長期的財務計畫時，會比較在乎特定會計期間之內的貨幣或是原物料「平均」成本。因此對於企業而言，亞式選擇權是十分方便並且自然的風險管理工具。根據Risk雜誌1998對微軟當時的財務長Heitz所做的專訪，微軟在1995、1996和1997年營收外匯淨曝險部位分別佔其總營收的37%、34%和32%。因此微軟大量使用外匯的亞式選擇權做為避險工具，將微軟每季盈餘控制在相對穩定的範圍內。

評價美式亞式選擇權的數值方法中，主要有二元樹評價模型、蒙地卡羅模擬法及有限差分法。有限差分法必須處理二維偏微分方程，牽涉到較為複雜的數學推導；Grant et al.(1997)也提出二元樹評價模型在亞式選擇權商品上受到部分的限制。蒙地卡羅模擬法對美式路徑相依選擇權的評價一直無法突破，直到近期Longstaff and Schwartz (LS, 2001)發展出最小平方蒙地卡羅方法(Least-Square Monte Carlo Method)，才克服蒙地卡羅模擬法在路徑相依選擇權評價上的限制。

LS比較最小平方蒙地卡羅法和有限差分法在美式亞式選擇權上的評價結果，發現最小平方蒙地卡羅法在提早履約價值(early exercise value)的評價和有限差分的評價結果雖然有誤差，但是都控制在名目金額每100美元小於2~3美分之內，這樣的幅度是落在買賣價差¹(bid-ask spread)或是其他交易成本的範圍之內。

樹狀模型在實務上仍為應用的主流，尤其是路徑相關之美式選擇權，譬如本研究探討之美式亞式選擇權。本文將三種二元樹模型，即Hull and White (HW, 1993)、Chalasani, et al. (CJEV, 1999)和Costabile, et al. (CMR, 2006)，針對美式亞式選擇權的評價進行比較，分別就其評價結果以及每一個模型實際運算所必須花費的時間進行分析，希望本研究之結果對實務界使用樹狀模型能夠有所助益。

全文架構如下：第一節為緒論，說明研究目的、範圍與動機；第二節為文獻探討；第三節為研究方法，說明本研究所要比較的模型；第四節則是進行數值驗證與結果分析；最後是本文的結論。

貳、文獻探討

路徑相依選擇權的定價十分複雜，一般的評價約可分成二類。第一類為公式解或解析解，發展公式解，需要良好的特定條件，因此常不具有通用性。當商品性質改變時，就必須重新求解。第二類型為數值分析法，包括樹狀模型(tree method)、蒙地卡羅法(Monte Carlo method)及有限差分法(finite difference method)，此類型提供比公式解更具彈性的作法。在有限差分數值評價法中，不論是外顯(explicit)或內隱(implicit)有限差分法在亞式選擇權評價的過程中，依然造成許多的問題(Massimo et al. (2006))。Vecer(2001)聲稱在其應用新的PDE(Partial Differential Equations)法去評價歐式亞式選擇權時，可以解決在外顯有限差分法的不穩定(unstable)問題，但也只限於歐式亞式選擇權。雖然近期D'Halluin et al. (2005)應用semi-Lagrangian法來評價美式亞式選擇權，不過對於評價方法的收斂性依然是個挑戰。而蒙地卡羅方法普遍用於一般選擇權的評價，在許多評價亞式選擇權的文獻中更以此模型所得評價結果為比較基礎。另外，自Hull and White(1993)首先利用樹狀模型解決對亞式選擇權評價過程中路徑相依的計算無效率之後，相繼有許多文獻採用此簡單有彈性及富效率的樹狀模型來評價亞式選擇權。

¹在美國公開交易的選擇權商品的權利金之報價單位為 1/16 或是 1/8 美元。一個價平選擇權的買賣價差(bid-ask spread)通常為 1/16 或是 1/8 的倍數。

任何一種數值方法必須借助電腦強大的計算能力，如何快速有效地求得精確的估計值，一直是數值方法重要的議題。尤其針對路徑相依選擇權，其評價原本就不容易，因此吸引許多學者研究。在此我們以數值分析法中，普遍較為簡單直接應用的兩種數值方法——樹狀模型及蒙地卡羅法——來進行討論。

一、樹狀模型

假設股價 $S(t)$ 在 t 時間點服從幾何布朗運動(geometric Brownian motion)，並滿足以下的隨機微分方程：

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dB(t) \quad (1)$$

μ 是股價的年成長率； σ 則是年化波動率，為一固定常數；而 $B(t)$ 是布朗運動過程。同時假設在風險中立下的無風險利率為 r ，且為一定值。權證的到期日為 T ，單位為年。

連續時間的 $S(t)$ 函數可以用Cox et al. (1979)的二元樹模型（簡稱CRR模型）來估計。把選擇權的存續期間分割為 n 個階段(steps)，長度為 $\Delta t = T/n$ 。在一個 Δt 時間，股價有 p 的機率向上移動 u ，也有 $1-p$ 的機率向下移動 $d=1/u$ ，計算方式如下：

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{u - d}$$

時間 k 在離散時間的模型裡代表連續時間的 $k\Delta t$ 。我們用 R 代表 $1+r$ ，做為折現因子。

雖然CRR已經證明出當 n 趨近於無限大時，利用二項樹模型評價歐式選擇權的結果會與Black-Scholes公式的結果一致。不過CRR二元樹模型對亞式選擇權評價之中最困難的一點在於每一條路徑都有不同的股價算術平均數，同時又很難找出這些算術平均數的分配特徵。若一種衍生性商品路徑函數的可能值 F 會隨著 n 的增加大量成長，則傳統的二元樹模型便無法做出評價。HW的模型則有效地克服這個困難，發展出一套線性內插的方法計算美式亞式選擇權的上界。Chalasani et al.(1998)根據股價的幾何平均數將每一個二元樹上的節點(node)切割成次節點(nodelet)，以此代表每一條路徑的平均價格，使得所花費的運算時間和次節點的數目成比例，在 n 階段的二元樹且 $n \geq 14$ 的情形之下，次節點成長的速度小於 $n^4/20$ （使用傳統的方

法，路徑數會以 2^n 的速度成長)，大幅降低電腦的運算負荷。CJEV成功結合HW和Chalasani et al.(1998)的模型，可以更快速對美式亞式選擇權進行評價，並提供更準確的區間估計值。

Dai and Lyuu(2002)提出多層解析格子樹模型(multiresolution lattice approach)，並與HW和CJEV在美式亞式選擇權上的評價結果進行比較。根據多層解析格子樹模型在歐式亞式選擇權評價上良好的收斂效果，Dai and Lyuu認為CJEV在任何有限可數 n 的情形之下，對美式亞式選擇權之評價均出現低估。然而，多層解析格子樹模型理論尚無法證明在所有的情形之下，其模型均能成功建造。同時，目前也沒有研究證明該模型的運算時間低於指數增長的函數。

二、蒙地卡羅方法

在最小平方蒙地卡羅法(Longstaff and Schwartz, 2001)提出之前，一直無法針對蒙地卡羅方法發展出好的提早履約規則(early exercise rule)，以使模擬結果能夠達到最佳化，因此蒙地卡羅模擬法多限於歐式選擇權之評價。若要對美式選擇權進行評價，就必須發展出最佳化的「提早履約規則」，在每一可履約日比較選擇權之履約價值與持有至到期日的期望價值。

很多文獻都討論過使用蒙地卡羅模擬法評價美式選擇權的問題。Tilley(1993)破除模擬方法無法準確評價美式選擇權的迷思，是早期較為重要的文獻，但是該模型所需的記憶體空間和計算時間過於龐大，無法應用在較為複雜的衍生性金融商品評價。HW利用改進傳統的二元樹模型來評價美式選擇權，使用代表路徑(representative paths)對二元樹進行拆解，以減少運算的資源。然而Grant et al.(1997)認為樹狀模型無法計算選擇權存續期間之中某一段期間的股價算術平均數，即使解決了運算資源的問題，在亞式選擇權評價的應用上仍然受到限制。實務上，亞式選擇權通常只會以某一段特定時間的算術平均數做為償付價值(payoff)決定的依據。

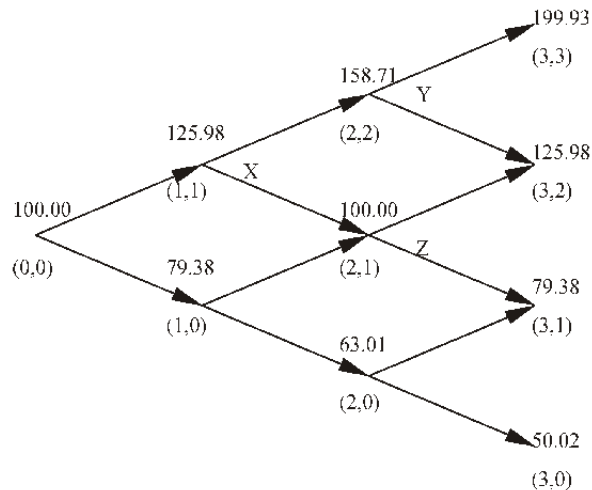
和最小平方蒙地卡羅方法比較接近的方法有Carriere(1996)和Tsitsiklis and Van Roy (1999)，但是最小平方蒙地卡羅方法有幾點重要的不同：第一、以上兩篇文獻都沒有到達實做的階段。第二、最小平方蒙地卡羅方法執行迴歸時只考慮價內路徑的做法，有效地改善了計算的效率。除此之外，最小平方蒙地卡羅方法還可以應用在較複雜的衍生性商品，做法比傳統的有限差分法要簡單。最後，它可以只針對選擇權存續期間的某一段特定期間計算股價的算術平均數，在亞式選擇權商品的應用範圍也更為廣泛。

參、研究方法

一、HW 樹狀模型

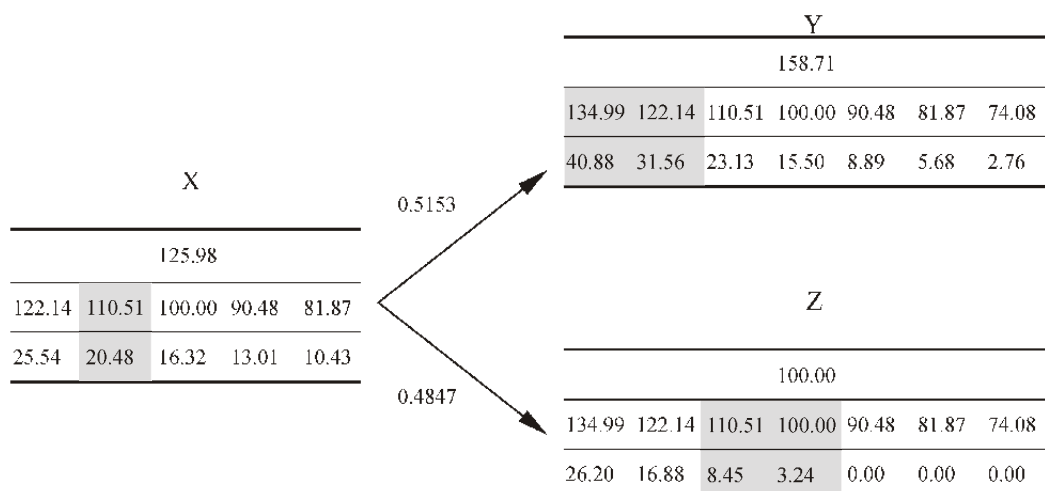
CRR的二元樹模型把選擇權的存續期間分割為 n 個階段，長度為 $\Delta t = T/n$ ，而 T 代表選擇權的到期時間。在一個 Δt 時間，股價有 p 的機率向上移動 u ，也有 $1-p$ 的機率向下移動 $1/u$ 。路徑函數 $F(t, S)$ 代表從時間0至 t 的股價 S 和時點 t 所構成的函數，該函數的值將會決定時間點 t 的選擇權價值。而 $C(S, F, t)$ 則是選擇權的價格函數，決定時間點 t 的股價為 S ，且路徑函數為 F 的選擇權價值。

HW 應用 $F = S(0)e^{mh}$ 的形式事先定義每一個節點的路徑函數的可能值，其中 h 是一個常數， m 是整數。在時間點 $i\Delta t$ 的 F 值必須涵蓋該時間點所有實際可能發生的 F 值，此可以藉由前推法(forward induction)推得。會選擇 $S(0)e^{mh}$ 是因為資產價格服從對數常態分配(lognormal distribution)，股價的算術平均數和資產價格的總和密切相關，且資產價格的總和也是服從對數常態分配，因此利用對數線性(log-linear)的集合代表時間點 $i\Delta t$ 的路徑函數的可能值 F 。再依路徑函數可能值 F 計算每一個節點的選擇權價值 $C(S, F, t)$ ，但事先定義的 F 不可能包含每一種實際路徑的可能值，所以遺漏的部分必須透過線性內插的方式計算。



圖一. 二元樹格子圖

(初始股價為 $S(0) = 100$ ，選擇權存續期間 $T = 1$ ，每一個階段的 $\Delta t = 0.3333$ (年)，年化波動度 $\sigma = 0.4$ ，連續複利的無風險利率 $r = 10\%$ 。向上機率 $p = 0.5153$ ，而向下的機率為 0.4847 。每一個節點上方的數字為該節點的股價；節點下方括弧內的數字 (i, j) 為對應時間點 $i\Delta t$ ，向上格子點數目(up-ticks) j 的節點座標。)



圖二. 於圖一.節點(1,1)、(2,2)和(2,1)之平均股價與選擇權評價

(一個表格代表一個節點，上排的數字代表該節點的股價，第二排的數字代表事先定義的股價平均值，第三排的數字為選擇權的價值。其中向上的機率為 0.5153，向下的機率為 0.4847。)

假設初始股價為100；履約價格 $K=100$ ；選擇權存續期間 $T=1$ 年；每一個階段的 $\Delta t=0.3333$ (年)；年化波動度 $\sigma=0.4$ ；連續複利的無風險利率 $r=10\%$ ；向上機率 $p=0.5153$ ；而向下的機率為0.4847。如圖一所示。在 Δt 時間，平均值的最大最小值分別為 $(100.00 + 125.98) / 2 = 112.99$ 和 $(100.00 + 79.38) / 2 = 89.69$ 。為了使事先定義的 F 值涵蓋這兩個區間，我們在 Δt 時間令 $m=-2$ 至 $+2$ ， $h=0.1$ 。因此事先定義的 F 包含了122.14, 110.51, 100, 90.48, 81.87。假設122.14和81.87在 Δt 時間是最大和最小的股價平均數，則 $2\Delta t$ 的最大平均數和最小平均數的可能值為 $(2 \times 122.14 + 158.71) / 3 = 134.33$ 和 $(2 \times 81.87 + 63.01) / 3 = 75.58$ 。為了使 F 涵蓋 $2\Delta t$ 時間的最大和最小平均數，我們必須令 $m=-3$ 至 $+3$ 。因此在 $2\Delta t$ 時間事先定義的 F 包含134.99, 122.14, 110.51, 100, 90.48, 81.87和74.08。

依據圖二，考慮節點X，且 $F=110.51$ 的情形，它有0.5153的機率向上移動，而股價的算術平均數成為 $(2 \times 110.51 + 158.71) / 3 = 126.58$ 。它落在134.99至122.14之間，從122.14算起34.57%的位置。因此我們可以利用線性內插法得到選擇權的價值 $C_u=31.56+0.3457 \times 9.32=34.78$ 。同樣地，它有0.4847的機會向下移動，股價的算術平均數為 $(2 \times 110.51 + 100.00) / 3 = 107.01$ 。利用內插法可知選擇權價格 $C_d=6.71$ 。在沒有提早履約的情形下，在節點X，且 $F=110.51$ 的選擇權價值 $C = (34.78 \times 0.5153 + 6.71 \times 0.4847)e^{-0.3333 \times 0.1} = 20.48$ 。此時再和提早履約價值相比，便能決定該節點選擇權的理論價格。利用倒推法可以推得每一個節點在不同 F 之下的選擇權價值。而節點(0,0)的選擇權價格即是美式亞式選擇權的估計價格。

二、CJEV 樹狀模型

假設有一樣本空間 Ω ，裡面包含一連串 n 個獨立的隨機變數 $\omega_i = \{H, T\}$ 。在CRR二元樹模型中，一條路徑就是 Ω 之中的一個樣本點 $\omega_i = \omega_1 \omega_2 \dots \omega_n$ ， $\omega_i = \{H, T\}$ ， H 表示向上移動， T 表示向下移動；而一條路徑的長度就是它所包含的所有分歧點。在所有 $k=1, 2, \dots, n$ 的情形之下，如果 $\omega_k = H$ ，則我們定義 $X_k = 1$ ，否則 $X_k = 0$ 。同時定義 X_k 為一條路徑在時間點 k 之前的向上移動的格子數(upticks)總和，

$$H_k = \sum_{i=1}^k X_i, \quad k=1, 2, \dots, n。$$

對一條已知的路徑 P 和一個隨機變數 Z ，若要表示隨機變數 Z 在路徑 P 上的值，我們會用 $Z(P)$ 表示。CRR的重合(recombining)二元樹可以用 (k, H_k) 來表示在二元樹中某一條路徑上的節點。在路徑 A 上的 $H_k(A)=h$ ，則我們說路徑 A 經過(pass through)或到達(reach)節點 (k, h) 。

若時間點 k 的股價用 S_k 表示， $k=1, 2, \dots, n$ ；計算方式如下：

$$S_k = S_0 u^{2H_k - k}, \quad (2)$$

故在節點 (k, h) 的股價為 $S_0 u^{2h-k}$ 。則時間點 k 的平均股價為：

$$A_k = (S_0 + S_1 + \dots + S_k) / (k+1), \quad k \geq 0. \quad (3)$$

如此可以得到一履約價為 K 的亞式買權在時間點 n 的償付價格為 $\max(A_n - K, 0)$ ，選擇權在時間0的價格則定義為「在考慮所有可能的履約策略 τ 之下，最大化償付價格之折現值的期望值。」：

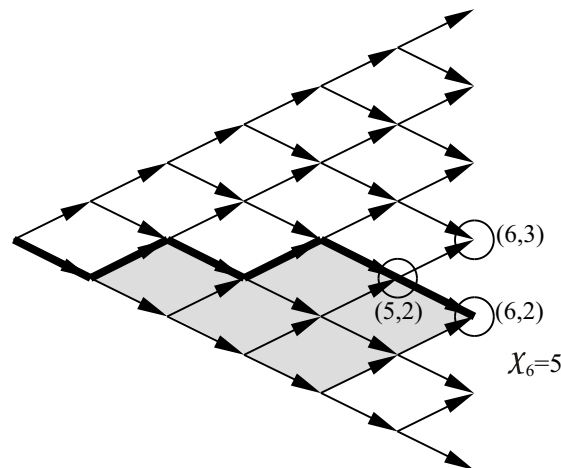
$$C_0 = \max_{\tau} E \left[\left(\max(A_{\tau} - K, 0) \right) / R^{\tau} \right]. \quad (4)$$

在每一個二元樹的第 k 層之中，相同的節點具有相同的向上移動格子數 H_k 。相同節點的次節點除了具有相同的向上移動格子數之外，還具有相同的「範圍」。因此每個次節點可以用對應的 (k, h, a) 表示， k 表示從起點開始的階段數， h 表示向上移動的格子數，而 a 表示次節點的範圍(area)。精細二元格子模型便是將二元格子點利用「範圍」將每一個節點再分割成更多的次節點，結合HW的線性內插法，計算次節點遺漏的部分，對美式亞式選擇權進行評價。

定義隨機變數 χ_k ，稱做時間點 k 的「範圍」：

$$\chi_k = \sum_{i=1}^k (1 - X_i) H_i, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

且令 $\chi_0 = 0$ 。假設一條特定路徑 χ_k ，如圖三所示。對每一個節點來說，先向下移動 $k-h$ 個格子點，再向上移動 h 個格子點到達節點 (k, h) 的路徑，定義為到達 (k, h) 的最低路徑；另一先向上移動 h 個格子點，再向下移動 $k-h$ 個格子點到達 (k, h) 的路徑，定義為到達 (k, h) 的最高路徑。任一條到達 (k, h) 路徑 ω 的範圍 $\chi_k(\omega)$ 是由該路徑和最低路徑所圍成的區域內菱形方塊的個數。節點 (k, h) 最大的可能範圍為最高路徑和最低路徑所圍成的區域，菱形方塊個數等於 $h(k-h)$ ；而最小可能範圍為0。



圖三. CJEV 樹狀模型圖

(節點 $(5, 2)$ 代表在時間點 0 到時間點 5 為止，該路徑有兩個向上移動格子數(up-ticks)。在時間點 6 時，該路徑的範圍(area) χ_6 便是該路徑與到達節點 $(6, 2)$ 的最低路徑所圍成的菱形個數(陰影部分)。)

如同之前所提，將二元樹中的每一個格子點分割成許多次節點，每一個次節點的股價幾何平均數都相同。²接著根據每一條路徑的「範圍」做為分割的依據。若一條路徑 ω 到達或是經過一個次節點 (k, h, a) ，則：

$$H_k(\omega) = h, \quad \chi_k(\omega) = a.$$

² 請參考 Chalasani et al. (1999) 文中的 Lemma 1 的證明。

這表示一個次節點 (k, h, a) 在二元樹第 k 層的路徑中，有 h 個向上移動的格子數，且該路徑的範圍為 a 。

首先在 $k = 1, 2, \dots, n; h = 0, 1, \dots, k$ 和 $a = 0, 1, \dots, h(k-h)$ 的情況下，設定 $M(0, 0, 0) = 1, S(0, 0, 0) = S_0$ ，則利用前推法可計算出到達次節點 (k, h, a) 的路徑數 $M(k, h, a)$ 與通過此節點的所有路徑之股價總和 $S(k, h, a)$ 。假設在 $m = 0, 1, \dots, k$ 時，已經利用前推法計算出所有 $M(m, h, a)$ 和 $S(m, h, a)$ 的值。進一步計算當 $m = k + 1$ 的 $M(m, h, a)$ 和 $S(m, h, a)$ 值時，必須考慮第 k 層的每一個次節點 (k, h, a) 和在 $k+1$ 時間點的每一個次節點中 $M(m, h, a)$ 和 $S(m, h, a)$ 正確的增量(increment)。若在時間點 k 通過次節點 (k, h, a) ，並在 $k + 1$ 時間點向上移動的每一條路徑，其會到達次節點 $(k + 1, h + 1, a)$ 。透過 (k, h, a) 到達 $(k + 1, h + 1, a)$ 的路徑，會貢獻一增量 $M(k, h, a)$ 給 $M(k + 1, h + 1, a)$ ；且該路徑也會貢獻 $S(k, h, a) + M(k, h, a) S_0 u^{2(h+1)-(k+1)}$ 給 $S(k + 1, h + 1, a)$ 。同樣地，可以知道透過 (k, h, a) 到達 $(k + 1, h, a+h)$ 的路徑，會貢獻 $M(k, h, a)$ 給 $M(k + 1, h, a+h)$ ；同時此路徑也貢獻 $S(k, h, a) + M(k, h, a) S_0 u^{2h-(k+1)}$ 給 $S(k + 1, h, a+h)$ 。

要計算到達次節點 (k, h, a) 的每一條路徑的平均股價期望值，以 $A(k, h, a)$ 來表示，即 $A(k, h, a) = E[A_k | H_k = h, \chi_k = a]$ ， $k = 0, 1, \dots, n, h \leq k$ 。為了要計算 $A(k, h, a)$ ，我們引用一隨機變數 S'_k ，將它定義為一條路徑中從時間0到時間 k 的股價總和：

$$S'_k = \sum_{i=0}^k S_i, \quad k = 0, 1, \dots, n。$$

於是當 $k = 0, 1, \dots, n$ 時， $A_k = S'_k / (k + 1)$ 。如前所述 $S(k, h, a)$ 為所有通過次節點 (k, h, a) 路徑的 S'_k 總和，並設定 $\tilde{A}(k, h, a)$ 為所有通過次節點 (k, h, a) 路徑的 A_k 之未加權平均數(unweighted average)，計算方式如下。

$$\tilde{A}(k, h, a) = \frac{S(k, h, a)}{(k + 1)M(k, h, a)} \quad (5)$$

計算每一個次節點 $\tilde{A}(k, h, a)$ 的值，也就是所有到達節點 (k, h, a) 路徑的 A_k 之平均數，並將 $\tilde{A}(k, h, a)$ 視為該次節點的股價算術平均數。得到股價平均數後，接著計算美式亞式選擇權價格的上、下界。首先藉由HW所提出的方法，利用倒推法(backward-recursion)和線性內插法即可推得選擇權價值的上界(upper bound)。³例如：若在 $k = n$ 的情況下，則為選擇權執行履約時點；在 $k < n$ 時，每一節點之選擇權價值則是以 k 時點的履約價與 $k + 1$ 時點價格折現後取期望值，兩者之中取大者為選擇權價值。因此節點 $(0, 0, 0)$ 之選擇權價格即為美式亞式選擇權的上界價格。

³ 上、下界詳細的推導過程請參考 Chalasani et al. (1999)。

根據上界的評價結果，我們可以利用以下陳述的方法得到下界。對每一個節點 (k, h, a) 而言，當 $k = n$ 或 $k < n$ 時，立即履約的價格大於 $k + 1$ 時間折現後的期望值，則將節點 (k, h, a) 標記為「中斷點」(stopping node)。在使用倒推的過程中，若次節點 (k, h, a) 被標記為中斷點，便只能執行履約的動作。換句話說，在格子點上的每一條路徑，都要在最先碰到的中斷點執行履約，如此便能得到美式亞式選擇權價格之下界。

三、CMR 樹狀模型

CMR與CJEV的模型架構相同，以路徑的幾何平均數做為分割次節點的依據。唯一不同的是，它計算每一個次節點的算術平均數方式不是使用推導的近似值，而是計算每一條代表路徑(representative path)實際的算術平均數。如此一來便能減少內插法的使用，使計算的選擇權價格更貼近樹狀模型的理論價值。

改良二元樹格子點可利用以下的方法計算出算術平均數價格：假設時間點 i ，有 j 個向上移動格子點與 $i-j$ 個向下移動格子點，即為節點 (i, j) 。首先計算出到達節點 (i, j) 最高路徑 τ_{\max} 的算術平均數價格 $A_{\max}(i, j)$ ，這是第一個代表路徑的值，用 $A(i, j; 1)$ 來表示；另一代表路徑的最後一個值則是最低路徑 τ_{\min} 的算術平均數 $A_{\min}(i, j)$ ；剩餘的其他代表路徑的算術平均數則是以 $A(i, j; k)$ ， $k=1, \dots, j(i, j)$ 來表示。若設定 $S_{\max}(i, j; k)$ 為代表路徑上標的資產的最大價格，而該價格所在節點不能屬於最低路徑之節點，便能使用下式推出其他的代表路徑的算術平均數：

$$A(i, j; k+1) = A(i, j; k) - \frac{1}{i+1} [S_{\max}(i, j; k) - S_{\max}(i, j; k)d^2]。 \quad (6)$$

也就是說，第 $(k+1)$ 個代表路徑的算術平均數，可以用第 k 個代表路徑的算術平均數推得，只要把 $S_{\max}(i, j; k)$ 用 $S_{\max}(i, j; k)d^2$ 替換即可。如此繼續，一直到代表路徑成為最低路徑 τ_{\min} 。而最高路徑和最低路徑算術平均數計算公式如下所示：

$$A(i, j; 1) = A_{\max}(i, j) = \frac{1}{i+1} \left(\sum_{h=0}^j Su^h + \sum_{h=0}^{i-j-1} Su^{h+2j-1} \right)， \quad (7)$$

$$A(i, j; 1+j(i-j)) = A_{\min}(i, j) = \frac{1}{i+1} \left(\sum_{h=0}^{i-j} Sd^h + \sum_{h=0}^{j-1} Sd^{i-2j+h} \right)。 \quad (8)$$

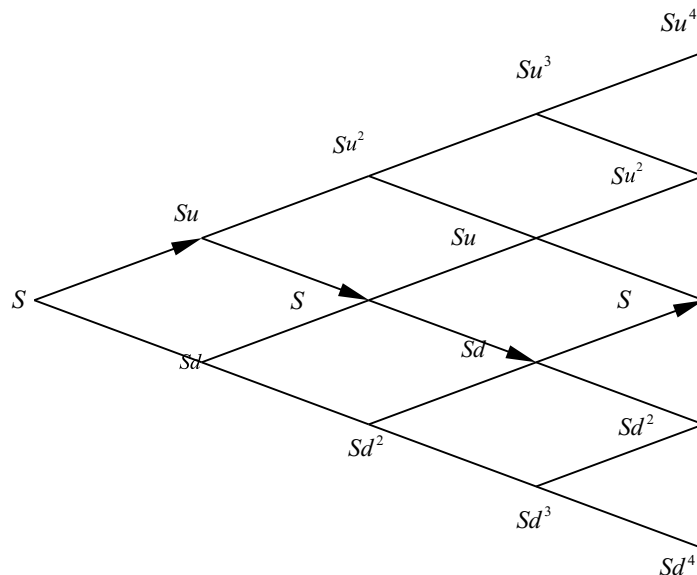
如圖四所示，以二元樹中節點 $(4, 2)$ 為例， $A(4, 2; 1) = A_{\max}(4, 2)$ 必須利用到達該節點的最高路徑 (S, Su, Su^2, Su, S) 計算出來，其中 $S_{\max}(4, 2; 1) = Su^2$ 。接著計算第二

條代表路徑的算術平均數，我們要用 $S_{\max}(4, 2; 1)d^2 = S$ 取代 $S_{\max}(4, 2; 1)$ ，因此計算 $A(4, 2; 2)$ 的代表路徑成為 (S, Su, S, Su, S) 。節點 $(4, 2)$ 剩下的三個代表路徑為 (S, Sd, S, Su, S) 、 (S, Sd, S, Sd, S) 和 (S, Sd, Sd^2, Sd, S) 。與節點 $(4, 2)$ 有關的代表路徑算術平均數，包含了所有到達節點 $(4, 2)$ 路徑的真實算術平均數，除了 (S, Su, S, Sd, S) 之外（在圖四中以箭頭所描寫之路徑）。此外，若一條路徑的 $S_{\max}(i, j; k)$ 可能超過一個時，只需要將路徑之中第一個到達的 $S_{\max}(i, j; k)$ 用 $S_{\max}(i, j; k)d^2$ 替換。

得到所有代表路徑的算術平均數之後，便能透過倒推法及下列公式得到選擇權價格：

$$C(i, j; k) = \max\{R[pC(i+1, j+1; k_u) + (1-p)C(i+1, j; k_d)] A(i, j; k) - K\}, \quad (9)$$

其中 $C(i+1, j+1; k_u)$ 和 $C(i+1, j; k_d)$ 分別與 $[(i+1) A(i, j; k) + dS(i, j)]/(i+2)$ 和 $[(i+1) A(i, j; k) + uS(i, j)]/(i+2)$ 有關。改良二元格子樹模型與 CJEV 最大的不同點在於在許多情形之下，不需要藉由線性內插求得 $C(i+1, j+1; k_u)$ 和 $C(i+1, j; k_d)$ 。因為 $[(i+1) A(i, j; k) + dS(i, j)]/(i+2)$ 和 $[(i+1) A(i, j; k) + uS(i, j)]/(i+2)$ 可能包含在 $A(i+1, j; k)$ 和 $A(i+1, j+1; k)$ 兩個集合之內，因此不需要使用內插法。若沒有包含在內，才需要使用 HW 模型之中的線性內插法計算 $C(i+1, j+1; k_u)$ 和 $C(i+1, j; k_d)$ 。



圖四. CMR 樹狀模型圖

四、DHL 樹狀模型

在 DHL 模型中，也是以 CRR 二元樹來建立樹狀模型，樹狀模型的建立如 HW 模型這一節中所說明的。因此在格子樹的評價依然以倒推法求得。令 (i, j, A) 表示在節點 (i, j) 具有平均股票價格 A (從時間階段 0 至時間階段 i) 之條件 (state)，及 $C(i, j, A)$ 為相對應之選擇權價格。若此股票價格在時間點 $i+1$ 向上移至節點 $(i+1, j)$ ，則平均股票價格變成 $A' \equiv \frac{(i+1)A + Su^{i+1-j}d^j}{i+2}$ 。然而股價向下移至節點 $(i+1, j+1)$ ，其平均股票價格為 $A'' \equiv \frac{(i+1)A + Su^{i-j}d^{j+1}}{i+2}$ 。如此繼續持有之選擇權價格 $C(i, j, A)$ 等於

$$C(i, j, A) = e^{-r\Delta t} [p \times C(i+1, j, A') + (1-p) \times C(i+1, j+1, A'')] \quad (10)$$

在格子樹模型下，上述公式可被推論應用從時間點 $n-1$ 至具有 $C(0, 0, S_0)$ 時間點 0。但是到達節點 (i, j) 有 $\frac{i!}{(i-j)!j!}$ 條價格路徑，且每一條如此路徑導致不同的平均價格。因此條件數會明顯的增加，造成直接應用等式 (10) 來作計算是非常耗時間的。

所以 DHL 隨著 HW 模型，提出降低條件數的方法。當條件 (i, j, A) 未精確獲得時，其相對應的選擇權價格可從兩個臨近的條件 (i, j, A^-) 及 (i, j, A^+) 採用線性內插獲得，如下所示：

$$C(i, j, A) = \frac{A - A^-}{A^+ - A^-} C(i, j, A^+) + \frac{A^+ - A}{A^+ - A^-} C(i, j, A^-), \quad (11)$$

其中 $A^- < A < A^+$ 。接著與提早履約價格相比，即可決定該節點選擇權的理論價格。再利用倒推法可以推得每一個節點的選擇權價格。直到起始節點 $(0, 0)$ 的選擇權價格即為美式亞式選擇權。

五、DWW 樹狀模型

DWW 樹狀模型主要提供另一種減少內插誤差的方法，及改善 HW 模型方法的效率性。此評價方法依然是以 CRR 二元樹來建立標的資產價格變動之模型，並使用不同於 HW 模型之非線性誤差方法。一般選擇權的價格可由如下等式求得，

$$C = C_1 \frac{A-A_2}{A_1-A_2} + C_2 \frac{A-A_1}{A_2-A_1}, \quad (12)$$

其中 A 為相對於 C 之任一算術平均股票價格，且 $A \in [A_1, A_2]$ ； A_1 及 A_2 為算術平均股票價格 A 臨近的任一上下配對的代表(representative)平均價格； C_1 及 C_2 是與 A_1 及 A_2 配對的選擇權價格。依平均價格理論(mean-value theorem)，來自於 $[A_1, A_2]$ 中價格函數非線性之線性內插的誤差項可以表示成：

$$\frac{C''(\xi)}{2!} (A - A_1)(A - A_2), \quad (13)$$

其中 $C''(\xi)$ 是以二階數值微分(second order numerical differentiation)來近似，以及中間點 $A = (A_1 + A_2)/2$ 。此誤差項是作為檢測每一上下配對代表平均價格間之線性內插的誤差，是否低於事前設定的限值。一但 $C''(\xi)$ 太大或是 A_1 及 A_2 之間距太遠，即可在 $[A_1, A_2]$ 之間加入一額外代表平均價格，並且對每一子集重覆同樣的過程，一直到線性內插之誤差項低於設定限值為止。此設定限值為精確標準值(precision criterion)，主要目的是為了防止在檢測與分割(examining-and-dividing)過程中可能造成無限分割所產生的無差異值。

以下將舉例說明檢測與分割的過程，假設初始的股票價格 S_0 及履約價格 K 皆為 50；時間階段 $n=40$ ；選擇權存續期間 $T=1$ 年；年化波動度 $\sigma=0.8$ ；連續複利的無風險利率 $r=10\%$ 及精確標準值為 0.5。以節點(37,25)為例，於圖五中說明檢測與分割的過程。在每一步驟的架構中，有三組配對的代表平均股價及相對應買權價值，同時也呈現線性內插的誤差值。當使用倒推法至節點(37,25)時，在初始表中的代表平均價格只有 83.4062，50 及 12.3309，以及依據 HW 模型所得到相對應的選擇權價格，分別是 28.1577、0、0。在步驟一中，對於 83.4062 與 50 之間的範圍有 $(83.4062, 28.1577)$ 、 $((83.4062+50)/2=66.7031, 13.2048)$ 及 $(50, 0)$ 配對考量線性內插的誤差值。因為近似線性內插誤差值為 0.8742，大於精確標準值 0.5，所以配對的平均價格 66.7031 與相對應的買權價值 13.2048 應該被嵌入代表平均價格的表中。在步驟二中，對 83.4062 與 66.7031 範圍內的近似線性內插的誤差值為 $3.2452E-15$ ，是小於精確標準值 0.5。因此不將配對的平均價格 $75.0546=((83.4062+66.7031)/2)$ 及相對應選擇權價值 20.6813，嵌入 83.4062 與 66.7031 範圍內。因此依照相同的方式，從步驟三至步驟八，我們可以求得代表平均價格與其相對應選擇權價值的最後表格，並且在此表格中，任一配對之臨近代平均價格的近似誤差值皆低於精確標準值 0.5。故利用倒推法可以得到每一個節點不同的選擇權價值，最後節點(0,0)的選擇權價格即是美式亞式選擇權的價格。

Initial table for node(37,25)			Step 1			Step 2		
Average	Call		Average	Call	Interpolation error	Average	Call	Interpolation error
83.4062	28.1577		83.4062	28.1577		83.4062	28.1577	
50.0000	0.0000		66.7031	13.2048	0.8740 (inserted)	75.0546	20.6813	3.2452E-15 (not inserted)
12.3309	0.0000		50.0000	0.0000		66.7031	13.2048	
			12.3309	0.0000		50.0000	0.0000	
						12.3309	0.0000	
Step 3			Step 4			Step 5		
Average	Call	Interpolation error	Average	Call	Interpolation error	Average	Call	Interpolation error
83.4062	28.1577		83.4062	28.1577		83.4062	28.1577	
66.7031	13.2048		66.7031	13.2048		66.7031	13.2048	
58.3515	5.7284	0.8740 (inserted)	62.5273	9.4666	3.7088E-15 (not inserted)	58.3515	5.7284	
50.0000	0.0000		58.3515	5.7284		54.1758	2.1788	0.6853 (inserted)
12.3309	0.0000		50.0000	0.0000		50.0000	0.0000	
			12.3309	0.0000		12.3309	0.0000	
Step 6			Step 7			Step 8		
Average	Call	Interpolation error	Average	Call	Interpolation error	Average	Call	Interpolation error
83.4062	28.1577		83.4062	28.1577		83.4062	28.1577	
66.7031	13.2048		66.7031	13.2048		66.7031	13.2048	
58.3515	5.7284		58.3515	5.7284		58.3515	5.7284	
56.2637	3.8593	9.4341E-02 (not inserted)	54.1758	2.1788		54.1758	2.1788	
54.1758	2.1788		52.0879	0.7221	0.3673 (not inserted)	50.0000	0.0000	
50.0000	0.0000		50.0000	0.0000		31.1655	0.0000	0.0000 (not inserted)
12.3309	0.0000		12.3309	0.0000		12.3309	0.0000	

圖五. 評價算術平均選擇權之線性內插的演算步驟

六、LS 蒙地卡羅方法

假設存在機率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) 和一段期間 $[0, T]$ 。 Ω 為時間0到 T 所有可能發生事件的集合，而 ω 為一條路徑， \mathcal{F} 為時間點 T 可區別事件的 σ -體，而 P 是機率測度。定義 $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}_t; t \in [0, T]\}$ 為證券有關價格變動過程所產生的累積集合(augmented filtration)，並且假設 $\mathcal{F}_T = \mathcal{F}$ 。在無套利的前提下，也假設經濟體存在martingale Q 測度。

在時間點 t_k ，投資者知道立即履約的價格，當然不知道繼續持有的價格。無套利評價理論暗示繼續持有的價格，為風險中立 Q 測度下時間 t_k 後的現金流量 $C(\omega, s; t_k, T)$ 折現之期望值；其中 s 表示 t 至 T 之間的履約時點， $t < s \leq T$ 。因此在時間 t_k ，繼續持有選擇權的價格可以表示成，

$$F(\omega; t_k) = E_Q \left[\sum_{j=k-1}^n \exp \left(- \int_{t_k}^{t_j} r(\omega, s) ds \right) C(\omega, t_j; t_k, T) \middle| \mathcal{F}_{t_k} \right], \quad (14)$$

$r(\omega, s)$ 為無風險利率，及取時間 t_k 資訊集 \mathcal{F}_{t_k} 為條件期望值。根據上式可得到繼續持有選擇權的價格。接著比較立即履約價格與繼續持有的價格，即可決定最佳履約策略。

最小平方蒙地卡羅法在時間點 $t_{N-1}, t_{N-2}, \dots, t_1$ ，使用最小平方去近似條件期望函數。從遞迴定義現金流 $C(\omega, s; t, T)$ 的路徑，我們利用倒推法求得選擇權。因為在時間點 t_{k+1} 也許是最佳履約點， $C(\omega, s; t_k, T)$ 和 $C(\omega, s; t_{k+1}, T)$ 可能不同，因此會改變一條路徑上所有後續的現金流量。特別在時間點 t_{N-1} ，我們假設在等式(14)中的未知函數 $F(\omega; t_{N-1})$ ，可以表示成 $F_{t_{N-1}}$ 可測度基底函數的可數集合之線性組合。

假設期望值為平方可積(square-integrable)函數 L^2 空間的一種元素。因為 L^2 是一個Hilbert空間，具有可數的正交基底，並且條件期望值可用此基底元素的線性函數來表示。假設 X 是標的資產的價值，且服從Markov過程。其Laguerre多項式之基底函數表示如下：

$$L_0(X) = \exp(-X/2) , \quad (15)$$

$$L_1(X) = \exp(-X/2)(1-X) , \quad (16)$$

$$L_2(X) = \exp(-X/2)(1-2X+X^2/2) , \quad (17)$$

$$L_n(X) = \exp(-X/2) \frac{e^X}{n!} \frac{d^n}{dX^n} (X^n e^{-X}) . \quad (18)$$

根據以上的法則， $F(\omega, t_{N-1})$ 可以被表示成：

$$F(\omega; t_{N-1}) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j L_j(X) , \quad (19)$$

此係數 a_j 是為常數。

首先使用 $M < \infty$ 基底函數執行最小平方蒙地卡羅方法來近似 $F(\omega; t_{N-1})$ ，並表示近似結果 $F_M(\omega; t_{N-1})$ 。一旦基底函數的子集合決定後，對於 $F_M(\omega; t_{N-1})$ 的估計，在時間 t_{N-1} 價內選擇權這些路徑可藉由基底函數以迴歸方式求得 $C(\omega, s; t_{N-1}, T)$ 的折現值。使用價內的路徑作估計，是因為只有當選擇權在價內時的履約決策才具相關性。將條件期望值估計的範圍限定在價內路徑時，則求得條件期望函數估計值所需的基底函數會更少。若所有路徑的基底函數值皆具獨立同分配，則動差存在(the existence of moments)的弱式假設，就容許使用 White(1984)的定理3.5去證明，當模擬的價內路徑數 n 趨近於無窮大時，則迴歸的配適值 $\hat{F}_M(\omega; t_{N-1})$ 會收斂至 $F_M(\omega; t_{N-1})$ 。此外 Amemiya(1985)的定理1.2.1認為，依照均方矩陣來說 $\hat{F}_M(\omega; t_{N-1})$ 是 $F_M(\omega; t_{N-1})$ 的最佳線性不偏估計值。

在時間 t_{N-1} 的條件期望函數一被估計出來，對價內路徑 ω 而言， $\hat{F}_M(\omega; t_{N-1})$ 即可與履約價格比較以決定是否提前履約。並對每一條價內路徑重覆同樣決策方式。一旦確認了履約策略，就可以求出 $C(\omega, s; t_{N-2}, T)$ 。把時間點再向前移至 t_{N-2} ，並重覆同樣的步驟。直到每一條路徑的每一個履約時點之履約決策都被確定為止。對於美式亞式選擇權的評價，我們從時間點0開始隨著每一條路徑向前推展直遇到第一個履約時點，再從履約時點回到時間點0的現金流量折現，並加總所有路徑起始點的現金流量後取其平均，即求得美式亞式選擇權。

肆、數值驗證

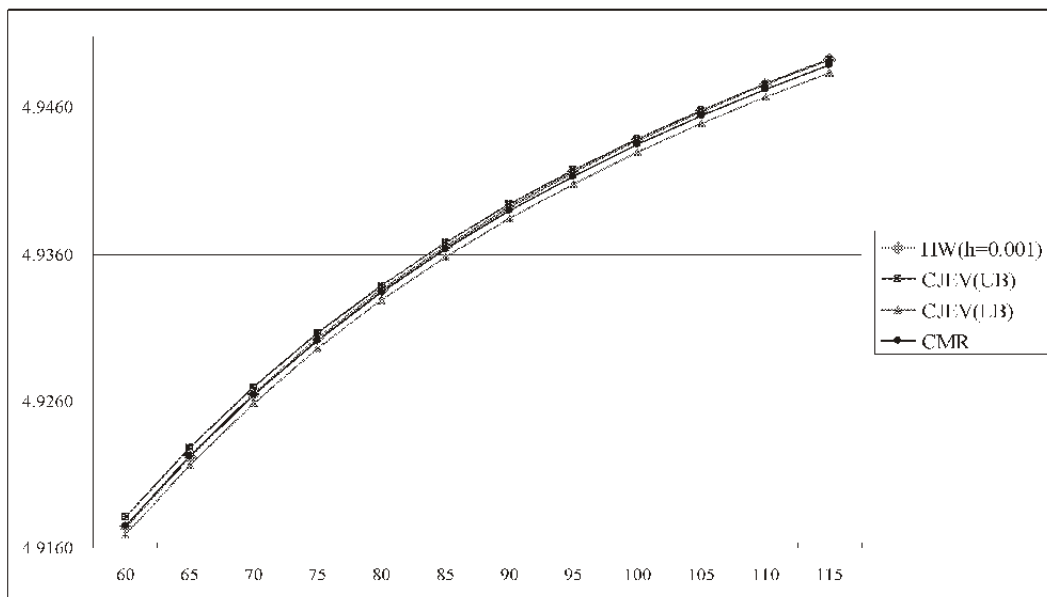
針對執行效率的測試，本研究使用之平台為 Intel® Pentium® M 740 處理器(1.73 GHz)、1Gb DRAM 與 Microsoft® .NET Framework SDK v2.0。實作語言為 Microsoft® Visual Studio 2005 的 C# .NET。

首先起始股價 $S_0 = 50$ ，履約價格 $K = 50$ ，無風險利率 $r = 0.1$ ，年化波動度 $\sigma = 0.3$ ，買權存續期間 $T = 1$ 為條件，對 HW、CJEV 和 CMR 模型執行選擇權評價。這些參數值，主要是此三篇文獻皆是使用這些參數值進行評價並比較其結果，因此我們也以這些參數值所得到的評價結果來做比較。我們以不同的階段數(step)來進行評價，階段數 n 從 1 開始，每次增加 5 個階段數直到 120，如表一所示，並輔以圖六詳細說明。從表一中顯示，在階段數 $n=65$ 之前，CMR 模型對權證評價的數值結果皆大於 HW 模型在 $h=0.001$ 時的評價結果。但階段數在大於或等於 65 時，兩模型的數值結果相比正好與前述結果相反。同時發現 HW 樹狀模型在 $h=0.001$ 之下的評價結果，會從原本逐漸靠近 CJEV 樹狀模型的下界，最後甚至有超過 CJEV 上界的現象。這是因為 HW 評價模型並不會隨著階段數的上升，而增加代表路徑之密度；但路徑數卻可能會隨著 n 上升，上升的速度高達 2^n 。即使把參數 h 調整得很小，但隨著 n 愈大，因內插產生的向上誤差仍然會增加；而 CJEV 與 CMR 模型中每個節點之次節點數量均會隨著 n 的上升而增加，雖然不能完全消除向上誤差隨著 n 增加，但是增加速度則較 HW 的模型緩慢。

表一. HW, CJEV 與 CMR 樹狀模型之評價結果

steps	HW(h=0.005)	HW(h=0.003)	HW(h=0.001)	CJEV(UB)	CJEV(LB)	CMR
1	4.73455	4.73455	4.73455	4.73455	4.73455	4.73455
5	4.56659	4.56545	4.56541	4.56541	4.56541	4.56541
10	4.70963	4.70873	4.70850	4.70970	4.70849	4.70972
15	4.78080	4.77957	4.77905	4.78079	4.77882	4.77972
20	4.81503	4.81358	4.81266	4.81445	4.81240	4.81341
25	4.84459	4.84261	4.84163	4.84318	4.84133	4.84214
30	4.86501	4.86280	4.86180	4.86318	4.86147	4.86228
35	4.88031	4.87769	4.87642	4.87760	4.87598	4.87674
40	4.89243	4.88949	4.88805	4.88913	4.88762	4.88833
45	4.90235	4.89910	4.89746	4.89840	4.89699	4.89769
50	4.91073	4.90711	4.90526	4.90610	4.90474	4.90540
55	4.91781	4.91384	4.91184	4.91258	4.91128	4.91191
60	4.92391	4.91960	4.91744	4.91811	4.91688	4.91747
65	4.92923	4.92460	4.92223	4.92281	4.92161	4.92220
70	4.93392	4.92899	4.92647	4.92696	4.92582	4.92641
75	4.93813	4.93292	4.93023	4.93065	4.92958	4.93014
80	4.94185	4.93642	4.93356	4.93391	4.93286	4.93343
85	4.94529	4.93955	4.93653	4.93681	4.93579	4.93635
90	4.94835	4.94237	4.93918	4.93941	4.93844	4.93897
95	4.95113	4.94495	4.94157	4.94175	4.94080	4.94132
100	4.95370	4.94729	4.94375	4.94388	4.94295	4.94347
105	4.95606	4.94945	4.94575	4.94582	4.94493	4.94544
110	4.95824	4.95144	4.94758	4.94760	4.94672	4.94724
115	4.96026	4.95330	4.94928	4.94925	4.94839	4.94890
120	4.96213	4.95501	4.95084	4.95077	4.94994	4.95044

註：HW 代表 Hull and White 二元樹模型，參數 $h = 0.001, 0.003, 0.005$ ；CJEV 代表精細二元格子模型的評價結果；LB 代表下界(lower bound)，UB 代表上界(upper bound)；CMR 代表改良二元樹模型。起始股價 $S_0 = 50$ ，履約價格 $K = 50$ ，無風險利率 $r = 10\%$ ，年化波動度 $\sigma = 0.3$ ，買權存續期間 $T = 1$ 。



圖六. HW，CJEV 與 CMR 樹狀模型之評價結果
(橫座標為階段數(steps)，縱座標為選擇權價值，參數值及其它代號如表一附註)

接著比較HW、CJEV和CMR在不同條件下的運算時間。根據表二與圖七的結果顯示，CJEV與CMR在 $n \leq 100$ 時所花費的時間十分接近，成長的速度也十分一致。然而在 $n > 100$ 時，CJEV的運算時間卻顯著高於其他模型。雖然CMR的演算法較CJEV簡單，但是在本文實做的過程中，發現搜尋內插區間是整個運算過程中最耗費資源的部分，而CMR在這個部分並沒有提出很具體的改進，相較於CJEV的模型而言，在 $n \leq 100$ 時速度上並沒有出現明顯的提升。不過在 $n > 100$ 的情形之下，CJEV樹狀模型的所需使用的記憶體空間已經接近系統上限，必須要額外使用運算資源執行記憶體配置(memory allocation)，因此執行速度相較CMR樹狀模型緩慢。

HW模型的運算速度與模型中參數 h 有高度相關。我們發現當 $h=0.005$ 及 $h=0.003$ 時即使 n 成長至120，運算時間成長的速度也十分緩慢。但是當 $h=0.001$ 時，運算的時間卻大幅上揚，不過在準確度的部分也有明顯的改進。在 $n \leq 110$ 的情況之下，甚至已經可以收斂至CJEV的上下界區間之內，如圖六所顯示。

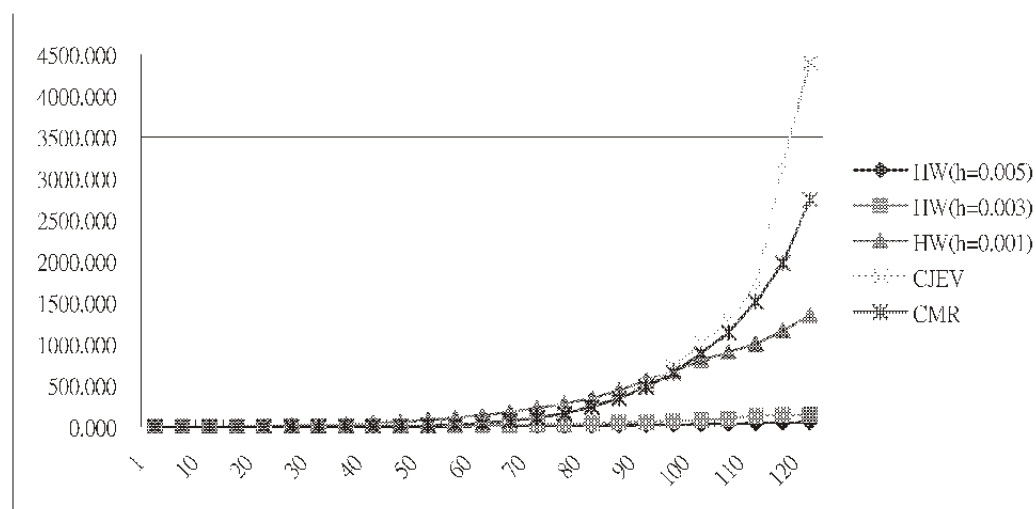
進一步應用HW、CJEV和CMR三種樹狀模型，對五種不同履約價的美式亞式選擇權之買權進行評價。比較在不同的階段數 n 之下，三種模型的評價結果。並且考慮價內、價平以及價外的情形，選擇5種不同的履約價格 K ， K 分別為 40、45、50、55、60。結果如表三所示。

表三顯示，在 $n=10、20、40、60、80$ 的情況下，HW模型在 $h=0.005$ 之評價結果較CJEV所求得之上下界為高。而CMR所求得之評價結果則落在CJEV所估計之上下界之內。此乃導因於CMR之演算法使用線性內插的次數較少，所產生之向上誤差較小的緣故。而HW模型較其他兩個模型產生較高的向上誤差，則是因為選擇代表路徑的方式較為粗糙，又使用線性內插法進行選擇權評價，因此出現向上誤差之情形最為嚴重。不過隨著 h 參數愈小，產生向上誤差的程度也愈低。

表二. HW, CJEV 與 CMR 樹狀模型之 CPU 運算時間(單位：秒)

steps	IIW($h=0.005$)	IIW($h=0.003$)	IIW($h=0.001$)	CJEV	CMR
01	0.000	0.016	0.016	0.031	0.000
05	0.000	0.016	0.078	0.000	0.000
10	0.047	0.078	0.688	0.000	0.000
15	0.094	0.266	2.250	0.016	0.016
20	0.266	0.641	5.281	0.094	0.078
25	0.484	1.266	10.344	0.297	0.281
30	0.828	2.125	17.672	0.828	0.906
35	1.359	3.375	28.000	1.953	2.078
40	2.031	5.031	41.641	4.313	4.266
45	2.828	7.141	59.313	8.500	7.969
50	3.906	9.906	81.953	15.672	14.797
55	5.219	13.063	107.984	27.531	25.938
60	6.766	17.063	140.266	45.344	43.719
65	8.563	21.703	178.594	72.859	71.500
70	10.797	27.203	223.016	112.828	107.969
75	13.297	33.391	281.281	169.859	162.297
80	16.266	40.594	345.609	249.781	241.359
85	19.594	48.828	439.766	357.906	346.000
90	23.344	58.156	559.625	507.797	478.313
95	27.734	68.828	668.969	710.156	653.234
100	32.672	80.516	799.500	1007.547	886.891
105	37.719	98.297	902.125	1288.078	1142.609
110	43.234	139.219	1002.797	1677.719	1508.219
115	49.672	141.906	1159.906	3181.547	1976.719
120	56.031	143.828	1345.391	4396.391	2741.875

註：HW 代表 Hull and White 二元樹模型，參數 $h=0.005、0.003、0.001$ ；CJEV 代表精細二元格子模型；CMR 代表改良二元樹模型。



圖七. HW, CJEV 與 CMR 樹狀模型之 CPU 運算時間
(橫座標為階段數, 縱座標為運算時間(單位: 秒), 參數值及其它代號如表一附註)

表三. 五種樹狀模型與最小平方蒙地卡羅法之評價結果

steps	Strike price	DIIL	DWW	LSM (s.e.)	IIW (h=0.005)	IIW (h=0.001)	CJEV (UB)	CJEV (LB)	CMR
10	40	12.6818	12.6818	12.6713 (0.0221)	12.6820	12.6819	12.6824	12.6819	12.6824
	45	8.1758	8.1758	8.1603 (0.0222)	8.1775	8.1759	8.1771	8.1757	8.1766
	50	4.7085	4.7085	4.6627 (0.0194)	4.7096	4.7085	4.7097	4.7085	4.7097
	55	2.4384	2.4384	2.4211 (0.0150)	2.4389	2.4384	2.4412	2.4384	2.4391
	60	1.1270	1.1270	1.1553 (0.0106)	1.1276	1.1270	1.1297	1.1270	1.1279
20	40	12.9558	12.9559	12.9812 (0.0218)	12.9568	12.9559	12.9567	12.9557	12.9562
	45	8.3944	8.3944	8.4049 (0.0221)	8.3976	8.3945	8.3959	8.3942	8.3949
	50	4.8126	4.8126	4.7841 (0.0194)	4.8150	4.8127	4.8145	4.8124	4.8134
	55	2.4952	2.4951	2.4890 (0.0151)	2.4970	2.4952	2.4971	2.4946	2.4960
	60	1.1766	1.1766	1.1805 (0.0107)	1.1780	1.1766	1.1785	1.1760	1.1772
40	40	13.1500	13.1499	13.1620 (0.0216)	13.1533	13.1500	13.1508	13.1498	13.1502
	45	8.5462	8.5461	8.5445 (0.0220)	8.5507	8.5462	8.5472	8.5458	8.5464
	50	4.8882	4.8879	4.8782 (0.0196)	4.8924	4.8881	4.8891	4.8876	4.8883

	55	2.5329	2.5326	2.5584 (0.0153)	2.5362	2.5327	2.5337	2.5321	2.5329
	60	1.2052	1.2049	1.2059 (0.0109)	1.2076	1.2050	1.2058	1.2042	1.2052
60	40	13.2345	13.2345	13.2467 (0.0214)	13.2393	13.2346	13.2352	13.2343	13.2347
	45	8.6111	8.6111	8.6009 (0.0217)	8.6178	8.6113	8.6121	8.6107	8.6114
	50	4.9174	4.9173	4.9064 (0.0195)	4.9239	4.9174	4.9181	4.9169	4.9175
	55	2.5471	2.5470	2.5499 (0.0152)	2.5523	2.5471	2.5476	2.5463	2.5470
	60	1.2152	1.1251	1.2147 (0.0107)	1.2190	1.2152	1.2156	1.2143	1.2152
80	40	13.2819	13.2829	13.2818 (0.0203)	13.2884	13.2821	13.2825	13.2816	13.2820
	45	8.6489	8.6501	8.6459 (0.0217)	8.6569	8.6490	8.6496	8.6483	8.6490
	50	4.9335	4.9349	4.9384 (0.0197)	4.9418	4.9336	4.9339	4.9329	4.9334
	55	2.5548	2.5561	2.5542 (0.0152)	2.5615	2.5547	2.5549	2.5539	2.5545
	60	1.2206	1.2219	1.2236 (0.0109)	1.2254	1.2205	1.2206	1.2196	1.2203

註：HW 代表 Hull and White(1993)二元樹模型的評價結果；CJEV 代表 Chalasani et al. (1999)樹狀模型的評價結果；LB 代表下界(lower bound)，UB 代表上界(upper bound)；CMR 代表改良二元樹模型；DHL 代表 Dai et al. (2005)樹狀模型之評價結果；DWW 代表 Dai et al. (2007)樹狀模型之評價結果；LSM 代表 Longstaff and Schwartz(2001)最小平方蒙地卡羅方法之評價結果，而在括號內的數值為標準誤。起始股價 $S_0 = 50$ ，無風險利率 $r = 10\%$ ，年化波動度 $\sigma = 0.3$ ，買權存續期間 $T = 1$ 。

在表一及表二中，是針對主要的三種不同樹狀模型在評價結果及速度上的差異做比較，而未加入其他評價方法。因此在表三中，我們另以 LS 最小平方蒙地卡羅法作為評價基礎，與 HW、CJEV 及 CMR 三個樹狀模型之評價結果作比較。同時加入近二年的 DHL 及 DWW 兩個樹狀模型之評價結果共同分析，發現樹狀模型之評價結果與最小平方蒙地卡羅法之評價結果，其差異隨著階段數的增加而變小，且大部分的情況下均落在正負一個標準誤的範圍內。

除此之外，我們發現本研究計算的選擇權評價結果與 CMR 文中的評價結果部分相異，如圖八所示。此表格數值為 CMR 文中討論 $n=40$ ，履約價分別為 40、45、50、55 及 60 時，該模型與 CJEV 之上下界的關係。其所得到的數值結果分別為 13.1416、8.5375、4.8793、2.5237 及 1.1975，是稍微低於 CJEV 之下界(13.150、8.546、4.888、2.532、1.204)，然而本文使用相同方法實做的結果分別為 13.1502、8.5464、4.8883、2.5329 及 1.2052，卻是介於 CJEV 上下界之間。此評價結果的差異，合理懷疑可能是 CMR 的此部分結果有誤，原因分述如下：

- (1) 在 $n=10$ 、20、60、及 80 時，我們所估算的結果與 CMR 的數值結果一致，且在這四種情形下，CMR 模型的評價結果均落在 CJEV 上下界之內。只有在 $n=40$ 時發生評價結果低於下界，此情形並不合理。進一步檢驗其他有限可數 n 的情形，也沒有發現 CMR 之評價結果落在下界之外的情形。
- (2) CMR 之模型雖然有效地減少使用線性內插的次數，但是並沒有完全避免使用線性內插法進行評價。因此 CMR 的評價結果仍然存在因線性內插法所導致的高估，只是程度較為輕微。詳細檢視演算法後，也沒有發現任何會造成評價結果低估的原因，出現此低估結果並不合理。
- (3) DHL 及 DWW 樹狀模型的評價結果在其他情形下，與 CMR 之評價結果十分接近。但是在 $n=40$ 的情形下，DHL 和 DWW 的評價結果也和 CMR 文中的原始數據產生較大的誤差。反之，以上兩個模型的評價結果與本文的評價結果一致。

n	$K = 40$	$K = 45$	$K = 50$	$K = 55$	$K = 60$
10	12.6824	8.1766	4.7097	2.4391	1.1279
20	12.9562	8.3949	4.8134	2.4960	1.1772
30	13.0756	8.4312	4.8619	2.5194	1.1951
40	13.1416	8.5375	4.8793	2.5237	1.1975
50	13.1986	8.5844	4.9053	2.5411	1.2110
60	13.2347	8.6114	4.9175	2.5470	1.2152
70	13.2612	8.6322	4.9264	2.5513	1.2181
80	13.2820	8.6490	4.9334	2.5545	1.2203
	LB = 13.150	LB = 8.546	LB = 4.888	LB = 2.532	LB = 1.204
	UB = 13.151	UB = 8.547	UB = 4.889	UB = 2.534	UB = 1.206

圖八. CMR (2006)文中的原始表格。

(在 $n = 40$ ，起始股價 $S_0 = 50$ ，無風險利率 $r = 10\%$ ，年化波動度 $\sigma = 0.3$ ，買權存續期間 $T = 1$ 。)

伍、結論

樹狀模型在實務上應用甚廣，許多無法產生封閉解之金融商品，必須使用樹狀模型之數值分析方法求解，尤其是路徑相關之美式選擇權。本研究針對美式亞式選擇權，使用三種常用之樹狀模型評價，結果發現，HW、CJEV 和 CMR 這三個模型存在以下關係：HW 之評價結果在參數 h 較大的情形下，高於其他兩個模型，而 CMR 之評價結果則位於 CJEV 評價結果之上下界區間內。形成此一關係乃導因於代表路徑的算術平均價格選擇方式之不同，而使得線性內插所造成之向上偏誤的程度有所差別。HW 之模型直接利用指數線性(log-linear)集合做為代表路徑

的算術平均數，選擇的方法較為粗糙，並且不會隨著 n 的增加調整代表路徑的密度，因此產生向上偏誤的情形較其他兩個模型為嚴重。

CJEV則是把一個節點的路徑依據相同的幾何平均數做分割，以此作為每一個節點之代表路徑，相較於HW，選擇代表路徑的方法更為精細。但是代表路徑之算術平均數乃根據前推法推得，並非代表路徑之實際算術平均數，因此每一條代表路徑之選擇權價格仍然必須大量依賴線性內插法求得。CMR分割每一個節點之代表路徑的作法和CJEV相同，但是它捨棄前推法，發展出一套演算法可以直接得到代表路徑的實際算術平均數。因此在很多情況之下，可以減少使用線性內插法估計選擇權價格。相較於CJEV的上界，由線性內插導致的向上偏誤因此更小，使得美式亞式選擇權的評價結果更貼近理論價格。

綜合以上結果，我們認為CMR模型的評價可以更進一步縮小CJEV的上下界區間，因為在評價過程中，CMR可以有效減少線性內插的使用次數，如此可以大幅降低線性內插所造成的高估效果。

在執行速度的部分，CJEV和CMR這兩個模型執行時間的理論速度為 n^4 ，相較於HW的模型要來得高，雖然HW執行時間隨著 n 成長的速度較慢，但該模型卻受 n 變數的影響甚鉅。HW模型在 $h = 0.001$ 時的運算時間，相較於 $h = 0.005$ 及 $h = 0.003$ 時大幅提高。

本文對CMR文中提到該模型的評價結果會稍微低於CJEV下界之論點提出質疑，並提出三個理由支持我們的看法：

第一、CMR文中的其他評價結果均落在CJEV之上下界內，僅在 $n=40$ 發生評價結果低於下界的情形並不合理。

第二、CMR在評價過程中並沒有完全避免使用線性內插，CMR文中所提到低估的情形並不合理。

第三、本文對CMR模型實做的數值結果與DHL及DWW的評價結果相近。

參考文獻

- (1) Black, F. & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. Journal of Political Economy, 81, 637-659.
- (2) Carriere, J. (1996). Valuation of Early-Exercise Price of Options Using Simulations and Nonparametric Regression. Insurance: Mathematics and Economics, 19, 19-30.
- (3) Chalasani, P., Jha, S., & Varikooty, A. (1998). Accurate approximations for European-style Asian options. Journal of Computational Finance, 1(4), 11-30.
- (4) Chalasani, P., Jha, S., Egriboyun, F., & Varikooty, A. (1999). A refined binomial lattice for pricing American Asian options. Review of Derivatives Research, 3 (1), 85-105.
- (5) Costabile, M., Massabó, I., & Russo, E. (2006). An adjusted binomial model for pricing Asian options. Review of Quantitative Finance and Accounting, 27(3), 285-296.
- (6) Cox, J., Ross, S., & Rubenstein, M. (1979). Option pricing: A simplified approach. Journal of Financial Economics, 7, 87-106.
- (7) Dai, T. S. (2004). Pricing Asian Options on Lattices. working paper, National Taiwan University.
- (8) Dai, T. S., & Lyuu, Y. D. (2002). Efficient, Exact Algorithms for Asian Options Algorithms with Multiresolution Lattices. Review of Derivatives Researches, 5, 181-203.
- (9) Dai, T. S., Huang, G. -S., & Lyuu, Y. -D. (2005). An Efficient Convergent Lattice Algorithm for European Asian Options. Applied Mathematics and Computation, 169, 1458-1471.
- (10) Dai, T. S., Wang, J. Y., & Wei, H. S. (2007). An Ingenious, Piecewise Linear Interpolation Algorithm for Pricing Arithmetic Average Options. to be published in Lecture Notes in Computer Science.
- (11) D'Halluin, Y., Forsyth, P. A., & Labahn, G. (2005). A semi-Lagrangian approach for American Asian options under jump diffusion. SIAM Journal of Scientific Computing, 27(1), 315-345.
- (12) Grant, D., Vora, G., & Week, D. (1997). Path-Dependent Options: Extending the Monte Carlo Simulation Approach. Management Science, 43, 1589-1602.

- (13) Hull, J. & White, A. (1993). Efficient procedures for valuing European and American path-dependent options. Journal of Derivatives, 1, 21-31.
- (14) Longstaff, F. & Schwartz, E. (2001). Valuing American Options by simulation: A Simple Least-Squares Approach. Review of Financial Studies, 14, 113-147.
- (15) Milevsky, M. A. & Posner, S. E. (1998). Asian options, the sum of lognormals, and the reciprocal Gamma distribution. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 33, 409-422.
- (16) Tilley, J. A. (1993). Valuing American Options in a Path Simulation Model. Transactions of the Society of Actuaries, 45, 83-104.
- (17) Tsitsiklis, J., & Van Roy, B. (1999). Optimal Stopping of Markov Processes: Hilbert Space Theory, Approximation Algorithms, and an Application to Pricing High-Dimensional financial Derivatives. IEEE Transactions on Automatic Control, 44, 1840-1851.
- (18) Večeř, J. (2001). A new PDE approach for pricing arithmetic average Asian options. Journal of Computational Finance, 4 (4), 105-113.

界限型高收益連動債案例分析

Case Study of Barrier Option Linked High Yield Note

◆ 開南大學財務金融學系 助理教授
● 吳柏成

◆ 開南大學財務金融學系 副教授
● 何文榮

◆ 開南大學財務金融學系 研究生
● 張賀凱

摘要

連動債（又稱結構型商品）同時結合了固定收益證券與新奇選擇權，主要可分為保本型及高收益兩大類型，其多樣化的設計型態，反映了不同的投資偏好及風險承受度。本研究透過國內實際發行之界限型高收益連動債，除了詳細分析其商品架構、評價方式、成本結構、投資人及發行機構損益之外，也探討了標的資產價格、標的波動率等參數對連動債價值的影響，並對避險參數 Delta、Gamma 及 Vega 等進行敏感度分析。投資人購買此類隱含賣出選擇權的連動債時，最大的虧損可能是全部的本金，投資人必須對連動債的風險有所瞭解，而連動債的創新也是金融機構提升國際競爭力的重要指標，本研究結果將可作為我國金融機構之連動債商品設計、避險操作及風險控管之參考。

關鍵字：結構型商品，保本型連動債，高收益連動債，界限選擇權

壹、緒論

連動債 (Structured Notes, 又稱結構型商品) 同時結合了固定收益證券與各式各樣的新奇選擇權 (Das, 2001; Kat, 2001; Knop, 2002), 因此較傳統金融商品更為複雜, 而其不同型態的設計, 反映了不同類型的投資偏好及風險承受度。由於產品設計的多樣性, 一般投資人常無法充分瞭解連動債條款所隱含的報酬與風險, 因此選擇了不適合自己的商品, 而承擔過度的風險。另一方面由於連動債的避險操作不易, 也造成國內金融機構在連動債商品創新上的發展有限。因此, 連動債的相關研究可協助投資人更加瞭解這項金融商品, 並有助於國內金融機構進行連動債的創新, 以提升我國金融機構的競爭能力。

連動債的連動標的相當多樣, 包括了權益證券、利率、信用、商品等, 若依連動債到期報償型態來區分, 主要可分為保本型及高收益兩大類型 (劉宗聖、歐宏杰, 2004; 謝劍平, 2006), 分述如下:

一、保本型連動債 (Principal Guaranteed Notes, PGN)

保本型連動債是由固定收益商品再加上買進標的資產選擇權所組合而成之金融商品。由於保本型連動債將大部的資金投資於固定收益商品 (例如零息債券), 到期時, 本金可獲得一定比例保障, 故稱為保本型連動債, 同時投資人因為買進選擇權, 也可享受未來連結標的價格變動所帶來的收益。

二、高收益連動債 (High Yield Notes, HYN)

高收益連動債是由固定收益商品再加上賣出標的資產選擇權所組合而成之金融商品。投資人買進高收益連動債時, 因為是賣出選擇權給發行機構, 權利金收入可用來增加投資收益, 使其收益率高於一般債券, 故稱為高收益連動債。由於投資人屬於選擇權的賣方, 因此當標的資產走勢不如預期時, 賣出選擇權所造成的虧損, 也可能使投資人的本金蒙受極大的損失。

根據櫃檯買賣中心的資料顯示, 截至 2008 年 3 月底止, 我國店頭市場連動債流通在外餘額為 1.67 兆, 其中以信託方式持有的海外連動債佔了 47.32%, 顯見國內發行機構在連動債的設計發行上尚有很大的成長空間, 因此本研究以國內發行之界限型高收益連動債為例, 藉此研究其商品架構、評價方式、成本結構、投資人及發行機構損益, 並進一步探討該類型連動債之特性、報酬風險結構以及發行

機構避險方式。文章的架構如下：第貳章為界限型連動債之評價，第參章分析界限型連動債之利潤，第肆章則進行界限型連動債內含選擇權價格特性及避險比率之敏感度分析，第伍章探討發行機構之避險策略，第陸章則為結論。

貳、 界限型連動債之評價

一、界限型選擇權評價

自從 Black & Scholes (1973) 提出選擇權評價公式後，該模型因其簡潔明瞭的特質，而廣泛被實務界運用，Cox, Ross and Rubinstein (1979) 提出的二項式評價法，則提供了一個一般化的選擇權評價數值方法，後續與選擇權相關的研究更帶動了選擇權市場的蓬勃發展。同時，市場上也不斷地推出各式各樣的新奇選擇權 (Haug, 1997; Hull, 2004 & 2006)，來滿足各種投資人的不同需求。界限選擇權 (Barrier Options) 與一般選擇權最大的差異，就是當標的資產價格達到某一事先預定的水準 (界限價格) 時，此一契約立即失效或啟動，並依此分為失效型 (Knock-Out) 及生效型 (Knock-In) 兩大類。「失效型」界限選擇權在一開始選擇權是有效的，若標的資產價格在選擇權存續期間內曾碰觸界限價格，則選擇權立刻失效，否則該選擇權持續有效；反之，「生效型」界限選擇權在一開始選擇權是無效的，若標的資產價格在選擇權存續期間內曾碰觸界限價格，則選擇權立刻生效，否則該選擇權持續無效。由於界限選擇權有失效或生效的限制因素，因此權利金低於一般選擇權，這反而成為一項吸引投資人的特點 (Srael, 1996)。

另依據界限價格是高於或是低於目前標的資產價格，界限選擇權可區分為下跌失效 (Down-and-Out)、上漲失效 (Up-and-Out)、下跌生效 (Down-and-In)、上漲生效 (Up-and-In) 四種類型，而每種型式又可分為買權及賣權二種，因此可發展出八種不同的型式，如表 1 所示。此八種型式界限選擇權之評價公式可參見 Merton (1973)、Reiner and Rubinstein (1991) 及 Haug (1997)。而界限選擇權除了公式解，尚有使用二元樹 (Boyle and Lau, 1994)、三元樹 (Ritchken, 1995)、Monte-Carlo 模擬法 (Boyle, 1977)、適應網格法 (Adaptive Mesh Model) (Figlweski and Gao, 1999) 等對界限選擇權進行評價之相關研究。

表 1 界限選擇權八種不同的型式

	買權	賣權
失效	下跌失效買權 (Down-and-Out Call, C_{do}) 上漲失效買權 (Up-and-Out Call, C_{uo})	下跌失效賣權 (Down-and-Out Put, P_{do}) 上漲失效賣權 (Up-and-Out Put, P_{uo})
生效	下跌生效買權 (Down-and-In Call, C_{di}) 上漲生效買權 (Up-and-In Call, C_{ui})	下跌生效賣權 (Down-and-In Put, P_{di}) 上漲生效賣權 (Up-and-In Put, P_{ui})

二、界限型高收益連動債評價

本研究探討之連動債為國內券商所發行的一檔高收益連動債，其連結標的為國泰金控普通股股價，商品交易契約書如表 2 所示。根據契約條款分析，當標的資產價格在契約期間內未曾觸及界限價格 (H)，則投資人可取回 100% 契約本金 (F)，而若標的資產價格曾在契約期間內觸及界限價格，則該商品的到期收益又可依到期時標的資產價格 (S_T) 是否高於履約價格 (K) 表示為：

$$\text{到期收益} = \begin{cases} F, & \text{if } S_T \geq K \\ \frac{F}{K} S_T, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

公式(1)可以進一步改寫為：

$$\text{到期收益} = F - \frac{F}{K} \text{Max}(K - S_T, 0) \quad (2)$$

由以上分析可知，該商品可拆解為投資人買進一面額為 F 之零息債券，加上投資人賣出 F/K 單位之下跌生效賣權給連動債的發行機構。

表 2 國泰金控高收益連動債交易契約書

商品名稱	國泰金控高收益連動債
發行日 (交易日)	96 年 5 月 11 日
結算日 (到期日)	96 年 6 月 11 日
到期交割日	96 年 6 月 13 日
最低契約本金 (F)	新台幣伍佰萬元整
交易價格	契約本金之 99.27%
連結標的	國泰金融控股股份有限公司普通股
期初價格 (S_0)	連結標的於交易日之收盤價 (71.40)

結算價格 (S_T)	連結標的於到期日之收盤價
履約價格 (K)	67.83
界限價格 (H)	64.26
轉換標的資產數量 (F/K)	73,713 股
到期報酬計算說明	<p>1. 若標的證券價格於契約期間內未曾觸及界限價格，即 $S_t > H$，則投資人在到期時將取得 100% 的契約本金。</p> <p>2. 若標的證券價格於契約期間內曾觸及界限價格，即 $S_t \leq H$，但結算當天標的證券之結算價格高於或等於履約價格，即 $S_t \geq K$，則投資人在到期時將取得 100% 的契約本金。</p> <p>3. 若標的證券價格於契約期間內曾觸及界限價格，即 $S_t \leq H$，且結算日當天標的證券之結算價格低於履約價格，即 $S_t < K$，則投資人在到期時將取得約當於連結股數 (F/K) 標的證券或等值金額 ($(F/K) \times S_T$)。</p>

令 S_t 為評價時之標的資產價格， H 為界限價格， K 為履約價格， r 為無風險利率， b 為持有成本， σ 為標的資產報酬率之標準差， T 為選擇權的到期時間， $N(\cdot)$ 為標準累計常態分配函數， R 為選擇權未生效或失效時所提供之現金補償 (Rebate)，本商品 R 為 0。此下跌生效賣權之評價公式為 (Merton, 1973; Reiner and Rubinstein, 1991; Haug, 1997)：

$$P_{dt} = A - B + C + D \quad (3)$$

其中，

$$A = Ke^{-rT} N(-x + \sigma\sqrt{T}) - S_t e^{(b-r)T} N(-x)$$

$$B = Ke^{-rT} (H/S_t)^{2\mu} N(y_1 - \sigma\sqrt{T}) - S_t e^{(b-r)T} (H/S_t)^{2(\mu+1)} N(y_1)$$

$$C = Ke^{-rT} (H/S_t)^{2\mu} N(y_2 - \sigma\sqrt{T}) - S_t e^{(b-r)T} (H/S_t)^{2(\mu+1)} N(y_2)$$

$$D = Re^{-rT} \left[N(x - \sigma\sqrt{T}) - (H/S_t)^{2\mu} N(y_2 - \sigma\sqrt{T}) \right]$$

$$x = \frac{\ln(S_t/H)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T}, \quad y_1 = \frac{\ln(H^2/S_t K)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T},$$

$$y_2 = \frac{\ln(H/S_t)}{\sigma\sqrt{T}} + (1+\mu)\sigma\sqrt{T}, \mu = \frac{b-\sigma^2/2}{\sigma^2}, \lambda = \sqrt{\mu^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}$$

此檔高收益連動債的契約本金 (F) 為 5,000,000 元，商品到期日 (T) 為發行日後一個月，發行定價日之標的資產價格 (S_0) 為發行日的國泰金控股價 71.4，履約價格 (K) 為 67.83，界限價格 (H) 為 64.26，商品實際的交易價格為 4,963,500 元 ($= 5,000,000 \times 99.27\%$)，另以台灣銀行當時 1 個月期定存利率 (1.75%) 作為無風險利率的計算基礎，以及發行日前半年國泰金控歷史股價所計算之年化報酬波動率 25.6019%，可計算出該連動債契約本金經折現後價值為 4,992,579.52 元 ($= 5,000,000 / (1 + 1.75\% / 12)$)，一單位下跌生效賣權的價值為 0.6015 元，故投資人賣出選擇權的總價值為 44,341.43 元 ($= 0.6015 \times 5,000,000 / 67.83$)，因此可求算出本連動債發行成本為 4,948,238.09 元 ($= 4,992,579.52 - 44,341.43$)。上述計算結果整理於表 3。

表 3 界限型連動債成本結構分析

名目本金	名目本金折現	選擇權價值	連動債成本	交易價格
5,000,000.00	4,992,579.52	44,341.43	4,948,238.09	4,963,500.00

參、界限型連動債利潤分析

一、投資人利潤分析

由於在本連動債契約存續期間，國泰金股價走勢處於盤整，並未觸及界限價格 (64.26)，因此投資人賣出的下跌生效賣權並未生效，見表 4 及圖 1，所以投資人可於到期日獲得 100% 的契約本金 5,000,000 元，扣除掉原先支付的交易價格 4,963,500 元後，獲利共計 36,500 元，一個月報酬率為 0.7354% ($= 36,500 / 4,963,500$)，若換算為年化報酬率為 8.8244% ($= 0.7354\% \times 12$)，高出當時市場利率水準甚多。

若國泰金股價於契約期間內曾觸及界限價格，則投資人賣出的下跌生效賣權生效，當結算日國泰金之收盤價 (S_T) 高於履約價格 (K) 時，該賣權處於價外，投資人的收益與前述下跌生效賣權未生效時相同；當結算日國泰金之收盤價 (S_T) 低於履約價格 (K) 時，該賣權處於價內，此時購買本連動債的投資人，在到期時

將取得約當於連結股數 (F/K) 的標的證券或等值金額 $((F/K) \times S_T)$ ，由於 $S_T < K$ ，所以投資人將損失部份原先支付的價金，若國泰金到期股價為零，則將損失全部本金，請見表 5 之投資人損益分析。

表 4 國泰金於契約期間內股價明細表

日期	5/11	5/12	5/13	5/14	5/15	5/16	5/17	5/18	5/19	5/20	5/21
股價	71.4	x	x	71.5	71.7	72.8	71.7	71.1	x	x	70.6
日期	5/22	5/23	5/24	5/25	5/26	5/27	5/28	5/29	5/30	5/31	6/1
股價	70.9	71.5	72.3	71.6	x	x	70.6	70.6	70.3	71.1	70
日期	6/2	6/3	6/4	6/5	6/6	6/7	6/8	6/9	6/10	6/11	
股價	x	x	70.5	69.9	69.5	69.9	70	x	x	71	

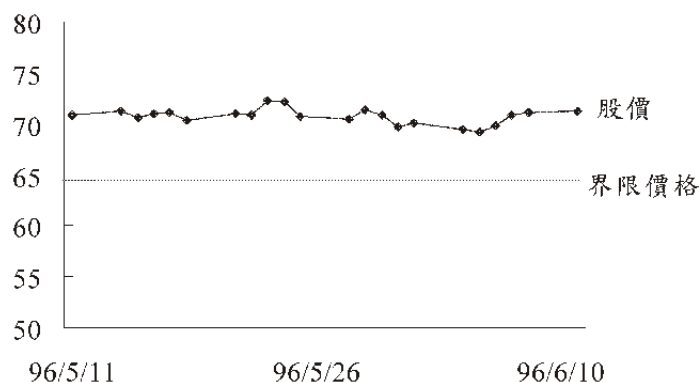


圖 1 國泰金股價走勢圖 (96/5/11~96/6/11)

表 5 投資人損益分析

情境	損益金額	報酬率(月)	報酬率(年)
投資人最大獲利(選擇權失效)	36,500	0.7354%	8.8244%
投資人最大損失(選擇權生效)*	-4,963,500	-100%	-100%

*當國泰金股價到期時跌至零

二、發行機構利潤分析

依本例分析，發行機構於發行日收到投資人所繳交之交易價格 4,963,500 元，因本連動債發行成本為 4,948,238.09 元，故發行機構每售出伍佰萬元契約本金的高收益連動債，其獲利為 15,261.91 元 ($= 4,963,500 - 4,948,238.09$)。圖 2 及圖 3 分別為連動債名目本金、成本、投資人獲利與發行機構獲利示意圖及百分比結構圖。

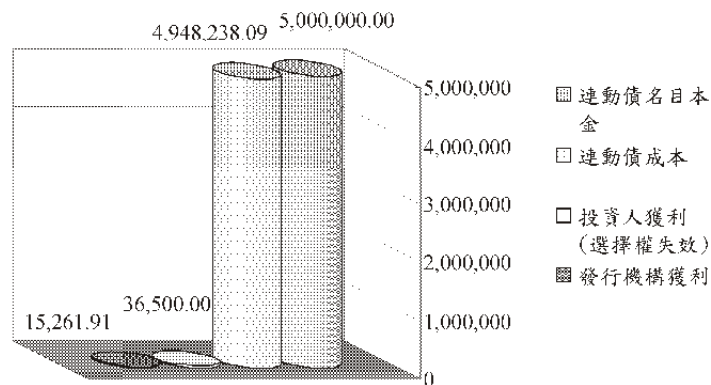


圖 2 連動債名目本金、成本、投資人獲利與發行機構獲利示意圖

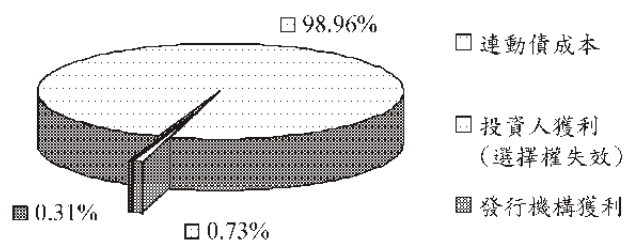


圖 3 連動債成本、投資人獲利與發行機構獲利百分比結構圖

肆、界限型連動債內含選擇權特性分析

如前所述，此界限型連動債可拆解為投資人買進零息債券，加上投資人賣出下跌生效賣權給連動債的發行機構，因此其價值可分為兩個部分：一個是期末本金的部分，在利率為固定之假設下，此部分隨時間經過其價值逐漸趨近到期本金；

另一部分為內含選擇權的部分，此部分則會隨著標的資產價格、標的資產報酬波動率等參數的變動而產生價值的變動，是發行機構市場風險的主要來源，因此本章針對其內含選擇權的部分進行更深入的分析。

一、界限型連動債內含選擇權價格特性分析

透過數值模擬，本研究分析標的資產價格及波動率對界限型連動債價格之影響，圖 4 為標的資產價格及波動率對界限型連動債內含選擇權價值的影響之三維立體圖。圖 5 (A) 為當波動率 $\sigma = 15\%$ 、 25% 及 35% 時，標的資產價格對界限型連動債內含選擇權價值的影響，由圖中可發現，在同樣報酬波動率下，國泰金股價越高，契約內含的選擇權價值越低，曲線幅度也趨於平緩，甚至最後變成沒有價值，因為此時越不容易觸及界限生效。反之，當股價越往下接近界限價格 (64.26)，契約內含的選擇權價值越高，直至界限價格為止，顯見選擇權價值與標的資產價格兩者成反向關係。

圖 5 (B) 為當標的資產價格 $S_t = 64.26$ 、 71.4 及 80 時，波動率對界限型連動債內含選擇權價值的影響，由圖中可發現，在相同股價下，若波動率越高，則內含選擇權的價值也就越高，因為選擇權越容易往下觸及界限而生效，反之，波動率越低，選擇權價值越低。以國泰金股價為 71.4 元時為例，當 $\sigma = 15\%$ 時，選擇權價值為 0.0550 元，而當 $\sigma = 35\%$ 時，價值為 1.2828 元，正如以上所述。

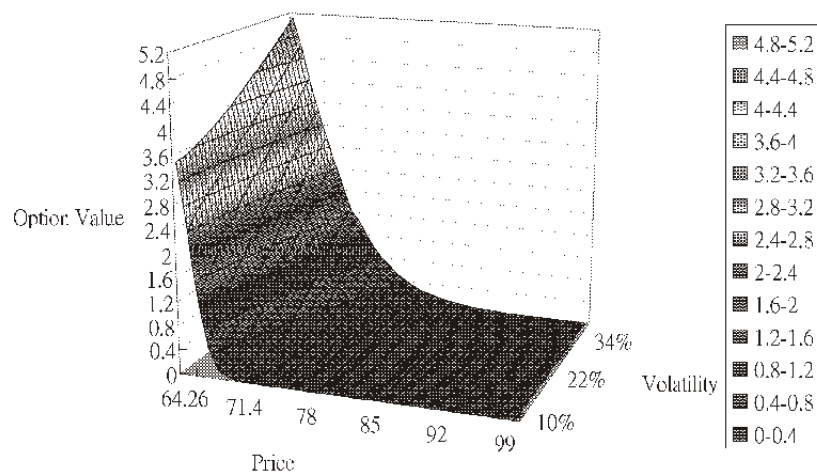


圖 4 標的資產價格及波動率對界限型連動債內含選擇權價值的影響

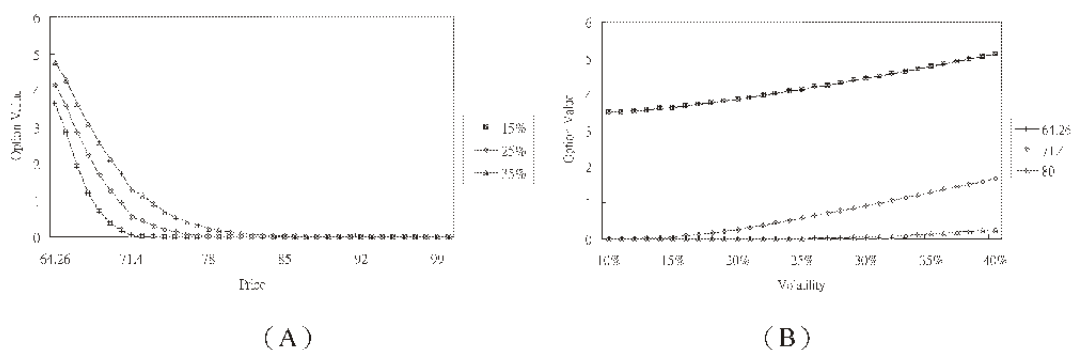


圖 5 (A) 標的資產價格對界限型連動債內含選擇權價值的影響 (當波動率 $\sigma = 15\%$ 、 25% 及 35%)。(B) 波動率對界限型連動債內含選擇權價值的影響 (當標的資產價格為 $S_t = 64.26$ 、 71.4 及 80)。

二、界限型連動債內含選擇權避險比率分析

1. Delta

Delta 值為選擇權價值對標的資產價格 (S_t) 的一階導數，衡量選擇權價值對標的資產價格變動的敏感程度。圖 6 為標的資產價格及波動率對界限型連動債內含選擇權 Delta 值的影響之三維立體圖。圖 7 (A) 為當波動率 $\sigma = 15\%$ 、 25% 及 35% 時，標的資產價格對界限型連動債內含選擇權 Delta 值的影響，由圖中可知，當標的資產價格由界限價格 (64.26) 往上移動，此時 Delta 值由負值開始遞增，最後趨近於零。圖 7 (B) 為標的資產價格 $S_t = 64.26$ 、 71.4 及 80 時，波動率對連動債券內含選擇權 Delta 值的影響，圖中波動率越低，Delta 值變動越大，亦即內含選擇權價值對標的資產價格的變動會越敏感。由於當發行機構進行動態避險時，將以 Delta 值作為避險部位買賣的依據，當 Delta 值變動較平緩時，在同樣的股價變動之下，避險部位的異動較小，避險的操作較容易；當 Delta 值變動較劇烈時，在同樣的股價變動之下，避險部位的異動較大，避險操作相對地較困難。

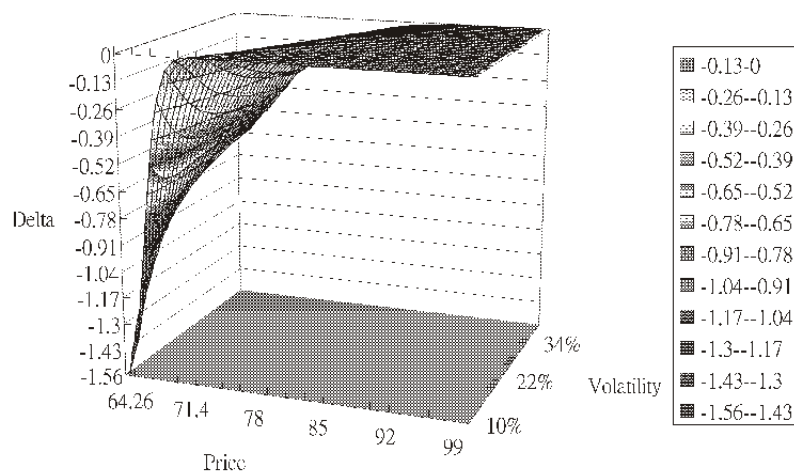


圖 6 標的資產價格及波動率對界限型連動債內含選擇權 Delta 值的影響

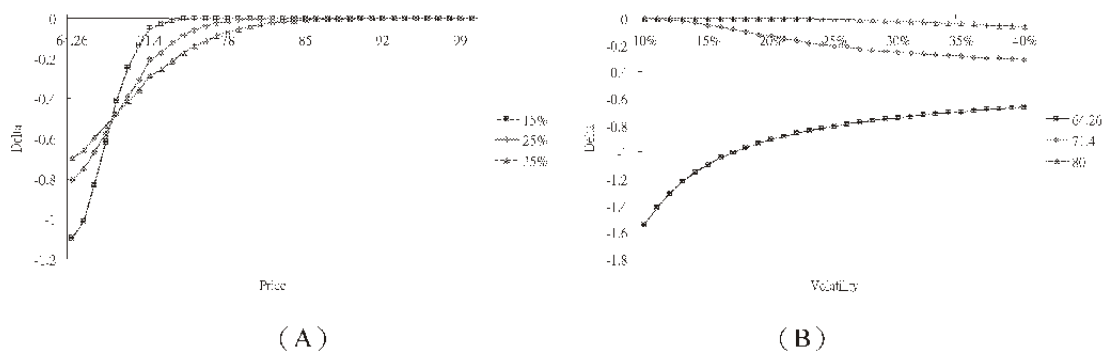


圖 7 (A) 標的資產價格對界限型連動債內含選擇權 Delta 值的影響 (當波動率 $\sigma = 15\%$ 、 25% 及 35%)。(B) 波動率對界限型連動債內含選擇權 Delta 值的影響 (當標的資產價格為 $S_t = 64.26$ 、 71.4 及 80)。

2. Gamma

Gamma 值為選擇權價值對標的資產價格 (S_t) 的二階導數，衡量 Delta 對於標的資產價格變動的敏感程度。圖 8 為標的資產價格及波動率對界限型連動債內含選擇權 Gamma 值的影響之三維立體圖。

圖 9 (A) 為當波動率 $\sigma = 15\%$ 、 25% 及 35% 時，標的資產價格對界限型連動債內含選擇權 Gamma 值的影響，由圖中可知，當標的資產價格由高價往下接近履約價格 (67.83) 時，Gamma 為正值且遞增，當標的資產價格等於履約價格時，Gamma 值達到最高，代表 Delta 值的變化程度最大，且波動度越小，Gamma 值就越大，

但當標的資產價格由履約價格往下跌，Gamma 值也由最高值往下修正，直到界限價格為止。

圖 9 (B) 為當標的資產價格 $S_t = 64.26$ 、71.4 及 80 時，波動率對界限型連動債內含選擇權 Gamma 值的影響，由圖中可知，當波動度越低時，Gamma 值的差異程度越大。Gamma 值越大，Delta 值的變動也會越大，因此亦會使得避險操作相對地較困難。

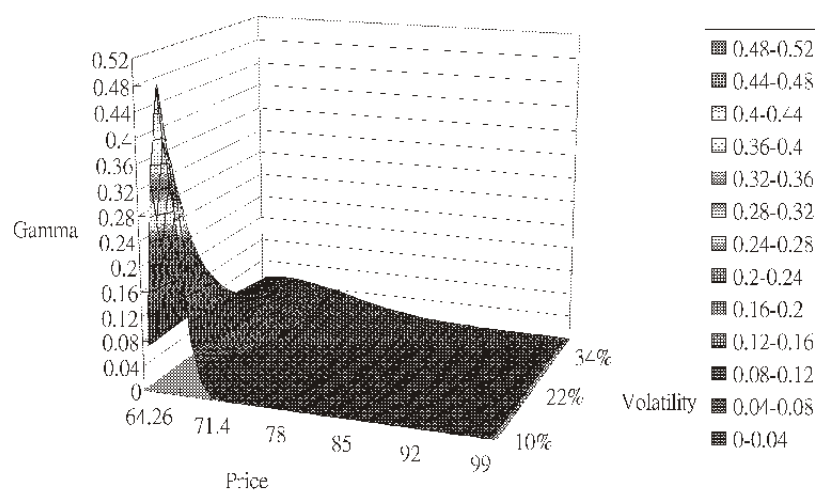


圖 8 標的資產價格及波動率對界限型連動債內含選擇權 Gamma 值的影響

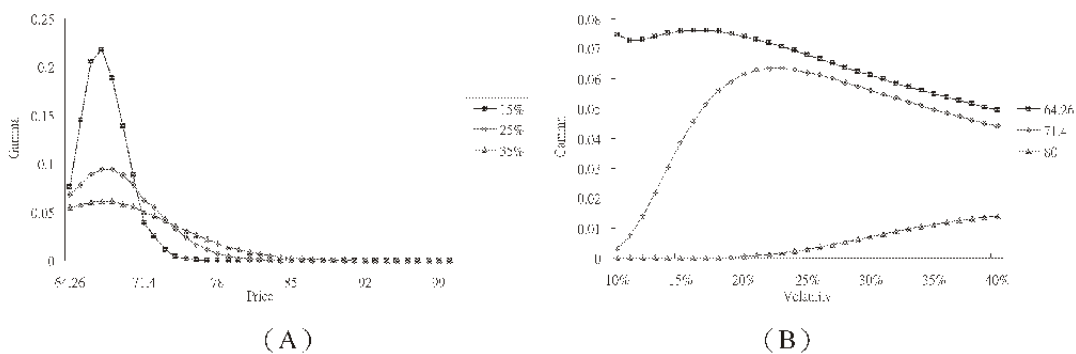


圖 9 (A) 標的資產價格對界限型連動債內含選擇權 Gamma 值的影響 (當波動率 $\sigma = 15\%$ 、 25% 及 35%)。(B) 波動率對界限型連動債內含選擇權 Gamma 值的影響 (當標的資產價格為 $S_t = 64.26$ 、71.4 及 80)。

3. Vega

Vega 值為選擇權價值對標的資產報酬波動率 (σ) 的一階導數，衡量選擇權價值對於標的資產報酬波動率變動的敏感程度。圖 10 為標的資產價格及波動率對界限型連動債券內含選擇權 Vega 值的影響之三維立體圖。圖 11 (A) 為當波動率 $\sigma = 15\%$ 、 25% 及 35% 時，標的資產價格對界限型連動債券內含選擇權 Vega 值的影響，由圖中可以觀察到，Vega 值大致上均呈現正值，當標的資產價格接近界限價格時，Vega 值產生大幅變動，出現劇升劇降的情況，並在履約價格 (67.83) 附近達到最大值，表示此時選擇權對波動率的敏感程度最高，當標的資產價格往上漲時，其 Vega 值下降且逐漸趨近於 0。圖 11 (B) 為標的資產價格 $S_t = 64.26$ 、 71.4 及 80 時，波動率對界限型連動債券內含選擇權 Vega 值的影響，由圖中可發現，隨著波動率的增加，Vega 值也相對的提高。

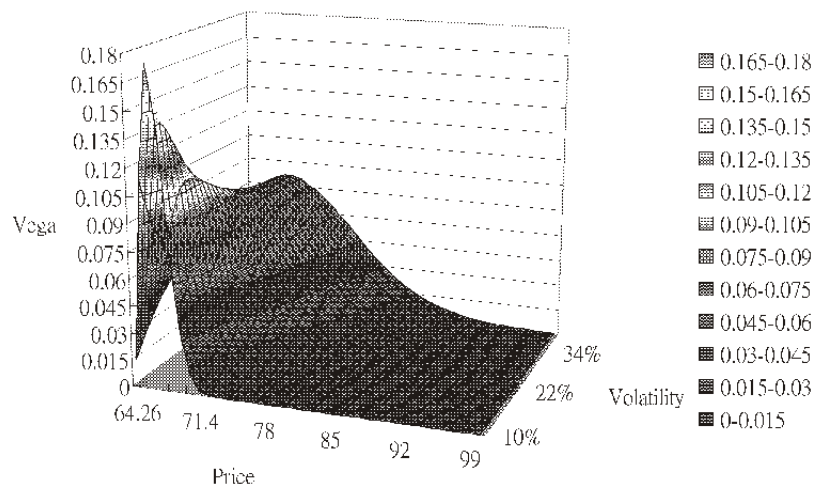


圖 10 標的資產價格及波動率對界限型連動債內含選擇權 Vega 值的影響

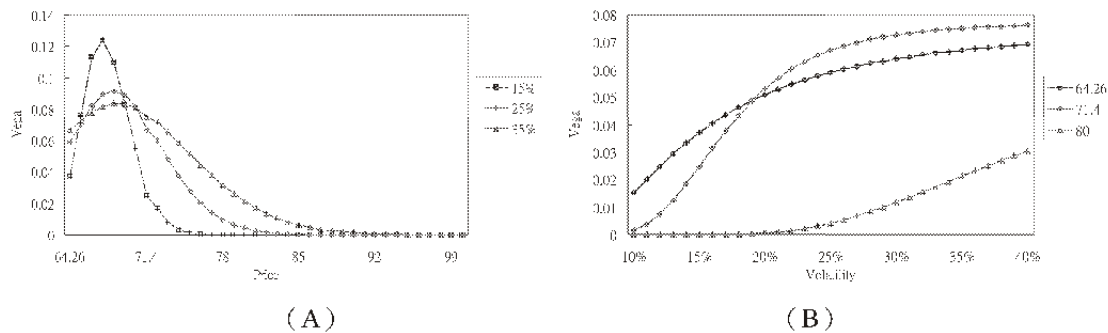


圖 11 (A) 標的資產價格對界限型連動債內含選擇權 Vega 值的影響 (當波動率 $\sigma = 15\%$ 、 25% 及 35%)。(B) 波動率對界限型連動債內含選擇權 Vega 值的影響 (當標的資產價格為 $S_t = 64.26$ 、 71.4 及 80)。

伍、發行機構避險策略

發行機構發行此界限型高收益連動債時，除了賣出一個固定收益商品之外，同時也向投資人買進一個下跌生效賣權。在固定收益商品的部分，發行機構可在固定收益市場中，透過買進零息債券進行投資，以因應連動債到期時本金的支付。而連動債的選擇權部份，則為發行機構市場風險的主要來源，發行機構可透過背對背交易方式 (Back-to-Back Deals) 避險，藉由「先買進、後賣出」的操作模式，將此向投資人買進之下跌生效賣權售出給第三者，以避開選擇權價值變動的風險。

此外，發行機構也可採行動態避險 (Dynamic Hedging) 的方式，依據前一章所推導出內含選擇權的 Delta 值，進行 Delta 避險，來規避標的資產價格變動對選擇權價值的影響。由於發行機構持有之下跌生效賣權 Delta 值為負，因此需建構對應之 Delta 值為正之避險部位，也就是買進標的資產，且其購買數量依照當時下跌生效賣權之 Delta 值而定，並隨著 Delta 值的變動進行動態調整，以複製賣出下跌生效賣權的效果。因為該下跌生效賣權 Delta 值隨著標的資產價格上升而趨近於零，因此，其避險之多頭部位亦需隨著標的資產價格上升而減少；或是隨著標的資產價格下跌而增加。另外，此連動債所內含的下跌生效賣權，在標的資產價格接近界限價格時，Delta 值的變化幅度較大，此時標的資產價格的小幅變動，會對應到較大的避險部位進出，或是需要較高的避險部位異動頻率，如此將造成避險操作的困難度提高。

陸、 結論

本研究以市場上實際商品發行的案例，分別由投資人（Buyer Side）與發行機構（Seller Side）的角度，對界限型高收益連動債之商品架構、評價模型、投資人損益分析，及發行機構成本結構與避險策略等進行深入探討，並對避險參數 Delta、Gamma 和 Vega 進行敏感度分析。研究結果發現，當標的資產價格接近界限價格時，由於此時連動債內含選擇權正處於生效與否的關鍵，選擇權的價值急速增加，同時選擇權的 Delta、Gamma 和 Vega 值皆發生大幅度的變動，發行機構與投資人必須注意此現象。本研究針對國內證券商發行的界限型連動債進行分析，後續將進一步探討隨機利率的情況下，對此類型連動債的影響，並研究銀行通路所發行之較複雜商品。

隨著我國金融市場的快速發展，投資者對財富管理的需求日益增加，連動債適時提供了一個新的投資管道，然而，投資人必須對連動債的結構詳加認識，尤其是投資隱含賣出選擇權的高收益型連動債，當連動債標的資產價格的走勢不如預期，投資人的本金可能會有極大的虧損，甚至損失全部的本金，此為投資人購買此類型連動債時，必須先瞭解的風險。對金融機構而言，連動債的創新也是提升國際競爭力的重要指標，本研究結果將可作為我國金融機構之連動債商品設計、避險操作及風險控管之參考。

參考文獻

1. 劉宗聖、歐宏杰，「結構型商品實務與應用」，證基會出版，2004 年。
2. 謝劍平，「金融創新一財務工程的實務奧秘」，智勝書局出版，2006 年。
3. Black, F. and M. Scholes (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81, 637-659.
4. Boyle, P. P. (1977), "Options: A Monte Carlo Approach," *Journal of Financial Economics*, 4, 323-338.
5. Boyle, P. P. and S. H. Lau (1994), "Bumping Up Against the Barrier with the Binomial Method," *Journal of Derivatives*, Summer, 6-14.
6. Cox, J., Ross, S., and Rubinstein, M. (1979), "Option pricing: A simplified approach," *Journal of Financial Economics*, 7, 229-263.
7. Das, S. (2001), *Structured Products and Hybrid Securities*, John Wiley & Sons (Asia) Pte. Ltd.
8. Figlewski, S. and B. Gao (1999), "The Adaptive Mesh Model: A New Approach to Efficient Option Pricing," *Journal of Financial Economics*, 53, 313-51.
9. Haug, E. G. (1997), *The Complete guide to Option Pricing Formulas*, McGraw-Hill.
10. Hull, John C. (2004), *Fundamentals of Futures and Options Markets*, 5th Edition, Prentice-Hall International, Inc.
11. Hull, John C. (2006), *Options, Futures, and Other Derivatives*, 6th Edition, Prentice-Hall International, Inc.
12. Kat, H. M. (2001), *Structured Equity Derivatives: The Definitive Guide to Exotic Options and Structured Notes*, Wiley.
13. Knop, S. (2002), *Structured Products*, Wiley.
14. Merton, R. C. (1973), "Theory of Rational Option Pricing," *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, 141-183.
15. Reiner, E. and M. Rubinstein (1991), "Breaking Down the Barriers," *RISK*, 4, 28-35.
16. Ritchken, P. (1995), "On Pricing Barrier Options," *Journal of Derivatives*, Winter, 19-28
17. SraeI (1996), *The Handbook of Exotic Option*, Irwin Professional Publishing.

Monte Carlo 模擬法於路徑相依之上限型 保本票券評價之應用和比較

Pricing Path-dependent and Principal-protected Notes with Cap Using Monte Carlo Methods and Comparison

- ◆ 世新大學財務金融學系助理教授
- 陳芬英
- ◆ 世新大學財務金融學系碩士
- 陳靖·莊蕙禎

摘要

對於路徑相依且標的資產存在設限障礙之模型，常因難以導出正確的封閉解而用蒙地卡羅（Monte Carlo）模擬法訂價。對於蒙地卡羅模擬法，Rubinstein and Marcus（1985）與 Nelson（1990）指出控制變數蒙地卡羅法是較有效率的方法。本文檢視控制變數蒙地卡羅法於路徑相依之上限型保本票券的效率性，並與其他常見的蒙地卡羅法（普通蒙地卡羅、相對變數蒙地卡羅和準蒙地卡羅）相較，結果發現，控制變數蒙地卡羅法之精確度較普通蒙地卡羅法、相對變數蒙地卡羅法和準蒙地卡羅法低，且模擬的時間比普通蒙地卡羅法費時。此外，型 I 亂數排列之準蒙地卡羅之精確度是最高的，但最耗時。

關鍵詞：路徑相依之上限型保本票券、相對變數蒙地卡羅法、控制變數蒙地卡羅法、準蒙地卡羅法、精確度。

壹、前言

保本型票券（protected notes）屬於結構性金融商品（structured financial

products)，投資人在票券到期時至少可以獲得事先約定的部份或全部的本金（principal），該比例稱為保本率（protection rate）。另外，保本票券之價值依標的資產價格漲跌幅之比例變動，而該比例稱為參與率（participation rate）。保本型票券的種類依其價值與股價、利率、匯率、信用和產品連動，劃分成股權連結、利率連結、匯率連結、信用連結及產品連結等五類。

就股權連結保本票券而言，始於所羅門兄弟公司（Salomon Brother Inc.）在 1986 年所發行之「一億美元 Standard and Poor's 500 股價指數連動票券（S&P500 Index Notes，簡稱 SPIN）」。爾後，大通銀行（Chase Manhattan Bank）於 1987 年發行市場指數投資存款（Market Index Certificate of Deposit，簡稱 MICD），是商業銀行首宗推出的股權連結商品。同年，美林證券（Merrill Lynch）推出與紐約證交所綜合指數（New York Stock Exchange Composite Index）連動之指數流動收益選擇權票券（Liquidity Yield Option Notes，簡稱 LYONs）。1991 年奧地利高盛證券（Goldman Sachs & Co.）發行與 S&P500 指數連動的股票指數高成長票券（S&P500 Index Growth Notes，簡稱 SIGNs），並在紐約證交所的股票部門交易，用以強調其權益證券的屬性。美林證券推出指定條款市場指數證券（Market Index Target-Term Securities，簡稱 MITTs）。

以美林證券於 1987 年發行之 LYONs 而言，其為一種具有可轉換、可賣回和可贖回條款的零息債券，McConnell and Schwartz（1986）利用股價擴散過程及偏微分方程，加上到期條件、轉換條件、賣回條件與買回條件等四個邊界條件（boundary condition），以有限差分法求合理價格之近似值。Chance and Broughton（1988）則將 MICD 之收益（payoff）複製為與買權和零息債券相同型態之結構，再利用買權賣權平價公式（put-call parity）進行評價。Chen and Sears（1990）評價 SPIN，將 SPIN 的債券與隱含選擇權分開評價，即 SPIN 的價值等於債券價值加上買權價值乘以其乘數，再利用 Black-Scholes（1973）模型評價買權價值。Finnerty

(1993) 評價 SIGNs，視 SIGNs 為債券與選擇權的組合，將 SIGNs 細分為零息債券價值、隱含之歐式選擇權價值、稅賦之利益、交易成本之降低以及創新價值等為五個部分，其中選擇權的價值以 Black-Scholes 模型計算之。Chen et al. (2001) 評價 MITTs，同樣將 MITTs 的債券與隱含選擇權的部分分開評價，並採用 Black-Scholes 模型計算其隱含之選擇權價值。綜合上述文獻可知，一般在評價股價連動保本票券時常以 Black-Scholes formula 計算選擇權價值，進而計算保本票券之期初合理價格。

然而，市場中的保本型票券之模型設計，隨著時代之需求趨於多元，不只是單純的歐式選擇權形式，例如其到期收益存在著路徑相依 (path dependence) 的性質，即票券每期之價值均受前期價值之影響。此外，標的資產之漲跌幅亦受到限制，如同障礙選擇權 (barrier option)，在評價上，機率分配常因對數常態 (lognormal) 相加並非對數常態之問題，而無法利用 Black-Scholes formula 得出封閉解 (closed-form solution)，故常以數值方法求解。

本文所要評價的模型有別以往的保本模型，其到期日的收益不但具有路徑相依的特質，同時在每個結算時間點標的資產價格有漲幅上限的限制，致使該模型存在近似的封閉解。因此我們利用普通蒙地卡羅 (ordinary Monte Carlo)、相對變數蒙地卡羅 (antithetic variate Monte Carlo)、控制變數蒙地卡羅 (control variate Monte Carlo) 與準蒙地卡羅 (quasi Monte Carlo) 四種蒙地卡羅模擬法，在不斷的模擬過程中求出最精確的合理價格。

目前除了此四種蒙地卡羅法之外，尚有馬可夫鏈蒙地卡羅法 (Markov chain Monte Carlo)，其常被用於解決複雜的機率分配問題。例如當標的資產具隨機跳躍 (stochastic jump process) 現象時，資產報酬率是常態分配加上卜瓦松 (Poisson) 分配，此時馬可夫鏈蒙地卡羅法可以有效的得出商品的期初合理價格。但因本模型並無探討標的資產存在隨機跳躍的問題，所以本文未使用馬可夫鏈蒙地卡羅法

進行分析。

綜合上述，本文探討的內容可分為以下三部分：首先建立路徑相依之上限型保本模型；接著分別以普通蒙地卡羅模擬法、相對變數蒙地卡羅法、控制變數蒙地卡羅法與準蒙地卡羅法進行模擬評價。最後則是比較不同模擬法之特性。

貳、評價模型

一、模型設定

首先建立路徑相依且具有漲幅上限之保本模型。假設此一票券期初面額（par value）為 N_{t_0} ，其與股價（ S ）連動，在每一結算時點皆享有 α 比例之股價報酬率，但有 β 比例的漲幅限制，其中 α 為參與率（participation rate）， β 為漲幅上限（barrier），直至到期日（ T ）時，以當時面額（ N_T ）結算票券之價值。若 $N_T \leq N_{t_0}$ 則可獲得 γ 比例的期初本金；反之，若 $N_T > N_{t_0}$ 則可獲得期末淨值 N_T 再外加 $\gamma-1$ 比例之初始本金 N_{t_0} ，其中 γ 為名目保本率（nominal protection rate）。

簡言之，我們可以下述表示之。令 R_{t_i} 為第 t_i 期票券之報酬率， $t_i = t_0, t_1, \dots, t_n$ ， t_0 為期初， t_n 為到期日，常表示為 $t_0 = 0$ ， $t_n = T$ ，則：

$$R_{t_i} = \alpha \text{Min} \left[\beta, \frac{S_{t_i} - S_{t_{i-1}}}{S_{t_{i-1}}} \right] \quad (1)$$

$$N_T = N_{t_0} \prod_{i=1}^n \left(1 + \alpha \text{Min} \left[\beta, \frac{S_{t_i} - S_{t_{i-1}}}{S_{t_{i-1}}} \right] \right) \quad (2)$$

由式（2）得知該模型具路徑相依（path dependence）的性質。假設股價（ S_t ）為隨機波動，其報酬率服從常態分配，則：

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_t dt + \sigma_t dW_t^P,$$

此為原始機率測度 (original measure) 下之股價動態過程 (Dynamic process of stock price), μ_t 為此動態過程之漂浮項 (drift term), σ_t 為股價的歷史波動性 (historical volatility), 而 dW_t^P 為 Wiener process, $dW_t^P = \sqrt{dt}\varepsilon_t$, ε_t 為白噪音 (White noise) 且服從標準常態分配。利用 Girsanov's Theorem 將原始機率測度轉換為無風險機率測度 (risk neutral measure), Q , 因此股價的動態過程為:

$$\frac{dS_t}{S_t} = r_t^f dt + \sigma_t dW_t^Q,$$

其中, r_t^f 為第 t 期無風險利率, dW_t^Q 同為 Wiener process。因此, 我們可將上述的股價動態過程改寫成:

$$S_{t+dt} = S_t \exp\left[\left(r_t^f - \frac{1}{2}\sigma_t^2\right)dt + \sigma_t\sqrt{dt}\varepsilon_t\right] \quad (3)$$

其中 $\exp\left[\left(r_t^f - \frac{1}{2}\sigma_t^2\right)dt + \sigma_t\sqrt{dt}\varepsilon_t\right]$ 即為經過 dt 時間後股價之報酬率。

又本文之模型的到期收益 (P_T) 為:

$$P_T = \gamma N_{t_0} + \text{Max} [N_T - N_{t_0}, 0] \quad (4)$$

將式 (4) 折現至期初, 即為實際合理價格 (P_{t_0}):

$$P_{t_0} = e^{-r^f T} (\gamma N_{t_0} + \text{Max} [N_T - N_{t_0}, 0]) \quad (5)$$

由式 (2) 和 (4) 可知, 在股價服從對數常態分配時, 該模型之期末收益之機率分配發生對數常態相加的現象。因此, 接著將以蒙地卡羅模擬法對式 (5) 進行評價。

二、路徑相依之上限型保本模型之應用

當前述之上限型股權連動之保本票券模型的保本率為 110%, 參與率為 1 及股

價報酬率之上限為 8%，而且標的資產為 NASDAQ-100 指數，則該模型即變成市場上所交易的保本票券，簡稱 NQL。NQL 是美林證券 (Merrill Lynch and Co.) 於 2002 年推出的五年期連動 NDX (NASDAQ-100 Index) 指數保本型 (100%+10% premium) 連動證券，此商品之特質如表 1。

表 1. NQL 商品特質

單位發行價格	\$10 (美元)
掛牌日	07/24/02 於美國證交所正式掛牌買賣。
價格參考基準日	價格參考基準日為 07/23/02 之 NDX。
申購截止日期	07/23/02
結算方式	到期時依淨值以現金結算。
淨值計算方式	自掛牌起依據 NDX 各季表現，每季計算一次淨值，漲幅上限為 8%，跌幅下限無限制。依此類堆每季季末結算一次，至五年到期時依淨值結算，若到期淨值大於初始值 \$10，則依該淨值再外加初始本金之 10% 給付，若到期淨值小於初始值 10%，則依保本 110% 金額給付，舉例來說，若到期淨值為 \$13，則給付 $\$13 + \$1 = \$14$ ，若到期淨值為 \$8，則給付 $\$10 * 110\% = \11 。
資金流動性	NQL 於美國證交所掛牌交易，投資人可隨時買賣，交易價格須依照當時市場報價為準。
NDX 介紹	NDX (NASDAQ-100 Index) 指數為自 NASDAQ 中精選 100 大且最活躍的非金融產業並具國際化規模的各股所組成的加權指數。

本文接著以 NQL 票券為例，利用普通蒙地卡羅模擬法、相對變數蒙地卡羅法、控制變數蒙地卡羅法與準蒙地卡羅法進行評價。

參、數值分析－蒙地卡羅法之介紹

本章的數值分析將使用 MATLAB 7.0 版之軟體，電腦 CPU 為 AMD Athlon 64 3200+，進行蒙地卡羅模擬。蒙地卡羅模擬法 (Monte Carlo Simulation) 於 1977 由 Boyle 提出，是數值分析中最簡單的評價方法，屬於前向解法 (forward solving)，

在處理障礙選擇權或是路徑相依的問題上相當具有效率。其建立於隨機亂數（pseudo-random number）與反累積分配函數的理論上，利用電腦大量模擬狀態變數未來的行為。1940 年代，Von Neumann（1949）建立了 pseudo-random number 產生器¹和反累積分配函數的理論為蒙地卡羅模擬法奠定基礎。Boyer（1977）首先將蒙地卡羅模擬法應用於財務問題，主要乃是在風險中立的假設下，根據衍生性商品標的資產價格變動之隨機過程，利用電腦抽取亂數，模擬出資產價格的多種可能路徑，在假設每一條路徑發生的機率相等之下，將所有模擬的到期價值加以平均，再以無風險利率折現至目前時點，即可求算衍生性商品的理論價值。爾後，蒙地卡羅模擬法在財務領域開始蓬勃發展。

由於蒙地卡羅法每次的模擬，皆視為從相同而且獨立的分配（identical independent distribution, 簡稱 iid）中隨機抽樣，模擬出來的樣本平均數的變異數，和母體分配的變異數成正比，但和抽樣的數目，即模擬的次數成反比，並且毋庸考慮不同模擬結果之間的共變異數。意指在蒙地卡羅模擬中，欲將樣本平均數的標準誤降低成為原來的十分之一，那麼則需將模擬的次數，在其他條件不變之下，增加成為原來的一百倍。所以蒙地卡羅模擬法的精確性，和模擬次數有關，當模擬的次數越多，其結果將越精確。此外，Papageorgiou and Traub（1996）指出傳統蒙地卡羅法在模擬的過程中採用 pseudo-random number，其隨機亂數會產生群聚（clustering）的現象，即有些區域沒有樣本點，有些區域則樣本點太過集中，這種群聚現象將使得模擬誤差變大，影響評價效率。所以當蒙地卡羅模擬的樣本點（即模擬次數）太少時，其正確性越不佳。因此許多學者相繼提出不同的變異消減法來降低模擬誤差並增加收斂速度，常見的變異消減法包括相對變數法（Antithetic Variable Technique）、控制變數法（Control Variable Technique）、重點

¹ 相對於 random number，pseudo-random number 是指以人為的方法，在一定範圍內產生近似隨機的變數，random number 則是自然界、非人類利用數學方法所設計產生、完全無法預期的隨機變數。

抽樣 (Importance Sampling)、分層抽樣 (Stratified Sampling) 和利用低差異序 (Low Discrepancy Sequences) 的準蒙地卡羅模擬法。重點抽樣是將標的資產模擬後，限定某個範圍，再從這個範圍抽取所需的樣本。分層抽樣是將標的資產模擬後，分成數組，然後再從各組抽取所需的樣本。在蒙地卡羅模擬中，抽樣的方法是利用亂數隨機抽取，然後再取平均值，尤其相對變數法、控制變數法和低差異序法 (Control Variable Technique) 的抽取方式較重點抽樣和分層抽樣更能消除模擬的誤差。

其中，準蒙地卡羅模擬最早出現在物理計算領域，而由 Barret & Moore & Wilmott (1992) 引進財務領域，一直到 Paskov and Traub (1995) 實際用以評價抵押貸款證券後逐漸受到重視。隨後 Joy, Boyle, and Tan (1996), Acworth, Broadie, and Glasserman (1997) 以及其他學者也先後投入研究。準蒙地卡羅與普通蒙地卡羅的模擬過程類似，差別僅在於前者以低差異序列取代 pseudo-random number，均勻的分配每個樣本點，改善樣本點的群聚現象而使得模擬誤差降低，而且只要少量的樣本點就可以達到和其他蒙地卡羅需要大量樣本得到相同的精確性。

接著，將依序介紹普通蒙地卡羅、相對變數蒙地卡羅、控制變數蒙地卡羅與準蒙地卡羅四種模擬法於路徑相依的保本票券之應用。

一、普通蒙地卡羅法

已知股價之動態過程如式 (3)，現以 NQI 保本票券為例，我們利用亂數產生器所產生的標準常態亂數， ε_t ，模擬股價的各期報酬率。因此式 (1) 可寫成：

$$R_t = \text{Min} [1+8\%, \exp[(r_t^f - \frac{1}{2}\sigma_t^2)dt + \sigma_t\sqrt{dt}\varepsilon_t]] \quad (6)$$

再依式(4)模擬 NQL 票券之期末收益，最後折現至期初，便可得 NQL 票券之期初合理價格。

當模擬次數為 m 次，令第 j 次模擬的結果為 $P_T^{(j)}$ ， $j=1, 2, \dots, m$ ，將 m 次模擬的結果平均後再折現至第 0 期，或是折現至第 0 期再平均，便可求出 P_0 的期望值 \hat{P}_{t_0} 。而利用 $P_T^{(j)}$ 也可求出 \hat{P}_{t_0} 之標準誤 (standard error)， $SE(\hat{P}_{t_0})$ ，即：

$$\hat{P}_{t_0} = \exp(-r^f T) \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m P_T^{(j)} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m P_{t_0}^{(j)} \quad (7)$$

$$SE(\hat{P}_{t_0}) = \sqrt{\frac{\frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (P_{t_0}^{(j)} - \hat{P}_{t_0})^2}{m}} \\ = \sqrt{\frac{\exp(-2r^f T)^2 (\frac{1}{m-1} (\sum_{j=1}^m P_T^{(j)2} - \frac{1}{m} (\sum_{j=1}^m P_T^{(j)})^2))}{m}} \quad (8)$$

在樣本期間皆為 1997 年 7 月 23 日至 2002 年 7 月 23 日下，NDX 報酬率之標準差由實際資料估計而得 44%；美國政府五年期公債利率(無風險利率 r^f)的估計值為 5%，資料來源分別為：<http://finance.yahoo.com/> 和 <http://research.stlouisfed.org/>。模擬的結果如表 2。

由模擬的結果可看出當模擬次數較少時，每次模擬間的價格和標準誤之差異十分明顯，但標準誤、模擬的價格和標準誤的差異隨著模擬次數的增加而降低。模擬 5000 次以上時，標準誤已小於 1%。當模擬次數大於 5 萬次後，每次模擬的標準誤幾乎已無差異，而模擬 10 萬次的結果，標準誤已降至 0.0016，且三次模擬間價格的差異均不到 1%。此外，模擬所需的時間與模擬次數之間並不呈一個等比例的線性關係，而是以幾何級數的方式快速增加，因此若希望標準誤更小時，則必須再增加模擬次數，而模擬時間勢必變的更長，可能需要好幾個小時甚至數天。

理論上模擬次數為無限多次時，所得到的近似解會趨近於實際的理論價格，因此我們取模擬 10 萬次的結果中標準差最小的價格， $\hat{P}_{t_0} = 10.0275$ ，為普通蒙地卡羅法下 NQL 的期初合理價格。

二、相對變數蒙地卡羅法

在蒙地卡羅模擬中常見的問題就是當模擬次數少時，標準誤會變大，即模擬誤差變大，當模擬次數增加時則需要花費很多的時間。為了降低模擬的標準誤使其更有效率，於是有了相對變數蒙地卡羅。所謂的相對變數，是假設有一個資產，其動態與標的資產呈完全負相關，如同持有權重各半的資產，而此投資組合之期末報酬為兩種資產報酬的平均。

以 NQL 為例，原始標的資產為股價（ S ），該票券期初面額為 N_{t_0} ，接著

表 2. 普通蒙地卡羅法模擬之結果

模擬次數 (m)	第一次模擬		第二次模擬		第三次模擬		模擬時間
	\hat{P}_{t_0}	$(SE(\hat{P}_{t_0}))$	\hat{P}_{t_0}	$(SE(\hat{P}_{t_0}))$	\hat{P}_{t_0}	$(SE(\hat{P}_{t_0}))$	
100	10.0984	(0.0848)	10.2330	(0.1489)	10.1443	(0.0885)	00:00:00
200	10.0659	(0.0365)	10.0229	(0.0259)	10.0555	(0.0402)	00:00:00
500	9.9930	(0.0138)	9.9931	(0.0117)	10.0327	(0.0254)	00:00:00
1000	10.0262	(0.0169)	10.0329	(0.0183)	10.0501	(0.0166)	00:00:00
2000	10.0169	(0.0095)	10.0241	(0.0095)	10.0329	(0.0112)	00:00:02
5000	10.0186	(0.0059)	10.0330	(0.0074)	10.0334	(0.0076)	00:00:09
10000	10.0240	(0.0048)	10.0273	(0.0052)	10.0292	(0.0047)	00:00:41
20000	10.0279	(0.0022)	10.0261	(0.0022)	10.0318	(0.0024)	00:05:42
50000	10.0242	(0.0021)	10.0295	(0.0020)	10.0284	(0.0020)	00:16:54
100000	10.0275	(0.0016)	10.0301	(0.0017)	10.0281	(0.0017)	01:13:06

說明：括號內為 \hat{P}_{t_0} 之標準誤，即 $SE(\hat{P}_{t_0})$ ；模擬時間為一次模擬所需的時間，表示方法為“時

時：分：秒”，如 00:00:02 表示模擬時間為 2 秒；00:00:00 表示模擬時間小於一秒。

我們建立另一個票券 (N_t^*) 與 S^* 連動，期初面額同樣為 N_{t_0} ，而 S^* 與 S 的關係

為完全負相關，即：

$$S_{t+dt} = S_t \exp\left[\left(r_t^f - \frac{1}{2}\sigma_t^2\right)dt + \sigma_t\sqrt{dt}\varepsilon_t\right] \quad (9)$$

$$S_{t+dt}^* = S_t^* \exp\left[\left(r_t^f - \frac{1}{2}\sigma_t^2\right)dt + \sigma_t\sqrt{dt}(-\varepsilon_t)\right] \quad (10)$$

此目地在增加模擬值的準確度，有如模擬次數增加一倍，但比直接提高模擬次數而使模擬值收斂所花費的時間少。

因此，票券 N_t^* 各期報酬率 R_t^* 為：

$$R_t^* = \text{Min}\left[1 + 8\%, \exp\left[\left(r_t^f - \frac{1}{2}\sigma_t^2\right)dt + \sigma_t\sqrt{dt}(-\varepsilon_t)\right]\right],$$

至期末， N_T^* 為：

$$N_T^* = N_{t_0} \prod_{i=1}^n R_{t_i}^* \quad (11)$$

投資組合的收益 (P_T) 為：

$$P_T = N_{t_0}(1 + 10\%) + \frac{1}{2}[\text{Max}(N_T - N_{t_0}, 0) + \text{Max}(N_T^* - N_{t_0}, 0)] \quad (12)$$

將期末收益折現至期初，可求得期初合理價格 P_{t_0} ，為：

$$P_{t_0} = e^{-r^f T} P_T \quad (13)$$

有了 P_{t_0} 與 P_T 後即可得 P_{t_0} 的期望值 \hat{P}_{t_0} 與 \hat{P}_{t_0} 之標準誤， $\text{SE}(\hat{P}_{t_0})$ ，結果如表 3。

模擬的結果與普通蒙地卡羅法具有類似性質，當模擬次數較少時，每次模擬間的價格和標準誤之差異十分明顯，標準誤也較大，但皆隨著模擬次數的增加而降低，模擬 2000 次之標準誤已降至 1% 以下。模擬 5000 次以上的結果頗為穩定，四捨五入後 \hat{P}_{t_0} 皆為 10.03，模擬 2 萬次以上時相同模擬次數的標準誤幾乎一致，而模擬 10 萬次的結果，標準差已降至 0.0011，且三次模擬間的差異均不到 1%。

三、Delta 控制變數蒙地卡羅法

降低模擬標準差的另一個方法是控制變數蒙地卡羅法。Clewlow 與 Carverhill (1994) 兩位學者首先提出利用避險參數 (delta) 為控制變數的一般化方法，以控制 delta 之比例達到降低模擬誤差之目的。所謂以避險參數避險是指當賣出一歐式買權 (C) 時，同時持有 delta 比例的標的資產 (S)。是故以 $\text{delta} \left(\frac{\partial C}{\partial S} \right)$ 為控制變數的蒙地卡羅法是利用調整各期 delta 比例之標的資產複製此歐式買權的期末收益，以數學式表示即為：

$$C_{t_0} e^{r^f(T-t_0)} - \left[\sum_{i=0}^n \left(\frac{\partial C_{t_i}}{\partial S_{t_i}} - \frac{\partial C_{t_{i-1}}}{\partial S_{t_i}} \right) * S_{t_i} e^{r^f(T-t_i)} \right] = C_T + \eta \quad (14)$$

其中 η 為避險誤差，又 $\frac{\partial C_{t_{i-1}}}{\partial S_{t_i}} = 0$ ，將上式展開整理後可得：

$$C_{t_0} e^{r^f(T-t_0)} + \left[\sum_{i=0}^{n-1} \frac{\partial C_{t_i}}{\partial S_{t_i}} (S_{t_{i+1}} - S_{t_i} e^{r^f(T-t_{i+1})}) \right] = C_T + \eta \quad (15)$$

表 3. 相對變數蒙地卡羅法模擬之結果

模擬次數 (m)	第一次模擬		第二次模擬		第三次模擬		模擬時間
	\hat{P}_{t_0}	$(SE(\hat{P}_{t_0}))$	\hat{P}_{t_0}	$(SE(\hat{P}_{t_0}))$	\hat{P}_{t_0}	$(SE(\hat{P}_{t_0}))$	
100	10.0932	(0.0539)	10.0234	(0.0263)	10.0342	(0.0342)	00 : 00 : 00
200	10.0443	(0.0313)	9.9979	(0.0123)	10.0120	(0.0207)	00 : 00 : 00
500	10.0114	(0.0099)	10.0402	(0.0201)	10.0289	(0.0141)	00 : 00 : 00
1000	10.0258	(0.0105)	10.0245	(0.0092)	10.0291	(0.0109)	00 : 00 : 00
2000	10.0279	(0.0086)	10.0326	(0.0082)	10.0184	(0.0065)	00 : 00 : 02
5000	10.0307	(0.0050)	10.0306	(0.0050)	10.0252	(0.0048)	00 : 00 : 19
10000	10.0267	(0.0034)	10.0302	(0.0038)	10.0273	(0.0035)	00 : 01 : 27
20000	10.0284	(0.0025)	10.0282	(0.0024)	10.0291	(0.0025)	00 : 05 : 52
50000	10.0305	(0.0016)	10.0287	(0.0015)	10.0298	(0.0015)	00 : 33 : 51
100000	10.0289	(0.0011)	10.0271	(0.0011)	10.0259	(0.0011)	02 : 19 : 35

說明：括號內為 \hat{P}_{t_0} 之標準誤，即 $SE(\hat{P}_{t_0})$ ；模擬時間為一次模擬所需的時間，表示方法為“時：分：秒”，如 00：00：02 表示模擬時間為 2 秒；00：00：00 表示模擬時間小於一秒鐘。

其中 $\sum_{i=0}^{n-1} \frac{\partial C_{t_i}}{\partial S_{t_i}} (S_{t_{i+1}} - S_{t_i} e^{r^f \Delta t}) e^{r^f (T-t_{i+1})}$ 為避險參數控制變數 (delta-based martingale

control variate, cv_1)，又 $S_{t_i} e^{r^f t}$ 即為第 t_i 期股價在無風險機率測度下的期望值，以

$E[S_{t_i}]$ 表示，因此：

$$cv_1 = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\partial C_{t_i}}{\partial S_{t_i}} (S_{t_{i+1}} - E[S_{t_i}]) e^{r^f (T-t_{i+1})}, \quad (16)$$

而且，

$$C_{t_0} e^{r^f T} = C_T - cv_1 + \eta. \quad (17)$$

現在我們將應用 delta 控制變數法進行 NQL 之評價。首先根據式 (5) 求出 NQL 票券之 delta，爾後再計算 cv_1 ，則 NQL 期末之收益為：

$$P_T = N_{t_0}(1+10\%) + \text{Max}(N_T - N_{t_0}, 0) - cv_1 \quad (18)$$

當 $S_{t_{i-1}} - E[S_{t_i}] > 0$ 時，則 $cv_1 > 0$ ，普通蒙地卡羅法模擬的合理價格 $>$ 控制變數蒙地卡羅法模擬的合理價格。反之， $S_{t_{i-1}} - E[S_{t_i}] < 0$ 時，則 $cv_1 < 0$ ，普通蒙地卡羅法模擬的合理價格 $<$ 控制變數蒙地卡羅法模擬的合理價格。

如同前述之蒙地卡羅法，我們可求得 P_{t_0} 的期望值 \hat{P}_{t_0} 與 \hat{P}_{t_0} 之標準誤， $SE(\hat{P}_{t_0})$ ，接著以相同模擬次數各進行三次後，結果如表 4。

當模擬次數較少時，每次模擬間的價格和標準誤之差異十分明顯，標準誤也較大，但皆隨著模擬次數的增加而降低，模擬 5000 次之後標準誤已降至 1% 以下，且結果頗為穩定，四捨五入後 \hat{P}_{t_0} 皆為 10.05，模擬 2 萬次以上時相同模擬次數的標準誤幾乎一致，而模擬 10 萬次的結果，標準誤降至 0.0018，且三次模擬間的差異均不到 1%。

除了以 delta 當控制變數外，亦可以 gamma ($\partial^2 C / \partial S^2$) 作為控制變數，或是結合相對變數法與控制變數法來進行模擬，唯 delta 之控制變數法為最簡單的控制變數法。

四、準蒙地卡羅法

在蒙地卡羅分析中，隨機亂數存在叢聚的現象，為了使亂數更具隨機性，分布更均勻，進而發展出準蒙地卡羅模擬法。此模擬法與其他蒙地卡羅模擬法的差異在於隨機亂數之選取。準蒙地卡羅法使用準隨機亂數，quasi-random numbers，而其他蒙地卡羅之隨機亂數是 pseudo-random numbers。本文使用 van der Corput (1935) 序列以產生準隨機亂數。

van der Corput 序列為在區間 $[0,1]$ 之間的數列，此數列由 0 開始，而下一個數字會記得前一個數字的位置，除了想辦法遠離它之外，還會填進數字與數字之間較大的空間。要產生 van der Corput 序列需要一個基數 (base, b)，由此基數建構出 van der Corput 序列，而此序列中第 $u+1$ 個數字 ($u=0,1,2,\dots$) 將利用基數反轉而得。舉例來說，當基數為 2 時，van der Corput 序列中第五個數字 ($u=4$) 可分解為： $u=4=1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ ，以基數 2 展開為 1, 0, 0，反轉成為 0, 0, 1，因此 van der Corput base 2 (4) $= 0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 1/8$ 。同理 van der Corput 序列前 16 個數字 ($u=0, 1, 2, \dots, 15$) 為：

$$(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{16}, \frac{9}{16}, \frac{5}{16}, \frac{13}{16}, \frac{3}{16}, \frac{11}{16}, \frac{7}{16}, \frac{15}{16}) ,$$

而當基數為 3 時，van der Corput 序列前 16 個數字 ($u=0, 1, 2, \dots, 15$) 為：

$$(0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{9}, \frac{4}{9}, \frac{7}{9}, \frac{2}{9}, \frac{5}{9}, \frac{8}{9}, \frac{1}{27}, \frac{10}{27}, \frac{19}{27}, \frac{4}{27}, \frac{13}{27}, \frac{22}{27}, \frac{7}{27}) ,$$

若以數學式表示，基數為 b 的 van der Corput 序列中第 $u+1$ 個數字可表示為：

$$u = \sum_{j=0}^k a_j(u) b^j \quad (19)$$

$$\text{van der Corput base } b (u+1) = \sum_{j=0}^k a_j(u) b^{-j-1} \quad (20)$$

表 4. 控制變數蒙地卡羅法模擬之結果

模擬次數 (m)	第一次模擬		第二次模擬		第三次模擬		模擬時間
	\hat{P}_{t_0}	(SE(\hat{P}_{t_0}))	\hat{P}_{t_0}	(SE(\hat{P}_{t_0}))	\hat{P}_{t_0}	(SE(\hat{P}_{t_0}))	
100	10.0162	(0.0381)	10.0074	(0.0406)	10.0466	(0.0370)	00 : 00 : 00
200	10.1049	(0.0547)	10.0019	(0.0161)	10.0079	(0.0259)	00 : 00 : 01
500	10.0319	(0.0223)	10.0167	(0.0145)	10.0241	(0.0169)	00 : 00 : 02
1000	10.0475	(0.0157)	10.0228	(0.0113)	10.0319	(0.0162)	00 : 00 : 03
2000	10.0796	(0.0158)	10.0443	(0.0110)	10.0346	(0.0103)	00 : 00 : 08
5000	10.0497	(0.0082)	10.0473	(0.0079)	10.0468	(0.0076)	00 : 00 : 32
10000	10.0477	(0.0052)	10.0474	(0.0058)	10.0501	(0.0055)	00 : 01 : 54
20000	10.0512	(0.0041)	10.0497	(0.0040)	10.0476	(0.0040)	00 : 07 : 16
50000	10.0488	(0.0025)	10.0461	(0.0025)	10.0479	(0.0025)	00 : 39 : 17
100000	10.0489	(0.0018)	10.0488	(0.0018)	10.0509	(0.0019)	02 : 34 : 32

說明：括號內為 \hat{P}_{t_0} 之標準誤，即 $SE(\hat{P}_{t_0})$ ；模擬時間為一次模擬所需的時間，表示方法為“時：分：秒”，如 00：00：02 表示模擬時間為 2 秒；00：00：00 表示模擬時間小於一秒鐘。

其中 $a_j(u) < b$ 且為非負整數， k 為當 $j > k$ 時 $a_j(u)$ 皆為 0 之最小整數。而 van der Corput 序列可視為在區間 $[0,1]$ 之間的均勻分配。

在建立了 van der Corput 序列之後，再利用 Moro (1995) 方法經由標準常態累積機率密度函數的反函數得標準常態亂數。文獻顯示，Moro (1995) 轉換法所得的結果較其他轉換法更精確。

準蒙地卡羅法評價 NQL 的步驟如下：

第一步就是建立 van der Corput 序列。假設資產的結算期有 n 期，現模擬 m 次，因此 van der Corput 序列需有 nm 個數字。

第二步，將序列轉換為標準常態亂數後，計算模擬第 j 次，第 t_i 期的報酬率 $R_{t_i}^{(j)}$ ，其中， $j=1,2,\dots,m$ ， $t_i=t_0,t_1,\dots,t_n$ 。假設 van der Corput 序列中第 v 個數字經

由 Moro 轉換後為 ε_v ， $v=1, 2, 3, \dots, m \cdot n$ ，以 $\varepsilon_v \rightarrow R_{t_i}^{(j)}$ 表示利用 ε_v 求算第 j 次模擬

中第 i 期的股價報酬率 $R_{t_i}^{(j)}$ ，亂數的排列方式有型 (I) 和 (II) 兩種方式：

$$\begin{array}{lclcl}
 \text{型式 (I):} & \text{第一期} & \text{第二期} & \cdots & \text{第 } n \text{ 期} \\
 & \varepsilon_1 \rightarrow R_{t_1}^{(1)} & \varepsilon_2 \rightarrow R_{t_2}^{(1)} & , \dots , & \varepsilon_n \rightarrow R_{t_n}^{(1)} ; \\
 & \varepsilon_{n+1} \rightarrow R_{t_1}^{(2)} & \varepsilon_{n+2} \rightarrow R_{t_2}^{(2)} & , \dots , & \varepsilon_{n+n} \rightarrow R_{t_n}^{(2)} ; \\
 & \vdots & & & \\
 & \varepsilon_{(m-1)n+1} \rightarrow R_{t_1}^{(m)} & \varepsilon_{(m-1)n+2} \rightarrow R_{t_2}^{(m)} & , \dots , & \varepsilon_{mn} \rightarrow R_{t_n}^{(m)} ;
 \end{array}$$

即可以 $\varepsilon_{(j-1)n+i} \rightarrow R_{t_i}^{(j)}$ 表示之。

$$\begin{array}{lclcl}
 \text{型式 (II):} & \text{第一期} & \text{第二期} & \cdots & \text{第 } n \text{ 期} \\
 & \varepsilon_1 \rightarrow R_{t_1}^{(1)} & \varepsilon_{m+1} \rightarrow R_{t_2}^{(1)} & , \dots , & \varepsilon_{m \cdot (n-1)+1} \rightarrow R_{t_n}^{(1)} ; \\
 & \varepsilon_2 \rightarrow R_{t_1}^{(2)} & \varepsilon_{m+2} \rightarrow R_{t_2}^{(2)} & , \dots , & \varepsilon_{m \cdot (n-1)+2} \rightarrow R_{t_n}^{(2)} ; \\
 & \vdots & & & \\
 & \varepsilon_m \rightarrow R_{t_1}^{(m)} & \varepsilon_{m \cdot 2} \rightarrow R_{t_2}^{(m)} & , \dots , & \varepsilon_{mn} \rightarrow R_{t_n}^{(m)} ;
 \end{array}$$

即可以 $\varepsilon_{(i-1)m+j} \rightarrow R_{t_i}^{(j)}$ 表示之。

最後，經型式 (I) 和 (II) 之排列得標準常態亂數後，進而可計算各期 $R_{t_i}^{(j)}$ ，

\hat{P}_{t_0} 和 $SE(\hat{P}_{t_0})$ ，結果如表 5。

由表 5 發現準蒙地卡羅的模擬結果有兩點值得注意，首先，在亂數排列方式為型式 (I)，基數為 2 和 3 與型式 (II)，基數為 3 和 29 時標準誤幾乎皆為 0，其原因乃是每次所模擬的期末面額皆小於期初面額 (\$10)，致使票券每次模擬的期

初合理價格等於 m 次模擬之期望值。其次，當亂數排列方式為型式 (II)，基數為 2 和 25 時， \hat{P}_{t_0} 相較於普通蒙地卡羅法之期初合理價格 10.0275 有十分顯著的差異，且經過 10 萬次的模擬期標準誤仍無法降至 1% 的水準之下。可能的原因可能為 NQL 具路徑相依的特質，但準隨機亂數之間並非相互獨立，而是有一定程度的相關性所造成的影響，其次為亂數排列方式無法讓準隨機亂數具有隨機性。比較兩種亂數排列方式以型式 (I) 之精確度較高，而不同亂數排列方式或不同基數在相同模擬次數下，模擬時間大致相同。

肆、蒙地卡羅法之比較

一般文獻上皆指出控制變數蒙地卡羅法可有效降低模擬誤差，例如 Rubinstein and Marcus (1985) 與 Nelson (1990)，但對於路徑相依之上限型模型而言，相對變數法、控制變數法、準蒙地卡羅法和普通的蒙地卡羅法何種方法的速度較快？精確度較高？一般精確度是由標準誤大小來衡量，在相同模擬次數下，標準誤越小代表精確度較高；反之，標準誤越大代表精確度較低。而速度是指模擬值收斂所花費的時間。接著，我們將從精確度與速度兩方面對上述四種蒙地卡羅模擬法所得之結果進行比較分析。

由表 2 與表 3 的比較可知，相同模擬次數下相對變數蒙地卡羅法其標準誤較普通蒙地卡羅法小約為 1/2，但模擬時間較長。當模擬 5 萬次時其標準誤已較普通蒙地卡羅法模擬 10 萬次低，而花費的時間也較普通蒙地卡羅法模擬十萬次所需的時間短許多。是故相對變數法與普通蒙地卡羅相較可以較少的模擬次數得到較佳的結果，且所花費的時間也較短，因此相對變數法比普通蒙地卡羅有效率。

其次，比較表 2，3 和 4，大體而言，我們發現，控制變數蒙地卡羅法不但

表 5. 準蒙地卡羅法模擬 NQL 結果

基數 (b)	2		3		25		29		模擬時間
模擬次數 (m)	\hat{P}_{t_0}	(SE(\hat{P}_{t_0}))	\hat{P}_{t_0}	(SE(\hat{P}_{t_0}))	\hat{P}_{t_0}	(SE(\hat{P}_{t_0}))	\hat{P}_{t_0}	(SE(\hat{P}_{t_0}))	
附表 A：型式 (I) 之亂數排列									
100	9.9668	(0)	9.9668	(0)	9.9793	(0.0265)	9.9648	(0.1166)	00：00：01
200	9.9668	(0)	9.9668	(0)	9.9858	(0.0198)	9.9554	(0.0809)	00：00：02
500	9.9668	(0)	9.9668	(0)	9.9937	(0.0131)	9.9883	(0.0549)	00：00：04
1000	9.9668	(0)	9.9668	(0)	9.9949	(0.0094)	9.9901	(0.0391)	00：00：09
2000	9.9668	(0)	9.9668	(0)	9.9953	(0.0066)	9.9909	(0.0276)	00：00：38
5000	9.9668	(0)	9.9668	(0)	9.9957	(0.0042)	9.9964	(0.0176)	00：03：39
10000	9.9668	(0)	9.9668	(0)	9.9959	(0.0030)	9.9946	(0.0124)	00：15：27
20000	9.9668	(0)	9.9668	(0)	9.9960	(0.0021)	9.9951	(0.0088)	01：05：23
50000	9.9668	(0)	9.9668	(0)	9.9961	(0.0013)	9.9956	(0.0056)	05：10：38
100000	9.9668	(0)	9.9668	(0)	9.9961	(0.0009)	9.9956	(0.0039)	23：03：11
附表 B：型式 (II) 之亂數排列									
100	18.8963	(1.1788)	9.9668	(0)	19.7155	(1.3327)	8.5668	(0)	00：00：01
200	19.6113	(0.9342)	9.9668	(0)	19.7280	(0.9404)	8.5668	(0)	00：00：02
500	18.9119	(0.5252)	9.9668	(0)	19.7593	(0.5943)	8.5668	(0)	00：00：04
1000	19.6179	(0.4170)	9.9668	(0)	19.7639	(0.4200)	8.5668	(0)	00：00：09
2000	19.7193	(0.2963)	9.9668	(0)	19.7654	(0.2969)	8.9507	(0.0269)	00：00：38
5000	19.6200	(0.1864)	9.9668	(0)	19.7854	(0.1882)	8.5668	(0)	00：03：39
10000	19.7203	(0.1325)	9.9668	(0)	19.7862	(0.1331)	8.5668	(0)	00：15：27
20000	19.7695	(0.0940)	9.9668	(0)	19.7867	(0.0941)	8.5668	(0)	01：05：23
50000	19.7205	(0.0592)	9.9668	(0)	19.7868	(0.0595)	8.5668	(0)	05：10：38
100000	19.7696	(0.0420)	9.9668	(0)	19.7869	(0.0421)	8.5668	(0)	23：03：11

說明：括號內為 \hat{P}_{t_0} 之標準誤，即 $SE(\hat{P}_{t_0})$ 。模擬時間為一次模擬所需的時間，表示方法為“時時：分分：秒秒”，

如 00 : 00 : 02 表示模擬時間為 2 秒；00 : 00 : 00 表示模擬時間小於一秒鐘。基數為 van der Corput 序列之基數。

表 6. 蒙地卡羅法之比較

模擬方法	精確度	速度
普通蒙地卡羅法	差	最快
相對變數蒙地卡羅法	佳	慢
delta 控制變數蒙地卡羅法	最差	慢
準蒙地卡羅法	最佳	最慢

無法降低其標準誤，模擬的時間反而更長。因此，對路徑相依之上限型保本模型而言，delta 控制變數法之精確度與速度比相對變數和普通蒙地卡羅法不佳。

我們再將前述三種蒙地卡羅模擬法與準蒙地卡羅法相比較，即型式 (I) 亂數排列之精確度是最佳的，但需耗費較多的模擬時間。

最後，我們將上述結果，編列如表 6。

伍、結論

本文主要提出一個在實務上廣泛被應用的模型一路徑相依之上限型股權連結保本模型，因模型中存在對數常態相加的機率分配問題，所以我們以四種蒙地卡羅模擬法進行評價，並比較他們的精確度與速度，結果發現：

- (1)．相對變數蒙地卡羅法能有效的降低標準差且縮短模擬時間，但在準確度上，並未是最佳的。
- (2)．delta 控制變數蒙地卡羅法之準確性並不高，且必須花費大量的模擬時間。
- (3)．準蒙地卡羅法對 NQL 之評價的精確度為四種蒙地卡羅模擬法中最佳，但很耗時，且型式 (I) 之亂數排列方式較型式 (II) 有效率。

雖然，準蒙地卡羅法的精確度最高，但相當耗時，常常要花上數十分鐘，甚至好幾小時才能完成。因此，我們建議使用相對變數蒙地卡羅法，該方法比準蒙地卡羅法快速，且準確度比控制變數蒙地卡羅法和普通蒙地卡羅法精確，是最佳的選擇。有別於 Rubinstein and Marcus (1985) 與 Nelson (1990) 指出控制變數蒙地卡羅法是較有效率的說法。

另外，由表 2, 3, 4 和 5 得知四種蒙地卡羅法所得的期初合理價格大都大於 10 元，與該商品期初的發行價格 10 元之間存在套利空間。當市場是完全市場 (complete market) 時，市價會趨近合理價格，所以該商品未來市價是有上漲的可能性。而在 www.bigcharts.com 的網站中，我們的確發現 NQL 商品的市價於 2002 年 7 月 24 日發行後，一直在上升。

後續在研究上，關於準蒙地卡羅法在序列的選取上，可使用 Halton 序列、Sobol 序列或是 Faure 序列以期能更有效的降低標準誤。其次，亦可使用馬可夫鏈蒙地卡羅法，探討標的資產存在隨機跳躍時，具路徑相依的上限型保本票券的評價問題。

參考文獻

- [1] Acworth, P., M. Broadie, and P. Glasserman (1997), "A Comparison of Some Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Techniques for Option pricing," In P. Hellekalek and H. Niederreiter (ed.), *Monte Carlo and Quasi-Monte Carlo Methods in Scientific Computing*, New York: Springer, pp.1-18.
- [2] Barret, J.W., G. Moore, and P. Wilmott (1992), "Inelegant Efficiency," *Risk*, 5(9), pp.82-84.
- [3] Black, F. and M. Scholes (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81(3), pp.637-654.
- [4] Boyle, P. P. (1977), "Options: A Monte Carlo Approach," *Journal of Financial Economics*, Vol., 4, pp.323-338.
- [5] Chance, D.M. and J.B. Broughton (1988), "Market Index Depository Liabilities: Analysis, Interpretation, and Performance," *Journal of Financial Services Research*, 1(Dec.), pp.335-352.
- [6] Chen, K. C., J. C. Taylor, and L. Wu (2001), "Pricing Market Index Target-Term Securities," *Journal of Financial Management*, 14, pp.11-18.
- [7] Chen, K.C. and R.S. Sears (1990), "Pricing the SPIN," *Financial Management*, Summer, pp.36-47.
- [8] Clewlow, L. and A. Carverhill (1994), "On the Simulation of Contingent Claims," *Journal of Derivatives*, 2, pp.66-74.
- [9] Finnerty, J.D. (1993), "Interpreting SIGNs," *Financial Management*, Summer, pp. 34-47.
- [10] Johannes van der Corput (1935), "Verteilungsfunktionen I & II," *Nederl. Akad. Wetensch. Proc.*, 38, pp.813-820.
- [11] Joy, C., P. P. Boyle, and K. S. Tan (1996), "Quasi-Monte Carlo Methods in Numerical Finance," *Management Science*, 42, pp.926-938.
- [12] McConnell, J. J., and E. S. Schwartz (1986), "LYON Taming," *Journal of Finance*, 41(3, July), pp.561-576.

- [13] Moro, B. (1995), "The Full Monte," *Risk*, 8, pp.57-58.
- [14] Nelson, B. L. (1990), "Control Variate Remedies," *Operations Research*, 38, pp.974-992.
- [15] Papageorgiou, A., and Traub, J. F. (1996), "Beating Monte Carlo," *Risk*, 9(6, Jun.), pp.63-65.
- [16] Paskov, S., and J. Traub (1995), "Faster Valuation of Financial Derivatives," *Journal of Portfolio Management*, 22, pp.113-120.
- [17] Rubinstein, R. Y., and R. Marcus (1985), "Efficiency of Multivariate Control Variates in Monte Carlo Simulation," *Operation Research*, 33, pp.661-677.
- [18] Von Neumann, J., Metropolis, N. and Ulam S. (1949), "The Monte Carlo Method," *Journal of the American Statistical Association*, 44, pp.335-341.

論台灣期貨市場實施有價證券抵繳保證金與相關配套

- ◆ 淡江大學財金系(所)教授
- 林蒼祥
- ◆ 淡江大學財金系(所)助理教授
- 段昌文

本文主要探討相關有價證券抵繳保證金之相關制度與作業情況，透過觀察全球知名期貨交易所可接受之非現金擔保品，我們發現信用狀與銀行保證函是廣被接受的有價證券，與台灣期貨交易所規劃者大相逕庭。在保證金的管理方面，台灣與國外在最大不同處有結算保證金的總戶或分戶管理、保證金的利息支付與保證金的預繳制度，因此有價證券抵繳保證金對市場產生的影響亦大不相同，主要在利息支付或收取的主體有互為相反的結果。參考新加坡對保證金利息支付方式，2007年台灣整體期貨市場在加計手續費後，整體期貨商淨利差收入將新增新台幣2.78億元。進一步以模擬方式來觀察有價證券抵繳超額原始保證金對期貨商利差收入的影響，在未考慮其他相關成本下，有價證券抵繳產生的邊際成本是高於契約成長率上升所帶來的邊際收入，是不符合經濟效率。因此實施有價證券抵繳期貨保證金時，勢必對期貨商收入產生衝擊，相關主管機關在實施有價證券抵繳期貨保證金時，對期貨商是必須提供相關的配套措施。

關鍵詞：有價證券抵繳保證金、利差收入、保證金管理、非現金擔保品、期貨經紀商

*我們感謝台灣期貨商業同業公會提供本文的相關財務支持，尤其感謝賀理事長提供的寶貴意見，使本文更臻完整。關於內文的相關意見，請聯繫段昌文教授，email: 107800@mail.tku.edu.tw.

壹、前言

台灣期貨交易所研議今年推出有價證券抵繳期貨保證金之措施，實施目的在增加期貨交易人資金的使用效能，唯目前我國期貨商經紀商之營業生財項目只有經紀手續費收入與客戶期貨交易保證金利息差收入。由於有價證券抵繳保證金會減少現金保證金存放在保證金專戶中，因此預期對期貨商的利差收入會有很大衝擊，然而美國、新加坡等市場之期貨商生財項目除前述二項外，尚有包括期貨交易人融資業務、經營店頭市場衍生商品交易收入、保證金以公債等抵繳之債券套利交易收入與外匯保證金收入等等。因此，在開放有價證券抵繳保證金後，若對期貨商的主要業務收入造成影響，主管機關實有必要採以相對應的配套措施，以減少政策實施後對業者收入減少的衝擊。

觀察最近幾年國內期貨商經營環境的困境，除了與先進國家在一些交易制度上有所不同外，與其他國家相雷同的都是期貨商經紀業務收入逐年降低的趨勢。2003 年國內期貨經紀商每口收入平均有新台幣 195.84 元，其中 2003 年 1 月達新台幣 337 元，2007 年則降到新台幣 80.86 元，降幅達 142.19%。比較期貨經紀業務量的成長，2007 年相對於 2003 年成長了 2.19 倍，期貨商收取之保證金應同步成長，然而在此期間利率亦為上升趨勢，整體期貨商每口淨利息收入才上升 1.28 倍，顯示交易量的增加未同步增加期貨商的利息收入，這些數據的呈現，顯示期貨商經營收入來源面臨著潛在的困境。

有鑑於新加坡交易所 (SGX) 長久以來與台灣期貨交易所互為競爭對手，為了提升台灣版的摩台期競爭力，台灣期貨交易所參考新加坡交易所保證金的訂定方式，將摩台期保證金由最初的 1,800 美元，降到與新加坡商品相同的 1250 美元，使得雙方的成本趨於相近。因此，在台指期與美元計價的摩台期保證金比調到 1：2，期望使更多外資能投入台灣的摩台期。雖然如此，台灣期交所的摩台期是否真有競爭力，是值的我們進一步去比較的。

新加坡自 1993 年首次允許使用不可撤銷的信用狀 (Irrevocable Standby

Letters of Credit, SBLC) 與美國公債作為保證金以來，實務上以有價證券抵繳期貨保證金並不多見，尤其是權益證券。雖然如此，在新加坡交易期貨商品後，欲以有價證券抵繳保證金的交易人多會面臨利息費用，與台灣未來欲開放有價證券抵繳保證金後，期貨商預期利息收入將減少的情況大相逕庭，主要因素在於新加坡交易所商品幣別多為外幣計價，其次即是新加坡交易所對結算保證金的管理方式不同。

一個期貨交易制度的實施，勢必會影響市場的參與者。當市場的交易制度愈具有效率性，是所有參與者所樂見與支持的。然而一個新交易制度的實施，對市場產生之衝擊是可透過規劃良好的配套措施，以降低對市場參與者所造成的影響。據此，我們呼應上述這些影響層面，進一步探討有價證券抵繳保證金對期貨商利息收入所造成的衝擊，期望透過模擬方式來觀察有價證券抵繳保證金後，對整體期貨市場利差收入的影響。因此，本文參考新加坡在期貨保證金管理方式與期貨商業務的經驗，以討論對台灣實施有價證券抵繳保證金的依據。關於期貨商業務範圍，我們透過期貨商的經營風險，來探討有價證券抵繳保證金與業務國際化對期貨商產生的經營風險。

貳、國外非現金擔保品型式與期貨商營業項目

國外結算所對結算會員或期貨交易所收取之保證金，皆可接受以非現金擔保品 (collateral) 抵繳結算會員或期貨交易所應繳存之保證金。一般而言，結算所會規範未平倉部位所應有之原始保證金於某一抵繳比例下，得以有價證券繳存，對每日損益計算後之變動保證金，仍限以現金繳存。

得以抵繳保證金之有價證券項目，基本上以外幣、政府債券 (Government Securities)、信用狀 (Letters of Credit)、銀行保證函 (Bank Guarantees) 以及股票 (Stocks) 等五種最為常見。比較特殊的是，CME 亦提供有五種特定之擔保品計畫 (Specialized Collateral Programs)，為針對各種繳存擔保品提供績效管理的計畫，以

增加擔保品的資金使用效率。國外各交易所中，以美國可抵繳期貨保證金形式最為寬鬆，新加坡有價證券抵繳結算保證金作業與美國的做法雷同，相對其他亞洲主要交易所對抵繳期貨結算保證金的形式則較為保守。

在美國可承作期貨業務之機構有投資銀行、銀行、綜合證券商與獨立機構的專業期貨商 (FCMs) 等四種。美國期貨交易法對於期貨主體或參與人與其權利義務之相關規定中，明確定義了期貨經紀商可經營業務範圍。法規中指出，期貨經紀商意指從事下列行為之個人、社團、合夥企業、公司或信託業，主要權利義務有兩點：1) 從事招攬或收受遠期交割商品買賣或執行衍生商品交易的訂單。2) 根據該招攬和收受的訂單，接受作為交易或合約的或由交易和合約所需的保證金、擔保和保證的資金、證券或資產¹。據此，美國期貨經紀商可以收取客戶資金、有價證券、交易保證金、資產，還可以直接在期貨市場上為客戶下單等等。

在新加坡要經營期貨業務，只要取得新加坡資本市場服務執照，即可從事一項或多項收規範的業務。根據法規，取得資本市場服務執照者，在新加坡可從事期貨合約與槓桿式外匯交易兩業務。目前新加坡可經營期貨業務之公司類型有銀行、金融公司、證券商與獨立機構之期貨商。專營期貨商的主要業務收入來源以外匯保證金交易業務為主，但是交易量仍以銀行的外匯業務量為最多。

在香港，只要符合《證券及期貨條例》規定，任何個人、個別公司及金融機構可向證監會申請註冊為持牌法團² (Licensed Corporations, LC)、註冊機構³ (Registered Institutions, RI)、持牌代表 (Licensed Representatives, LR) 或負責/核准人員 (Responsible/Approved Officers, RO/AO)，即可從事證券交易、期貨合約交易、槓桿式外匯交易、就證券提供意見、就期貨合約提供意見、就機構融資提供意見、提供自動化交易服務、提供證券保證金融資與提供資產管理等九項受規管之業務。

參、以期貨商的經營風險探討有價證券抵繳保證金與業務開放

¹ 或能替代資金、證券和資產的信用。

² 持牌法團是由證監會核發牌照，並直接監管的單位。

³ 註冊機構由金管局直接監管，且向證監會註冊的認可財務機構 (Authorized Financial Institutions, AFIs)。

期貨商風險有信用風險、流動性風險、系統風險與作業風險，由於期貨經紀商不會產生系統風險，而作業風險亦與本主體無關，因此我們只就信用風險與流動性風險來討論。

期貨商信用風險是指結算會員因為客戶的違約或者自身交易損失，導致該結算會員的財務狀況出現問題。期貨經紀商之信用風險，即為客戶因違約不履行保證金追繳或交割義務所造成之風險。依目前期貨交易慣例，雖有預收保證金與逐日洗價制度的設計，且客戶不履行追繳保證金時，期貨商可依雙方事先之約定，進行砍倉動作，如此期貨經紀商信用風險應不大。然而若客戶以有價證券抵繳保證金時，倘若客戶不履行追繳保證金義務，期貨商得先對客戶繳存之非現金擔保品逕行拍賣以取得現金保證金後，再進行持倉部位的砍倉動作，如此期貨商的信用風險將因客戶以有價證券抵繳保證金而擴大。

在開放業務方面，倘若未來開放期貨商從事外匯保證金、店頭衍生性商品等等業務，將額外產生信用風險。雖然如此，我國期貨主管機關對於控管期貨商的信用風險有三種，一為結算會員制度，二而保證金的提存制度，三為交割結算基金。其中結算會員制度與保證金制度即能對期貨商營業範圍進行信用風險控管，不至於讓期貨商因業務的擴張而增加信用風險。

對期貨經紀商而言，流動性風險則導因於客戶無法補足保證金，期貨商為了降低損失需強制砍倉，但受制於許多限制，使得客戶未平倉部位無法了結時所產生的損失，或是因砍倉所帶來的價差損失。有價證券抵繳保證金制度可以在交易人現金不足時，以約當現金等值商品補足保證金，以降低交易人的籌資壓力。全球期貨市場多以有價證券抵繳保證金來控管流動性風險，其次即為使用市場漲跌幅限制。

肆、新加坡期貨市場的保證金管理

新加坡期貨市場對保證金的計提與收取方式是採兩個層面來管理，第一層為交易所與結算會員間的結算保證金管理，以結算會員持倉部位計提應繳存之結算保證金；第二層為結算會員與期貨交易人間的原始保證金管理，交易所授權結算會員依期貨交易人持倉部位計提應繳存之原始保證金。在兩層的管理下，各層各有規範可接受之擔保品型式，亦即結算會員繳存之結算保證金形式可不同於期貨交易人繳存於期貨商之原始保證金。據此，新加坡交易所計提期貨商之結算保證金是採以總戶管理制度，此計提與收取方式與多數國家期貨結算所對結算保證金的管理方式是一致的。

一、期貨商之原始保證金管理

(一)期貨商可接受期貨保證金之形式

新加坡期貨商對可接受客戶以非現金擔保品抵繳維持保證金之形式，可分為下列情況：

1. 只接受現金 (含外幣)：通常只接受本國幣、美元、英鎊與日圓，其他貨幣通常要收取利息費用。
2. 訂定比結算所嚴格之非現金擔保品：只接受信用狀 (LC)、銀行擔保函 (BG) 或定存單 (FD) 等三種。
3. 依交易所規定辦理
4. 任何擔保品皆可

(二)抵繳比率與折扣比率

抵繳比率皆不設限，最高可抵繳 100% 的原始保證金。期貨商會依目前擔保品收取情況以衡量公司涉險程度，進一步對客戶設限擔保品抵繳之比率。折扣比率只能低於交易所規定，訂定原則由各自期貨商風控部門來規範。

(三)期貨交易人保證金繳存時限

必須在次一交易日 (T+1 日) 繳存原始保證金。一些期貨商對散戶投資者

採保證金預繳制度。

(四)抵繳過程

1. 權益證券：由新加坡中央託收公司 (The Central Depository (Pte) Ltd., CDP) 處理。若為國外權益證券，則委託代理商全權處理。
2. 債權證券：多委託代理商全權處理。
3. 銀行發行或保證之工具：只接受新加坡規範銀行所發行之工具為主，只要客戶向持有貨幣市場工具之發行銀行取得證明文件(document) 與該實體證券，皆由期貨商直接負責辦理。
4. 其他期貨商可接受之擔保品：需經鑑價過程，期貨商會與客戶先行協議，再委由代理商全權負責擔保品的抵繳作業。

(五)保證金以現金繳存之利息支付

當期貨交易人繳存之保證金超過原始保證金部分，期貨商皆有給付利息給期貨交易人。然而期貨交易人繳存之現金保證金需具有下列條件，期貨商才會支付利息給期貨交易人：

1. 繳存之現金形式保證金需與交易所合約規格所訂定之幣別相同。
2. 利率較低之外幣不給息
3. 必須保有未動用之現金於帳戶內，例如一萬美金以上或二萬新幣以上。
4. 必須在規定期限內有下單交易行為。

針對法人客戶，當保證金超過維持保證金部分，一些期貨商亦有給息。給付期貨交易人利息之定價，主要根據期貨商取自客戶端保證金所獲取之利息收入來訂定給付期貨交易人利息依據，主要以期貨商存款銀行證券存款利率扣除行政費用後，支息給期貨交易人。

(六)擔保品抵繳期貨保證金之相關費用

期貨商針對不同擔保品有不同之收費政策，此收費與否尚須根據該期貨

商上繳結算保證金是何種形式而定，可分為：

1. 期貨商繳存結算保證金型式皆為現金

(1) 期貨交易人以現金擔保品繳存原始保證金

期貨交易人繳存之擔保品原始幣別與交易合約幣別相同者，不收費，其餘一律收取利息費用。

(2) 期貨交易人以非現金擔保品繳存原始保證金

一律收取利息費用。

2. 期貨商繳存結算保證金型式包含非現金擔保品

(1) 期貨交易人繳存之非現金擔保品與 SGX 規定之結算保證金相同者，且該擔保品之原始計價幣別亦與交易之契約幣別相同，經由期貨商轉存於結算保證金帳戶者，完全不收利息費用。若期貨商非轉存結算保證金帳戶者，期貨商會向期貨交易人收取利息費用。

(2) 期貨交易人繳存之非現金擔保品與 SGX 規定之結算保證金相同者，然而該擔保品之原始計價幣別與交易之契約幣別不同，一律收取利息費用。

(3) 期貨交易人繳存之擔保品與 SGX 規定之結算保證金不相同者，一律收取利息費用。

期貨商是否應向期貨交易人收取保證金利息費用，端看期貨交易人應繳存的原始保證金中，期貨商是否需動用到其他型式的擔保品與交易幣別的連結關係來認列利息費用。新加坡期貨商較常收取之有價證券形式為銀行擔保函、信用狀、定存單與美國公債等，銀行擔保函、信用狀與定存單多以實體形式繳存於期貨商，因此期貨商通常不對期貨交易人收取費用。

若是期貨交易人繳存之 LC 為不可轉讓者，則收取利息費用。其他類似如美國公債等 SGX 可接受之有價證券，由於都必須透過代理商處理，單筆行

政費用高達美金 100 元，由於法人交易量高，期貨商會給予減免甚至免費。

二、結算會員與交易所間的結算保證金管理

期貨商繳存交易所之結算保證金，皆需遵守 SGX 規定可接受的擔保品，且繳存之幣別亦需與交易契約幣別相符合。繳存後提存有價證券時機，必須在給息日前 10 天⁴或到期日。

交易所對期貨商以貨幣形式繳存之全額保證金，在扣除交易所對管理保證金應計的行政費⁵後，會參考新加坡國內六家銀行平均有效定存利率支付期貨商利息。若以非現金擔保品抵繳保證金時期所產生之利益收入，交易所則會將所有來自於非現金擔保品產生之利益收入轉存於期貨商的保證金帳戶，依規定此項利益收入歸原始繳存者，期貨商亦會轉存於客戶保證金帳戶。

以 SGX 可接受之擔保品抵繳保證金的相關費用，目前新加坡交易所對於期貨商以現金貨幣、擔保信用狀 (SBLC) 繳存者完全不予以收費，其餘 SGX 可接受之擔保品，亦即債權證券部分，則依下述費用計收：

(一) 轉讓費 (transaction fee)：美金計價，每筆收取美金 25 元，每月統計計收。

(二) 監管費 (custody fee)：四個基本點，每月計收一次；計算方式為，有價證券面額 (Par Value) × 月底之結算價 × (0.04%/12)。

目前新加坡交易所不收個股，因此上述費用主要針對美國發行之公債轉讓費用作說明。

由於新加坡交易所只發行一個新加坡幣計價之商品，因此實務上在新加坡交易所交易的期貨，期貨交易人都會面臨被課以高利率的利息費用，原因在新加坡交易所商品計價幣別的多樣化。也由於交易期貨商品的高利息費用，繳存於期貨商的原始保證金多數皆為現金貨幣形式，一些期貨商更不接受非現金擔保品。為了拓展期貨業務，部分期貨商面臨期貨交易人以非現金擔保品抵繳保證金時，會引導投資者至金融公司將擔保品承作抵押貸款後，以取得現金，一些期貨商則會

⁴ 半年給息一次之債務工具 (semi-bond)。

⁵ 目前為 0.125%。

以自有資金來處理。根據本文調查顯示，自 1993 年新加坡交易所開放以非現金擔保品抵繳期貨保證金以來，2008 年 4 月份新加坡整體期貨市場期貨交易人以非現金擔保品抵繳保證金比率亦不到 10%⁶。

有鑑於新加坡交易所（SGX）為台灣期貨交易所的競爭對象，為了提升台灣版的摩台期競爭力，台灣期貨交易所已參考新加坡交易所相關之保證金，將摩台期保證金由最初的 1,800 美元，降到與新加坡商品相同⁷，使得雙方的成本趨於相近。因此在台指期與美元計價摩台期的保證金比調到 1 比 2，期望更多外資能投入台灣的摩台期，以能讓投資者可創造可觀的利潤。雖然如此，摩台期是否真有競爭力，是外資有所質疑的。

首先兩種期貨商品雖然交易人保證金是一致的，然而投資者投入台灣期貨市場的保證金處理方式卻與新加坡期貨市場有明顯的不同，主要在保證金的預繳制度與保證金的計息方式兩種。據此，對投資者而言，除了考慮商品的期望報酬外，由於期貨交易是高槓桿行為，投入金額的多寡與使用的效率性，亦是投資者將資金投入市場的考量因素。

表一、台灣與新加坡期貨市場制度面的相異處

項目	新加坡	台灣
期貨市場 保證金結構比	1 : 1 : 1.25	1 : 1.15 : 1.5 (近期將修改為 1 : 1.035 : 1.35)
保證金預繳制度	期貨商繳存之結算保證金 →非預繳(T+1 日) 期貨交易人繳存之交易保證金 →非預繳(法人, T+1 日)與預繳 (部分期貨商對個人採預繳制)	預繳制
期交所可交易商 品之計價幣別	本國幣只有一種，外幣四種	主要為本國幣
結算保證金帳戶 管理制度	總戶	分戶 現金採總戶

資料來源：參訪新加坡期貨商與相關資料所得

⁶ 根據參訪期貨商的平均值。

⁷ 新加坡交易所摩台期保證金僅有 1,250 美元。

表一為現行新加坡與台灣期貨市場在制度上的相異處。首先，新加坡期貨交易非為預繳制，期貨交易人下單購入期貨商品後，交易人會根據交易商品應繳存之原始保證金規劃繳存金額，由於投資人可事先得知實際交易期貨所需之原始保證金，且有充足時間進行應繳存保證金金額與形式之規劃，因此一般投資人不會繳存過多之保證金於期貨商端，期貨商亦不會繳存過多之結算保證金於交易所，超額保證金在新加坡期貨市場較少存在。相對台灣的保證金預繳制度，投資者下單前需備有足夠之保證金始可下單，因此繳存於期貨商之交易保證金通常會保有過多之超額保證金，以備下單使用。

表二、台灣與新加坡期貨市場在有價證券抵繳作業的相異處

類型	項目	新加坡	台灣
交易所	可接受現金擔保品	新幣、美元、日圓、歐元	台幣、六種外幣(限外資)
	可接受之非現金擔保品	SBLC、債務工具	規劃中(股票、中央登錄公債與OTC交易之外國債券等三種)。
	非現金擔保品抵繳比率	SGX：50%	TAIFEX 規劃 50%
	以非現金擔保品抵繳之費用	SGX：SBLC 不收費 債務工具要收費。	TAIFEX 規劃全部收費。
	是否支付結算保證金利息給期貨商	有。以 6 家銀行加權平均有效利率扣除行政費 0.125% 計。	否(0%)
	是否支付超額結算保證金利息	同上。	有(最高活存利率計)
期貨商	可接受之非現金擔保品	LC、BG、FD、債務工具、股票、外幣；可不同於結算保證金。	規劃中(股票、中央登錄公債與OTC交易之外國債券等三種)；相同於結算保證金。
	以非現金擔保品抵繳之費用	期貨商：不收費，但是若交易期貨幣別與擔保品幣別不同，收利息費	
	實際抵繳情況	約 10%(訪談平均值)	尚未開放

是否支付原始保證金利息給期貨交易人	無	無
是否支付超額原始保證金利息給期貨交易人	有 (要符合保證金繳存之幣別規定)	散戶無 一些法人戶有
目前利息收入佔總收入百分比(未扣除成本)	約 30%	2007 年末扣除成本為 17%，扣除自有資本支息後為 10%
利息收入來源	自有資金、超額原始保證金存款、SGX 給付全部結算保證金利息、期貨交易人使用保證金利息費用	自有資金、超額原始保證金定存利息、期交所支付超額結算保證金利息
經紀商業務項目	外匯保證金交易、期貨經紀、OTC 商品	期貨經紀
收入最大來源	外匯保證金交易	期貨經紀

資料來源：參訪新加坡期貨商與相關資料所得

其次，比較資金的使用效率，新加坡對於期貨商繳存之現金型式之保證金皆全額給息，然而台灣期貨交易所只針對期貨商繳存超額之結算保證金給付活期存款利息，且新加坡交易所或期貨商對保證金亦可接受非現金形式的擔保品抵繳保證金。雖然台灣期貨交易所為了與新加坡交易所競爭而將保證金調為一致，然而對投資人的入金額度與資金的使用效率，新加坡市場是較有競爭能力的。

伍、有價證券抵繳保證金之相關配套

一、目前整體期貨商的營收情況

目前期貨經紀商主要收入來源有經紀業務收入與保證金利息收入兩項，專營期貨商若有自營部門，則收入來源主要則有衍生商品交易收入、經紀收入與保證金利息收入三項。表三為單以觀察期貨經紀業務之收入百分比，由於期貨商總利息收入包括自有資金部分，在扣除期貨商自有資金支息後，得『淨利息收入』。

表三、結算會員年度收入總表

單位：千元新台幣

年	總利息收入(1)	(1)/(6)	淨利息收入(2)	(2)/(6)	經紀收入(3)	(3)/(6)
2003	632884	6.35%	382796	3.84%	9193532	92.23%
2004	583937	4.94%	255171	2.16%	11105218	93.90%
2005	837898	8.14%	322133	3.13%	9284579	90.16%
2006	1221763	12.35%	584969	5.91%	8529578	86.24%
2007	1842941	17.78%	1076529	10.39%	8337862	80.46%
年	佣金收入(4)	(4)/(6)	受託結算(5)	(5)/(6)	期貨經紀業務總收入(6)	(6)/(6)
2003	0	0.00%	141597	1.42%	9968013	100.00%
2004	0	0.00%	137719	1.16%	11826874	100.00%
2005	2969	0.03%	172322	1.67%	10297769	100.00%
2006	19272	0.19%	120374	1.22%	9890988	100.00%
2007	20412	0.20%	161193	1.56%	10362408	100.00%

註：表中收入皆為毛收入，亦即未扣除成本之收入。

資料來源：台灣期貨交易所，本文整理

表三顯示，期貨經紀商收入來源過度集中經紀業務，2007 年整年度占期貨經紀商收入來源的 80.46%，扣除自有資本支息後的淨利息收入，可得期貨商客戶保證金專戶利息收入，2007 年即占了整體期貨經紀商收入的 10%，對於期貨市場開放有價證券抵繳保證金與調整保證金結構比有不利影響。比較兩者收入趨勢，經紀業務在下滑，而保證金利息收入則些微上升，然而在期貨交易成長下，期貨經紀商整體收入並無增加。若期貨市場開放有價證券抵繳保證金後，勢必將會影響到期貨商的保證金利息收入。

我們用每口經紀業務收入與利息收入來觀察，由於市場的競爭，每家期貨商對期貨交易人收取每口的手續費是逐年在下降。2003 年平均每口經紀業務收入為新台幣 193 元，2007 年下降至新台幣 80 元。同時期於期貨經紀商成交的期貨交易量增加 2.19 倍，期貨經紀商手續費下降 2.42 倍，期貨商未享受期貨交易量增加所產生的利益，反而對期貨交易人收取的手續費收入是為下降的。

從每口計算的淨利息收入比較(表四)，2003 年至 2005 年每口淨利息收入為下降的，此因市場利率下降造成。然而整體市場交易量成長 2.19 倍，扣除 2004 與

2005 年保證金利息收入下滑造成的影響，2007 年每口淨利息收入為 2003 年的 1.28 倍，相對交易量的成長，期貨交易商無獲得交易量增加所應產生的收益。

表四、期貨經紀商每口業務收入

單位：新台幣元

年	期貨經紀商成交量 (買賣雙邊加總)	每口手續費收入 (估計值)	利息收入/口 (單邊)	淨利息收入/口 (單邊)
2003	46944763	195.84	26.96	16.31
2004	85426441	130.00	13.67	5.97
2005	102823259	90.30	16.30	6.27
2006	98498320	86.60	24.81	11.88
2007	103116613	80.86	35.74	20.88

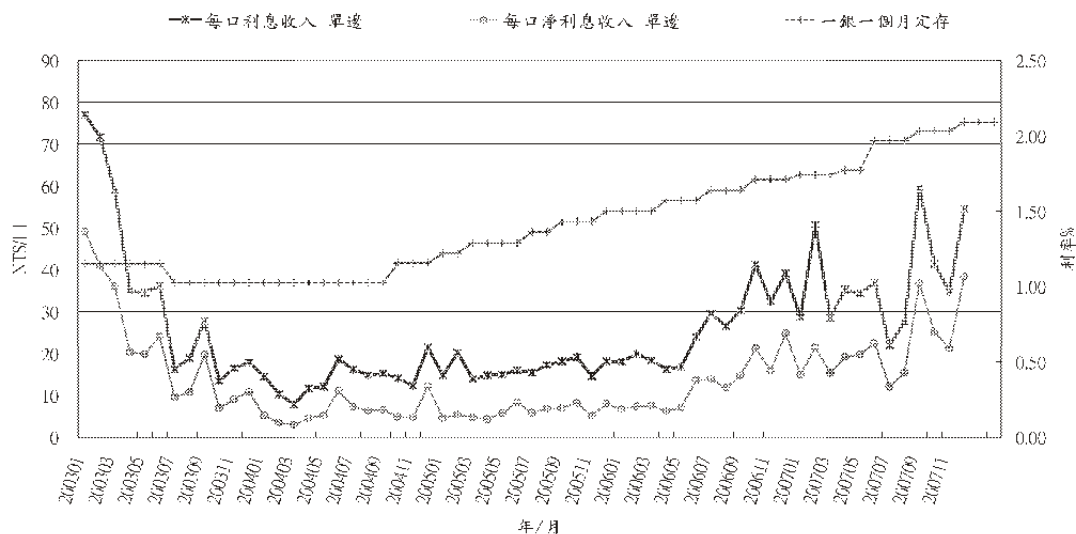
註：表中收入皆為毛收入，亦即未扣除成本之收入。

資料來源：本研究計畫

比較台灣期貨交易所對結算會員下單所收取之交易經手費、結算手續費與交割手續費，結算會員每下單一口平均費用約為新台幣 23.8 元⁸，占 2003 年期貨商收取之每口手續費收入為 12.15%，而 2007 年平均為 29.43%，顯示期貨商每經營一口期貨交易之淨收入亦為下跌的。

圖一為第一銀行一個月定存利率與每口保證金利息收入的趨勢圖，雖然以每口計算支利息收入是有上升之趨勢，然而此趨勢是由利率與保證金額度所影響。因此在期貨經紀商交易量增加 2.19 倍下，保證金亦應同步成長，且利率亦為上升趨勢，然而期貨商每口淨利息收入才上升 1.28 倍，顯示期貨商經營之收入來源面臨相當大的危機。

⁸ 根據台灣期貨交易所網站公布之費用取平均。

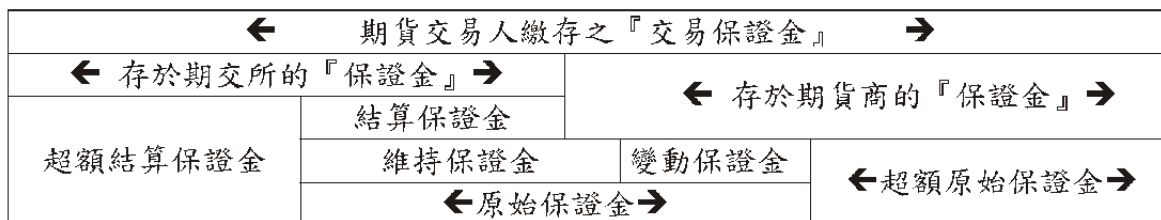


圖一、期貨商每口利息收入與利率之關係

促進台灣期貨交易的活絡，以增加交易量進而帶動期貨經紀商的業務收入，是目前期貨經紀商尋求增加收入來源的其中一個方式。然而觀察上述期貨商的收入結構，導致期貨商經紀業務收入並無隨市場交易量的成長率有同幅度的上升，一些因素可歸因於期貨市場對經營者的相關限制。

二、有價證券抵繳作業的相關配套

為了方便下文所描述之保證金含意，首先我們以圖二的寬度來表示期貨交易人繳存的保證金，再依繳存於期交所與期貨商來區分各種保證金的含意。下文我們將直接以圖二對保證金的定義來探討，不再另外說明。



圖二、各種保證金示意圖

台灣期貨交易所預計今年（2008 年）開放有價證券可抵繳保證金之業務，期望透過交易制度的開放以能與新加坡交易所競爭。雖然各國期貨市場皆有接受非現金擔保品可為期貨交易之保證金，然而各國期貨交易亦有所不同，且各國期貨商

可營業項目亦不盡相同，因此開放有價證券抵繳保證金的相關配套措施是必要的。

(一) 現金形式保證金的利息歸屬

表五為 2007 年度每月台灣整體期貨市場的相關保證金，第(1)與第(2)欄為分別為存於期交所與整體市場的保證金，其餘欄位為本文推估值。觀察表中顯示，2007 年度期貨交易人繳存之保證金占原始保證金平均有 3.52 倍，亦即應繳存的原始保證金若為 100 元，期貨交易人即會繳存 352 元，超額部分分別以超額結算保證金與超額原始保證金形式存於期交所與期貨商。我們根據結算會員繳存結算保證金會有預存 5 成的習性，並依照台灣期交所保證金結構比來推算存於期貨商端的超額保證金，2007 年度每月平均有高達新台幣 523 億元，占期貨交易人繳存保證金平均達 64.97%，亦即期貨交易人繳存之交易保證金每 100 元中，非必要性的保證金有 64.97 元，此 64.97 元皆為期貨商可利用定存賺取利息的主要收入來源。

表五、2007 年度全市場保證金繳存情況

單位：新台幣億元

年/月	結算保證金(1) (期交所)	全市場保證金(2)	結算保證金 ^a (3)-(1)/1.5	預估維持保證金(4)- (3)×1.15	預估原始保證金(5)- (3)×1.5	客戶溢繳 倍數 (2)/(5)	存於期貨商端 保證金 (6)= (2)-(1)	預估變動保證金(7)= (3)×0.3 5	預估期貨商可 定存金額(8)= (6)-(7)	期貨商可 定存金額 占客戶繳 存% (8)/(2)
200701	217.86	669.84	145.24	167.03	217.86	3.07	451.98	50.84	401.14	59.89%
200702	186.20	669.51	124.13	142.76	186.20	3.60	483.31	43.45	439.86	65.70%
200703	183.81	702.59	122.54	140.92	183.81	3.82	518.78	42.89	475.89	67.73%
200704	188.86	704.08	125.91	144.79	188.86	3.73	515.22	44.07	471.15	66.92%
200705	199.45	701.20	132.97	152.91	199.45	3.52	501.75	46.54	455.21	64.92%
200706	246.76	767.16	164.51	189.18	246.76	3.11	520.40	57.58	462.82	60.33%
200707	345.80	927.00	230.53	265.11	345.80	2.68	581.20	80.69	500.51	53.99%
200708	322.69	905.06	215.13	247.39	322.69	2.80	582.38	75.29	507.09	56.03%
200709	255.05	896.43	170.03	195.54	255.05	3.51	641.38	59.51	581.86	64.91%
200710	227.14	906.53	151.43	174.14	227.14	3.99	679.39	53.00	626.39	69.10%
200711	202.36	928.20	134.91	155.14	202.36	4.59	725.85	47.22	678.63	73.11%
200712	171.79	896.14	114.53	131.70	171.79	5.22	724.35	40.08	684.27	76.36%
平均	228.98	806.15	152.65	175.55	228.98	3.52	577.16	53.43	523.74	64.97%

資料來源：本研究計算

註：1.5 為期貨商慣常上繳結算保證金會多存 50%估計

目前台灣期貨交易所針對期貨商繳存之結算保證金未支付利息，超額結算保證金則有支付活存利息給期貨商。2007 年台灣整體市場結算保證金平均為新台幣 229 億元⁹，期貨商慣常以 1.5 倍結算保證金繳存保證金於期交所估計，2007 年平均超額結算保證金約有新台幣 76 億元(參見表六)。參考新加坡交易所對期貨商繳存現金型式之全額結算保證金採以國內六家銀行加權平均有效定存利率的支付方式，我們以 2007 年底台灣銀行一個月大額定存利率來計算整體結算保證金利息，加計 0.125% 行政費再扣除已支付期貨商活存利息，2007 年台灣期交所應付整體期貨商利息差距達新台幣 3.17 億元。倘若有價證券抵繳後之抵繳比率達規定之上限 50%時，期交所應付期貨商之利息差距亦達新台幣 2.03 億元。若只以超額結算保證金來估計，期交所應付利息之差距亦有新台幣 0.89 億元。倘若期交所參考新加坡交易所對結算保證金支付利息的方式，相信對有價證券抵繳保證金對期貨商利息收入所產生之影響將會大幅降低，甚至對期貨商會產生有正的利差收入。

表六、結算保證金以定存計息之利息差距

2007 年整體結算保證金新台幣 229 億元	
平均結算保證金(100%)	平均超額結算保證金(50%)
新台幣 153 億元	新台幣 76 億元
無	活存利息 (台銀 0.325%) 新台幣 0.25 億元
定存利息：新台幣 3.71 億元 (台銀大額：1.62%) 預估行政費：新台幣 0.29 億元 (參考新加坡，0.125%) 目前差距：新台幣 3.17 億元	
有價證券(50%)	現金
新台幣 76.5 億元	新台幣 152.5 億元
不給息	定存利息：新台幣 2.47 億元 (台銀大額：1.62%) 預估行政費：新台幣 0.19 億元 (0.125%) 目前差距：新台幣 2.03 億元
結算保證金	超額結算保證金
不給息	支息 定存：新台幣 1.23 億元 預估行政費：新台幣 0.09 億元 目前差距：新台幣 0.89 億元

資料來源：本文計算

⁹ 此部分結算保證金皆以新台幣計，不考慮外幣之結算保證金，因此利息計算結果為保守估計值，即為下限值。

目前金管會已行文規定，期交所對結算保證金應全額支付利息，此項利息支付若同為新加坡市場之定存利息水準，未來結算會員預計應可獲得繳存於期交所之全額結算保證金利息收入，符合國際作法。

至於期貨商收取期貨交易人超過原始保證金部分之超額原始保證金之存款利息，亦應退還給期貨交易人。我們參考新加坡作法，分別以台灣銀行活儲存利率與證券戶利率來計算 2007 年存於期貨商端之超額原始保證金期貨商之應付利息金額。如表七所顯示：

表七、存於期貨商端之保證金利息

2007 年存於期貨商端之平均保證金 新台幣 577 億元	
平均變動保證金 (以結算保證金 35%估計) (1.5-1.15=0.35)	期貨商可用於定存之平均超額原始保證金
新台幣 53 億元	新台幣 524 億元
不給息給期貨交易人	不給息給期貨交易人
活儲存：新台幣 4.33 億元 (台銀：0.75%) 預估行政費：新台幣 0.72 億元 (同交易所 0.125%) 應付利息：新台幣 3.61 億元	
不給息	活儲存：新台幣 3.93 億元(0.75%) 預估手續費：新台幣 0.66 億元 應付利息：新台幣 3.27 億元
證券戶存款息：新台幣 1.15 億元 (台銀：0.2%，證券戶存款) 預估行政費：新台幣 0.43 億元 應付利息：新台幣 0.72 億元	
不給息	證券戶存款息：：新台幣 1.05 億元(0.2%) 預估行政費：新台幣 0.66 億元 應付利息：新台幣 0.39 億元

資料來源：本研究計算

表七顯示，若以台銀活儲存利息計算，2007 年期貨商應付期貨交易人利息達新台幣 4.33 億元，扣除與交易所相同之手續費亦達新台幣 3.61 億元。若以證券戶

存款利息計算，則為新台幣 1.15 億元，扣除手續費後則為新台幣 0.72 億元之應計利息。變動保證金不計息時，以證券戶存款息支付，2007 年整體期貨商應付客戶利息為新台幣 0.39 億元。

採新加坡期貨市場作法來評估，期貨商來自於期交所利息收入將增加新台幣 3.17 億元，支付利息給期貨交易人則為新台幣 0.39 億元，整體期貨商在調整利息歸屬後淨利息收入預期可達達新台幣 2.78 億元。

(二) 擔保品種類

目前期交所規劃之非現金擔保品有中央登錄公債、中華民國櫃臺買賣中心外幣計價之國際債券與台灣個股三種，其中個股包含有台灣 50 指數成份股、MSCI 成份股與個股選擇權標的證券，其中台灣 50 成份股應可涵蓋個股選擇權標的證券。參考鄰近新加坡交易所的作法，在結算保證金部分，SGX 未包含有個股，然而期貨交易人繳存之原始保證金可為個股。實務上新加坡期貨商卻多不接受個股抵繳保證金，原因在個股周轉率太高流動頻繁，在風險管理控管下，期貨商必須時常與股票管理單位頻繁的接觸，且為了控制期貨交易人的風險，期貨商亦必須長時間投入這些擔保品的評價，成本太高都是期貨商不接受股票的主要因素。

觀察台灣 50 成份股的周轉率皆高於其他個股情況來分析，台灣投資者欲以個股抵繳保證金，預期將會很少，原因在於這些個股的高周轉率，似乎台灣投資者投資個股亦非為了繳存保證金，應是為了獲取現貨商品之資本利得。比較現貨市場周轉率，新加坡 2007 年整體現貨周轉率為 67.93%，台股周轉率則高達 153.28%，新加坡以個股抵繳原始保證金比率，期貨商端皆未達 10%，高周轉率台股，預期以個股抵繳期貨保證金之比率應不高於新加坡。

目前中央登錄公債發行量為國內債券最高，是適合作為抵繳保證金的有價證券，惟目前管理單位為國內七家結算銀行，與個股實體管理單位為台灣集保不同，不利期貨商或期交所在保證金的管理。未來規劃若由中央登錄公債由集保負責管理時，在單一作業平台下，效率提升，成本可進一步降低。

現行中華民國櫃臺買賣中心外幣計價之國際債券¹⁰只有澳幣計價的1檔，雖然其保管單位同為集保公司，然而交易量少，預期初期期貨交易人以該商品抵繳有價證券比率應比個股來的少。其次，國際債券多以美元或澳幣計價，期貨商對以外幣計價之國際債券是否可抵繳交易新台幣計價之期貨商品保證金，可參考新加坡期貨商的作法，對期貨交易人收取相關之利息費用，然而是否期交所亦可對期貨商收取利息費用，根據期交所對結算會員規劃可收取的保證金形式是可接受外幣計價的國際債券。准此規定，期交所應不得向結算會員收取利息費用，然而其他管理費用是可向結算會員徵收。

在國外交易所常見的非現金擔保品尚有信用狀與銀行保證函兩種，目前未在期交所規劃可接受的有價證券。然而是否適用台灣，尚須主管機關進一步去釐清是否此兩種金融工具為『有價證券』。實務上信用狀持有者多為進出口廠商，而期交所可交易商品皆為金融類商品，期貨交易人較少是進出口廠商，因而為許多學者反對開放信用狀可為非現金擔保品。然而目前開放期貨商經營之國外期貨商品，無不排除交易者為進出口廠商，因此在國際多可接受信用狀可為保證金的情況下，期交所開放信用狀可抵繳保證金將是趨勢所在。

銀行保證函的使用者更為廣泛，雖然一些學者認為期貨交易原屬槓桿交易，銀行保證函則被視為銀行授信的一環，期貨交易資金需求不若現貨來的大，因此認為開放銀行保證函抵繳保證金的必要性不大。然而銀行保證函屬於銀行授信一環，持有銀行保證函者勢必亦接受了銀行的嚴格徵信過程，風險相對較低，且用於抵繳保證金時，期貨交易人尚必須出示為抵繳保證金使用，由於銀行保證函的特殊用途，相對於其他擔保品未來高頻率的存取，銀行保證函對期貨交易人資金運用的效率將是較高的。期交所為使期貨交易人繳存之資金使用效能提高，因此欲實施有價證券抵繳保證金，准此目的，期交所更應可接受銀行保證函可抵繳期貨保證金。

實務運作可參考 CME 與新加坡的作法，將信用狀與銀行保證函的種類予以標

¹⁰ 2006 年 11 月 1 日起，我國第一檔以外幣計價國際債券正式掛牌交易。

準化，開狀與保證銀行設限信用較佳或評等佳的銀行，例如新加坡規定只接受新加坡本土三家銀行開狀與保證者，非屬上述規範者不得接受。不同於國外的處理方式，由於國外交易所對期貨繳存之結算保證金皆為總戶管理，因此繳存之保證金若有上述兩項證券，皆為兩段式管理，亦即期貨交易人開狀受益人為期貨商的信用狀給期貨商，再由期貨商開立以交易所為受益人的信用狀給期交所。在結算會員繳存結算保證金為分戶管理下，期貨交易人開立的信用狀勢必要以期交所為受益人開狀，否則期交所將必須訂定信用狀相關可轉讓的規定。

其他非現金擔保品尚有外幣與國外公債，目前國人持有外幣已是常態，且外幣有即期匯率可換成台幣計價，相當方便，亦為全球交易所視為現金形式之擔保品，更無折扣比，抵繳比率與有價證券相同，且台灣期貨交易所更有美元計價商品之保證金可用美元繳存之經驗，初期階段應可開放幾種流通性較高之外幣，例如美元、歐元與日幣，外資以原始幣別投入台灣期貨市場，對市場而言除了可避免投入者的匯兌風險外，對台灣外匯市場產生的衝擊亦會減小。國外公債由於牽涉流動性與管理問題，相關作業複雜度高，初期階段國內對有價證券抵繳作業不熟悉，不宜貿然開放。

(三) 抵繳比率

期交所訂定之 50% 的最高抵繳比率為規範結算會員，然而結算會員是否可對期貨交易人訂定較為高或低的抵繳比率，根據期交所對結算會員規劃的有價證券抵繳辦法視同對期貨交易人的規範，期貨商對期貨交易人訂定之抵繳比率只能比 50% 更低。根據保證金結構比計算，期貨交易人以有價證券抵繳保證金最高比率必須小於原始保證金的三分之一，期貨商應可在就此比率範圍內，在考量本身的風險管理態度以設定更為嚴謹的抵繳比率。

參考新加坡期貨商的作法，期貨交易人以非現金擔保品抵繳原始保證金之最高比率，最高有 100%，最低則有完全不收非現金擔保品。新加坡期貨商此種作法皆基於這些非現金擔保品產生的風險管理、成本與利息收入等考量所訂定的比率，愈為嚴謹者通常是基於風險管理與成本，愈高者則是利息收入考量。因此未

來台灣期貨商是否可准予自訂更為嚴謹的抵繳比率，參照現貨市場對融資成數訂定的規範與證券商可以針對期貨交易人可有不同的融資比率，未來期貨商對期貨交易人是可設定更為嚴格的抵繳比率。

(四) 折扣比率

1. 由期交所先行評價：適用分戶管理。若期貨商的折扣比率與期交所相同，此一段式繳存之有價證券對期貨商在管理有價證券所造成的複雜性，將由期交所來處理，期交所對處理有價證券所產生的所有費用勢必轉給期貨商。若個別期貨商要訂定較為嚴格的折扣比率時，勢必期交所、期貨商與期貨交易人間的評價作業需單獨處理，連線作業將更為頻繁，依目前電腦的處理速度，應不致造成電腦的負擔。預計此種情況將會是未來期貨商可行的處理方式，在規劃有價證券抵繳作業時，是期交所應加以考慮的。
2. 由期貨商先行評價：適合總戶管理。在分戶管理下，期貨商以折扣比率先行評價後，在上繳至期交所評價，兩段式處理有價證券評價雖然對期貨商管理期貨交易人之有價證券評價較為直接，然而期貨商勢必要為管理有價證券付出成本，期交所亦會對此作業對結算會員收費，不利期貨商。若在總戶管理下，保證金的評價勢必採以期貨商對期貨交易人繳存之保證金評價與期交所對結算會員繳存之結算保證金之兩段式評價，管理成本的負擔對期貨商較為不利。

(五) 違約處理

有價證券為記名證券，當開放有價證券抵繳保證金後，期貨交易人若有違約情事，期貨商可直接對期貨交易人繳交之非現金擔保品之保證金於市場中進行處理。然而若發生違約的主體在期貨商，期交所逕行違約處理時，若結算保證金帳戶以總戶處理，對保證金的處置是否屬於該違約期貨交易人，將是無法分辨，可能發生未違約期貨交易人繳存於期交所之證券被挪為違約期貨交易人之疑慮，違反期交法不得挪用客戶保證金之規定。因此，期交所以分戶來處理結算會員繳存

之結算保證金，似乎是較為妥當的作法，不會有違反期交法規範的客戶資金不得挪用情況。

目前期交所規劃之有價證券抵繳保證金之抵繳比率是針對之結算保證金，非為原始保證金，且抵繳率為 50%。倘若結算會員主體有違約情事發生，亦即當不履行結算交割義務時，交易所在逕行『砍倉』後尚有損失時，根據期貨交易法第 49 條之規定，應先以動用結算會員繳存之結算保證金為準。依據台灣期貨交易所對保證金的訂定規則，是採以先計算結算保證金的金額，其金額設定在能夠涵蓋一天期貨價格變化的 99.7%，且在目前期貨交易所使用的風險標準計算 (SPAN) 方法下，對當天的期貨價格變化更可精準的估算最大損失額，因此結算保證金應足以涵蓋對違約結算會員砍倉後當日最大的損失額。根據資料顯示，結算會員繳存於期交所的結算保證金溢繳約為 50%，若開放有價證券抵繳保證金後，假設當有價證券抵繳比率亦達 50% 時，若維持目前的溢繳情況，應尚有 100% 的現金形式結算保證金，其中 50% 為超額結算保證金，是否期交所在結算會員不履行結算交割義務時所逕行的財務防衛的第一步驟需急於動用到『有價證券』，似乎是值得商榷與討論的，此部分尚須期交所對違約處理程序中，對有關保證金以有價證券繳存時的動用原則作完整的規劃，以釐清問題。

比較國外保證金繳存方式皆為非預繳制度，這些保證金非預繳制度國家實施有價證券抵繳保證金就是一種預繳制，原因在有價證券抵繳保證金時，期貨交易人通常會預先繳存有價證券，且繳存價值亦會高於應繳存金額，且開放有價證券抵繳保證金可降低期貨交易人的流動性風險。因此預估開放有價證券抵繳保證金後，除了實際抵繳之價值會高於應繳存之保證金價值外，根據國外實施有價證券抵繳保證金的實際抵繳比率不高，預估有價證券抵繳期貨保證金在台灣實施後，期交所面臨需逕行處置有價證券的機率將會非常小。

參考新加坡交易所對來自結算會員的客戶違約處理程序的作法，當結算公司會員未能履行其結算義務時，若係客戶違約而使結算公司會員未能履行其債務，SGX-DC 將採取下列步驟：

1. 將所有未涉及違約的客戶部位和資金轉移至另一個結算公司會員名下。
2. 控制或了結違約客戶及該結算會員的所有自有帳戶。
3. 動用違約結算公司會員存放在 SGX-DC 的保證金以履行義務。
4. 動用交易所持有的違約結算公司會員的安全保證金和信用狀。
5. 交易所依法扣留該會員的所有其他資產和證券。

由於 SGX 對結算會員收取之結算保證金是採以總戶管理，與台灣期貨交易所對結算保證金的管理方式有所不同，因此對違約處理的程序亦與台灣的作法是不相同的。

其次，期貨商端對客戶違約處理方式，在有價證券抵繳作業開放後，期貨商需對有價證券的處理方式訂定處理原則與相關之程序，而期貨商對客戶是採以分戶管理，不會有發生處置之保證金會遭挪用的問題。

(六) 非現金擔保品抵繳保證金產生之相關損失與費用

1. 有價證券抵繳保證金對整體期貨商利息收入的評估

目前期交所規劃的最高 50% 抵繳比率主要為針對結算保證金，由於現行期交所對結算保證金不支息，因此結算保證金若以有價證券繳存達 50% 時，期貨商利息收入是不受影響。當實施有價證券抵繳保證金後，期貨商似乎無法拒絕期貨交易人以有價證券繳存超額保證金，因此，若抵繳比率超過 50% 時，原來的現金型式之超額原始保證金將會以有價證券方式來呈現，預期期貨商利差受入將短少。

由於有價證券抵繳保證金對期貨商影響層面在超額保證金部分，我們估計國內三家期貨商定存金額佔可定存之超額原始保證金平均比率¹¹約為 70%，以推算期貨商端超額保證金以定存形式表現後，來觀察期貨交易人以有價證券抵繳超額保證金所影響的期貨商利息收入。同時觀察有價證券

¹¹ 我們以國內三家期貨商保證金定存金額占客戶保證金帳戶金額百分比推算。期中三家比率分別為 57%、95% 與 83%，平均值為 79%，再以 9 折計算，為 70%。

抵繳保證金對期貨交易量造成的變化影響，以推估有價證券抵繳保證金後，整體期貨商保證金利息收入的變化情況。

根據表五之 2007 年平均整體期貨商可定存之金額為新台幣 524 億元，參考期貨經紀商 2007 年每月每月平均買賣成交量為 859 萬口，而單邊每月平均則為 429 萬口，進一步計算期貨交易人每買入一口契約可創造期貨商定存金額，可得 2007 年平均為新台幣 13104 元¹²，以七成估計實際定存金額則為新台幣 9173 元。據此估計之數據，我們期望來觀察有價證券抵繳保證金後，期貨商持有期貨交易人『超額原始保證金』所產生之利差收入變化情況。

表八、有價證券抵繳『超額原始保證金』對整體期貨商利息收入之影響

單位：新台幣千萬元

比率	有價證券抵繳比率											
		0%	2%	4%	6%	8%	10%	12%	14%	16%	18%	20%
期貨契約成長率	-6%	-3.64	-4.78	-5.92	-7.07	-8.21	-9.35	-10.49	-11.63	-12.77	-13.91	-15.05
	-4%	-2.43	-3.59	-4.76	-5.92	-7.09	-8.25	-9.42	-10.59	-11.75	-12.92	-14.08
	-2%	-1.21	-2.40	-3.59	-4.78	-5.97	-7.16	-8.35	-9.54	-10.73	-11.92	-13.11
	0%	0.00	-1.21	-2.43	-3.64	-4.86	-6.07	-7.28	-8.50	-9.71	-10.93	-12.14
	2%	1.21	-0.02	-1.26	-2.50	-3.74	-4.98	-6.22	-7.45	-8.69	-9.93	-11.17
	4%	2.43	1.17	-0.10	-1.36	-2.62	-3.88	-5.15	-6.41	-7.67	-8.93	-10.20
	6%	3.64	2.36	1.07	-0.22	-1.51	-2.79	-4.08	-5.37	-6.65	-7.94	-9.23
	8%	4.86	3.54	2.23	0.92	-0.39	-1.70	-3.01	-4.32	-5.63	-6.94	-8.25
	10%	6.07	4.73	3.40	2.06	0.73	-0.61	-1.94	-3.28	-4.61	-5.95	-7.28
	12%	7.28	5.92	4.56	3.20	1.85	0.49	-0.87	-2.23	-3.59	-4.95	-6.31
	14%	8.50	7.11	5.73	4.35	2.96	1.58	0.19	-1.19	-2.57	-3.96	-5.34
	16%	9.71	8.30	6.90	5.49	4.08	2.67	1.26	-0.15	-1.55	-2.96	-4.37
	18%	10.93	9.49	8.06	6.63	5.20	3.76	2.33	0.90	-0.53	-1.97	-3.40
	20%	12.14	10.68	9.23	7.77	6.31	4.86	3.40	1.94	0.49	-0.97	-2.43

資料來源：本文估計

表八為我們以有價證券抵繳比率與交易契約成長率變化來模擬對整體期貨市場超額原始保證金利息收入的影響，由表中數據呈現情況，當期

¹² 以月資料取平均值。

貨交易人以有價證券抵繳超額原始保證金每增加 2%，需要期貨交易量增加超過 2%，有價證券抵繳保證金的實施對期貨商的才有正的淨利息收入。若再考慮辦理有價證券抵繳保證金作業的成本，實施有價證券抵繳保證金所產生的『邊際成本』將高於實施所貢獻的『邊際收入』。若假設期貨交易量維持 2007 年水準，參考新加坡期貨商接受有價證券抵繳的比率約 10%¹³，台灣開放有價證券抵繳保證金後，整體期貨商端預期將短少 0.607 億元的利差收入，若再加上抵繳作業之相關處理成本，整體期貨市場為了降低投資人的流動性風險¹⁴，讓現行期貨商或交易所預期將投入更高的成本，似乎不符合經濟規模效益。

2007 年整體期貨商利息收入為新台幣 18.42 億元，扣除自有資本利息收入後之淨利息收入為新台幣 10.76 億元，當實施有價證券抵繳保證金後之抵繳比率為達 19.37%，亦即以有價證券抵繳超額原始保證金有 10%時，若交易量與利差維持 2007 年平均水準下，整體期貨商利息損失新台幣 0.607 億元，占整體市場利息收入 3.29%，若以淨利息收入比較，占整體淨利息的 5.64%。期貨商未獲得市場開放有價證券抵繳之利益，反而保證金利息收入預期將短少。

2. 相關費用問題

有價證券抵繳過程複雜，相關處理程序與對有價證券的保管與管理，期交所目前亦規劃辦理抵繳作業時的相關費用問題。參考新加坡交易所對有價證券抵繳保證金的收費，主要有分為收費與免費部分。由於新加坡交易所對信用狀與銀行保證函不收取任何費用，然而根據台灣期貨交易所規劃可抵繳的有價證券形式，抵繳過程勢必衍生相關的行政費用。由於繳存結算保證金主體在期貨商，有價證券抵繳結算保證金的相關費用將由期貨商代墊，期貨商勢必將費用轉嫁給期貨交易人。

¹³ 新加坡期貨商之抵繳率為客戶繳存所有保證金的比率，台灣期貨交易所訂定之 50%則為結算保證金的抵繳率，若以原始保證金來觀察抵繳率則為 33%。然而台灣期貨交易人繳存之保證金 2007 年為原始保證金的 3.52 倍來觀察，台灣期貨交易所訂定之抵繳比率 50%，在客戶來觀察則不到 10%，約為 9.37%。

¹⁴ 流動性風險在第三節已有描述。

在新加坡，期貨交易人以非現金擔保品抵繳時，若該擔保品的原始幣別與交易期貨幣別不一致時，皆一致性的收取利息費用¹⁵。實務上，新加坡期貨交易人繳存保證金時皆多會被徵收到利息費用，此因新加坡交易所發行之商品只有一種為新幣計價，如此期貨商對於有價證券抵繳者，更可獲得一筆額外之利息收入。由於台灣期交所發行之商品只有一種商品為美元計價，其餘皆為本國幣計價，有價證券抵繳後，要仿效新加坡對抵繳商品幣別不一致情況來收取利息費用，只有一種國際債券而已。

其次，新加坡保證金管理是採兩層式管理，因此新加坡期貨商可針對這兩層中所繳存保證金不一致者，對期貨交易人收取利息費用。然而台灣期貨交易所規劃之有價證券抵繳作業相同於目前現金繳存過程，亦即期貨交易人繳存之保證金在期貨商與期交所皆要一致始可接受，且期貨商繳存結算保證金來源亦必須為客戶保證金帳戶，如此期貨商是無法比照新加坡對期貨交易人收取利息費用。

總結，新加坡期貨商對期貨交易人繳存保證金時，多可收取到高額的利息費用，此為建立在新加坡期貨交易制度與台灣的不相同。在現行的制度下，非現金擔保品抵繳保證金是新加坡期貨商的利息收入來源，對台灣的期貨商而言預期將無法謀其利，反而受其害，此將是台灣期貨市場主管機關需正視的問題。

在短期無法變更期貨交易制度下，建議期貨商可先在客戶端規範何種抵繳比率之相關費用，例如抵繳結算保證金為免收費，抵繳超額保證金則收取相關的保管費，亦即類似投資型基金的保管費用，每年以百分比計收，若以每年 1% 計收，預期可涵蓋目前 7 成期貨商超額原始保證金的利差收入。變動保證金部分，各國皆採現金計收，對現行期貨商利息收入不構成影響。其次，就是主管機關應開放期貨商可經營其他業務，以彌補有價證券抵繳作業帶來的收入減少缺口。

¹⁵ 參考第四節的說明。

長期下，建議期貨商與期交所應對台灣期貨市場交易機制與國外部相同之處加以討論，例如保證金的預繳制與結算會員保證金的總戶亦或分戶管理問題，期與國際期貨市場同步接軌，以讓台灣的期貨商具有國際競爭能力。

(七) 開放期貨商業務範圍之相關配套

有鑑於有價證券抵繳作業對期貨商帶來利息減少的衝擊，再加上期貨經紀商經紀業務收入逐年遞減的趨勢，為了彌補期貨商收入來源的缺口，主管機關有必要對期貨商的業務在合法與適切範圍內適度開放，以讓經營期貨業務的期貨商收入來源亦有多樣化之組合，以迎合未來之趨勢。關於業務開放之相關配套有資本額的提升、人才的培養與相關的設備皆是業務開放的配套。

陸、結論

本文探討國外結算所有關於有價證券抵繳保證金之相關制度與作業情況，發現多數國家期交所對保證金皆是可接受非現金擔保品，惟變動保證金皆僅准予以現金繳存。擔保品型式以外幣、政府公債、信用狀、銀行保證函及股票等五種最為常見，其中更以信用狀與銀行保證函為廣被接受的，與目前台灣期貨交易所規劃中的非現金擔保品大相逕庭，主要導因於此兩種金融工具在台灣是否被認定為有價證券有關。因此若參考國外對有價證券採以廣義內涵的處理方式，相信在台灣只要克服在抵繳這些擔保品的處理技術問題，相對於其他擔保品，信用狀與銀行保證函將會有較高的資金運用效能。

台灣與國外在保證金的管理方面最大不同處有兩點，一為結算保證金專戶的總戶或為分戶的管理，二為結算保證金的利息支付。對於保證金的管理，國外對結算保證金專戶皆是採以總戶管理制度，與台灣期交所對有價證券抵繳保證金實施後對結算保證金採分戶管理概念是不相同的。根據台灣有關於期貨交易的相關

法規在期貨保證金的繳付制度上應屬授權形式，自屬業界自律規範，期貨保證金繳存之相關規定，期交所亦應適當授權給期貨商。相對於有價證券抵繳保證金對參與者可提升資金的使用效能，結算保證金採總戶管理對資金的運用效能將是更能提高。

比較新加坡的期貨交易制度、保證金管理與期貨商業範圍，主要不同點為：1) 結算保證金專戶採總戶管理；2) 結算保證金有給息，利率高又便於管理，新加坡期貨商亦樂於以現金繳存；3) 交易所商品計價幣別只有一種為新幣計價，使期貨商對交易人可收取利息費用；4) 結算保證金非為預繳制，期貨商資金運用效能較高；5) 取的資本服務執照的期貨商，即可執業外匯保證金交易，為新加坡期貨商主要業務收入來源。

目前國內期貨經紀商收入來源主要為經紀手續費收入與保證金存款利差收入兩項，觀察台灣整體期貨商 2003 年 1 月份平均每口經紀手續費收入達新台幣 337 元，2007 年 12 月卻只有新台幣 80 元，與先進國家期貨商的情況相似，然而國外期貨商業務收入來源則不同於台灣期貨商，因此保證金利息收入相形之下對台灣期貨商就相當重要。倘若開放有價證券來抵繳保證金，雖然目前台灣期交所對結算保證金不支息，然而在無法拒絕期貨交易人以有價證券抵繳超額原始保證金下，此超額原始保證金卻是現行期貨商賴以定存的利息收入來源。

參考新加坡交易所支付現金型式之全額結算保證金利息方式，以 2007 年台灣整體市場保證金來估計，參考台灣銀行利率，2007 年在加計手續費用後，期貨商淨利息收入可再增加新台幣 2.78 億元。

以期交所所規劃最高 50% 之抵繳比率來估計，現行客戶繳存之有價證券之實際抵繳比率只有 9.37%。然而台灣期貨商品主要為本國幣計價，預估以有價證券抵繳保證金將預期高於此數據，因此現行以現金型式繳存之超額原始保證金將會受到影響。我們模擬不同抵繳比率與契約的成長率發現，在不考慮其他相關成本下，實施有價證券的邊際成本是高於契約成長率上升所帶來的邊際收入，不符合經濟效率。若交易量與利差皆維持在 2007 年的平均水準下，抵繳原始超額保證金為 10%

時，預估整體期貨商利差損失達新台幣 0.607 億元，占整體市場利息收入 3.29%，若以淨利息收入比較，占整體淨利息的 5.64%。期貨商未獲市場開放價證券抵繳之利益，反而保證金利息收入預期將短少。然而上述預估之短少的利差收入皆未計入有價證券抵繳作業所帶來的相關處理成本，皆為最保守估計值，因此預期利差損失將會更大。

倘若有價證券抵繳保證金的配套措施是期貨商業務國際化，相對於業務範圍較廣的銀行，依目前規範的期貨商資本額似乎稍嫌不足，原因在於公司的資本額乃為投資人的最後依靠，資本額大者，通常可帶來經紀規模。

參考文獻

1. 證券暨期貨法令判解查詢系統。
2. FIA, (2008), Annual Volume Survery
3. 美國《證券交易法》(SEC rule)
4. 美國《期貨交易法》(Futures Trading Act)
5. 美國商品期貨交易管理委員會 (CFTC) 《管理規則》
6. 美國商品期貨交易管理委員會 (CFTC) 與證券管理委員會 (SEC)的《有關證券期貨客戶保證金規則》(Rule: Customer Margin Rules Relating to Security Futures)
7. 美國商品期貨委員會 (CFTC) 《商品交易規則》(CFTC Rules)
8. 美國《期貨交易現代化法》(Commodity Futures Modernization Act of 2000)
9. 美國期貨公會 (National Futures Association, NFA) 《期貨業自律規章》
10. 美國交易所《會員自律規章》
11. 新加坡《證券及期貨法》(Security and Futures Act, SFA)
12. 香港《證券及期貨條例》