

選擇權評價模型之實證分析 -以台指選擇權及S&P 500選擇權為例

◆ 國立高雄應用科技大學
金融資訊研究所

○ 程言信

◆ 太平洋證券

○ 黃怡佳

摘要

自從Black和Scholes(1973)發展選擇權評價公式後，雖然模型背後假設嚴謹且與實證上市價不盡符合，但是其精簡的模型仍廣泛被實務界用來評價選擇權的價值，本文是利用幾個選擇權評價模型，並以臺灣期交所交易的台指選擇權及美國S&P 500選擇權為樣本，以尋求一個最貼近台灣市場情況的選擇權評價模型。

樣本內實證結果發現，僅在台指選擇權買權樣本一中是以加入偏態係數、峰態係數修正並放寬BS模型後的Gram-Charlier數列展開模型其評價績效較佳，其次為MIVF模型；而在台指選擇權買權樣本二、賣權各樣本及S&P 500買權及賣權所有樣本中皆是以MIVF模型評價結果較佳，其次為加入偏態係數、峰態係數修正並放寬BS模型後的Gram-Charlier數列展開模型。

而在樣本外預測結果中，僅在S&P 500賣權樣本一中MIVF模型其預測誤差較加入偏態係數、峰態係數修正並放寬BS模型後的Gram-Charlier數列展開模型小外，其外樣本皆是以加入偏態係數、峰態係數修正並放寬BS模型後的Gram-Charlier數列展開模型其預測誤差最小。

壹、研究動機

自2001年12月24日臺灣證券交易所股價指數選擇權(台指選擇權)正式交易後，提供投資人另一個新的避險與套利工具，在1973年Black和Scholes推導出了選擇權評價公式(後簡稱為BS模型)後，BS模型普遍被實務界用來計算選擇權價值，但BS模型其背後具有許多嚴謹假設和實際市場不符，造成BS模型的選擇權價值和市場價值不一致的現象，會造成投資人利用BS模型評價選擇權價值時面臨到模型錯誤假設的風險。

在選擇權評價中最重要的輸入變數為波動度，而BS模型中是假設標的資產的波動度為常數項，但由附錄一【附圖1】至【附圖4】發現利用實際市場資料代入BS模型反推出的隱含波動度結果發現並非常數項，且隱含波動度會隨著價內外程度及履約價格變動而呈現波動度微笑(volatility smile)的現象，而這種波動度微笑的現象並不會隨到期期間變長而收斂變平坦(常數)，這和過去選擇權評價模型背後的中央極限定理(CLT)互相抵

觸，因此造成過去模型在選擇權評價上會產生偏誤的現象，而選擇權標的資產報酬分配也因這種波動度微笑的現象，由原先選擇權評價模型假設的對稱常態分配變成存在偏態的厚尾(fat-tail)分配。

為了解釋上述金融市場實證普遍存在的現象，因此本研究是以放寬BS模型背後的嚴謹假設，分別利用加入偏、峰態係數修正的Gram-Charlier數列展開模型、以隱含波動度為迴歸因子的Implied Volatility Function模型(後簡稱IVF模型)、修正IVF模型後的Modified Implied Volatility Function模型(後簡稱MIVF模型)，並以台指選擇權及S&P 500選擇權為例，尋找一個最貼近選擇權真實價值的選擇權評價模型，藉以降低因評價模型錯誤假設造成的評價誤差，並藉由修正評價模型的設定以期得到較佳的評價分析。

貳、研究設計

本研究是除了以傳統的BS選擇權評價模型、並加入放寬BS模型標的資產報酬率為常態分配假設之Gram-Charlier數列展開模型、放寬BS模型標的資產報酬率常數波動度假設之IVF及MIVF模型，分別利用台指選擇權及S&P 500選擇權資料進行樣本內及樣本外之實證分析，各模型說明如下：

一、BS模型

BS模型是在1973年由兩位美國財務經濟學家Black and Scholes運用物理學上的熱傳導原理，聯合推導出的選擇權評價定理，而在BS模型中是假設標的資產報酬率為常態分配，且標的資產報酬率有常數波動度的特性。

二、Gram-Charlier數列展開模型

Backus et al. (1997)延續Jarrow和Rudd(1982)使用Gram-Charlier數列展開式的做法，推導出存在偏態及峰態下的選擇權評價模型，其在Gram-Charlier數列展開模型背後並不須建立在常態分配的假設，而是一個存在負偏(以偏態係數控制)、厚尾的分配(利用峰態係數來控

制)，利用S&P 500選擇權資料實證結果發現，放寬BS模型的常態分配假設並加入了標的資產報酬率的三階偏態係數及四階峰態係數的Gram-Charlier數列展開模型可以降低傳統BS模型的選擇權評價誤差。

三、IVF模型

Dumas et al.(1998)提出的IVF模型中，在不同的選擇權資料下具有不同的波動度結果，而IVF模型是先以迴歸的方式找出一條選擇權資料與選擇權隱含波動度的迴歸式，在此迴歸式之下只要選擇權資料一改變其波動度的結果也會改變，此一方法可以改變過去模型沒有考慮到不同的到期期間、不同履約價格、不同標的資產價格、不同無風險利率、不同股利率下的常數波動度嚴謹假設。

在此模型下可以估計出在不同的選擇權資料下的波動度估計值，且模型並不須要建立在其他嚴謹假設下，只需確定波動度估計結果為正數即可，且以此波動度結果取代BS模型下的常數波動度即可求出選擇權的理論價值，Dumas et al.(1998)利用S&P 500選擇權實證結果發現，利用IVF模型可以減少模型假設條件下所造成的估計誤差。

四、MIVF 模型

Christoffersen and Jacobs(2001)提出的MIVF模型是以上述IVF模型求出波動度估計式，並以估計出的波動度結果代入BS模型求出選擇權理論價值，再利用數值方法找出和市場真實價值最接近下的波動度估計式，而利用規劃求解後的MIVF模型可以降低IVF模型使用迴歸模型的配適誤差。

在MIVF模型和IVF模型具有相同的優點，即可估計出在不同的選擇權資料下的波動度估計值，且模型並不須要建立在其他嚴謹假設下，只需確定波動度估計結果為正數即可，且以此波動度結果取代BS模型下的常數波動度即可求出選擇權的理論價值，Christoffersen and Jacobs(2001)利用S&P 500選擇權實證結果發現，利用MIVF模型可以減少模型假設條件下所造成的估計誤差，且其誤差會比IVF模型來的小。

參、資料分析

一、樣本資料說明及分析

本研究是以2004年10月1日至2005年10月31日的臺灣證券交易所股價指數選擇權(後簡稱台指選擇權，TXO)、S&P 500選擇權結算價格為研究對象，並探討此期間台指選擇權及S&P500選擇權的價格行為。

其中，台指選擇權(TXO)資料取自臺灣期貨交易所網站，而其標的資產價值資料取自臺灣證券交易所網站；S&P500選擇權資料則取自S&P 500資料庫，而上述資料包括交易日期、到期日期、距離到期日期間(t)、選擇權型態、標的股價指數價值(S)、履約價值(X)、選擇權市場價值、無風險利率(r)、股利率(q)。

本研究以不同的篩選原則將台指選擇權及S&P 500選擇權分成二類樣本進行實證分析並比較各模型的結果，篩選條件及樣本數說明如下：

樣本一：刪除選擇權價值為0，及成交量為0的資料在刪除選擇權成交價值及成交量為0的資料後，在樣本取樣時間內台指選擇權買權資料13842筆、賣權12738筆；S&P500選擇權買權資料22006筆、賣權資料29515筆。

樣本二：刪除選擇權價值為0、成交量為0的資料，及刪除深價內、深價外的選擇權資料¹，在樣本取樣時間內台指選擇權買權資料10780筆、賣權9370筆；S&P500選擇權買權資料19121筆、賣權資料19923筆。

本研究是以台灣及美國選擇權市場具代表性的台指選擇權及S&P 500選擇權為研究對象，過去研究中常利用S&P 500選擇權進行實證研究，而本研究加入台指選擇權資料進行實證，探討過去研究指出在S&P 500選擇權市場中具有較好評價結果的模型是否適用台指選擇權市場。

台指選擇權之標的資產為台灣加權股價指數，S&P 500選擇權之標的資產為S&P 500指數，因此以下先以二個市場之標的指數進行樣本特性分析，並和其他常見的指數進行比較，由【表1】各國指數報酬率之敘述統計量發現大部分常見的指數報酬率，及台灣加權股價指數及S&P 500指數皆具有相同的分配特性，且由指數報酬率之三階偏態係數發現，大部分指數市場為偏態係數小於0的負偏分配，且由指數報酬率之四階峰態係數發現，大部分指數市場為峰態係數大於3或超額峰態係數大於0之高峰分配。

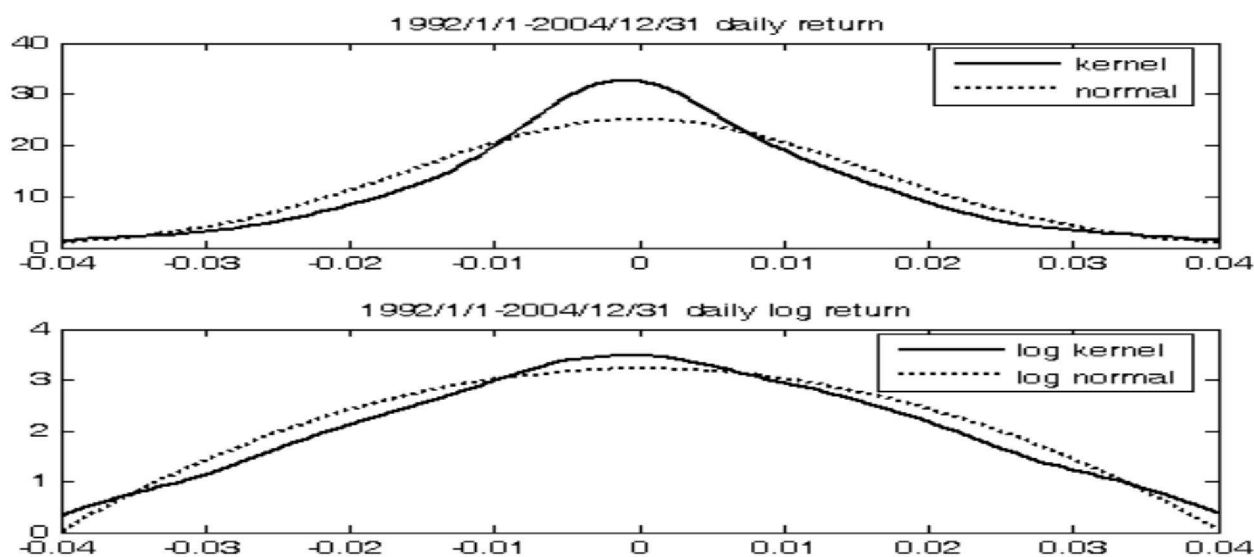
¹ 參考Heston, Nandi(2000)選擇權資料篩選原則，刪去買權深價內($S/X > 1.1$)及深價外($S/X < 0.9$)資料，Heston, Nandi(2000)認為深價內及深價外資料會影響選擇權模型的評價績效。

【表 1】1992 年至 2004 年各國指數報酬率敘述統計表

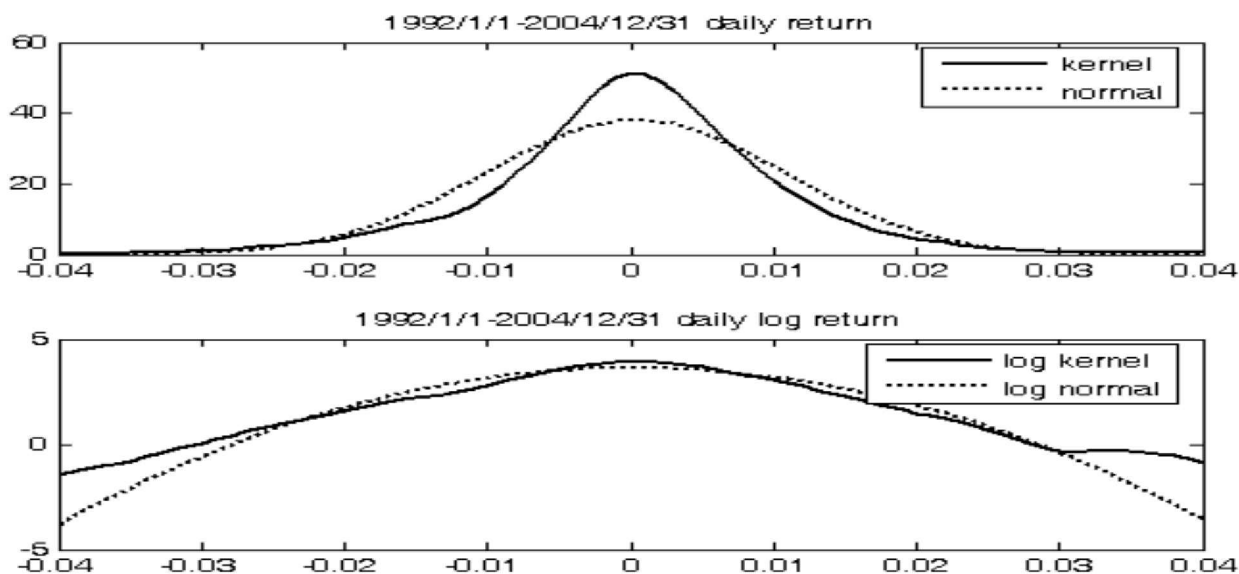
1992/1/1 至 2004/12/31 各國指數日敘述統計量					
Index	Mean	SD	Skewness	Excess kurtosis	Kurtosis
TXO	0.00008127	0.015847	-0.0462	1.7200	4.7200
S&P 500	0.00032537	0.010450	-0.1115	3.9096	6.9096
DAX	0.00037199	0.010249	-0.2553	4.7769	7.7769
SMI	0.00037185	0.011855	-0.2110	4.2713	7.2713
CAC-40	0.00023840	0.013830	-0.0861	2.3675	5.3675
Nasdaq-Composite	0.00040015	0.016430	-0.0017	5.0525	8.0525

另外，本研究利用無母數方法之核估計密度函數(kernel density function)來估計台灣加權股價指數及S&P 500指數報酬率之真實分配，而常見的核函數型態有Uniform、Triangular、Epanechnikov、Gaussian等方法，本研究參考Schoutens(2003)採用Silverman(1986)提出以常態高斯核函數為權重，而該方法與上述其他方法最大不同是在其範圍限制條件，只有常態高斯核函數其範圍沒有限制，而核估計密度函數估計的核密度分配結果如【圖1】、【圖2】，並和傳統BS模型下假設的常態分配

進行比較如【圖1】、【圖2】上圖所示，台指選擇權及S&P500選擇權其標的指數報酬率具有異於常態分配的偏態及高峰分配產生，且可由【圖1】、【圖2】下圖看出真實市場其報酬率具有厚尾分配的現象，即左右兩邊極端值出現的機率較常態分配來的高，BS模型下的常態分配無法有效的描述真實報酬分配具有厚尾分配特性，即利用常態分配來描述真實指數市場報酬分配會有偏誤情形發生，因此會造成BS模型理論價值偏離選擇權市場真實價值。



【圖1】台指選擇權kernel density estimators



【圖2】S&P 500選擇權kernel density estimators

由上述的結果顯示，不論是台灣加權股價指數還是S&P 500指數其日報酬率分配皆不是BS模型所假設的常態分配，因此傳統的BS模型在評價台指選擇權或是S&P 500選擇權會產生評價錯誤的現象。

二、選擇權評價模型實證結果與分析

本研究是以上述BS選擇權評價模型、利用偏態係數修正的Gram-Charlier數列展開模型(後簡稱GC模型)、利用偏態係數及超額峰態係數修正的Gram-Charlier數列展開模型(後簡稱GCK模型)、IVF選擇權評價模型、MIVF選擇權評價模型進行實證分析，利用Matlab程式進行數值求解出各模型理論價值與市場價格的均方誤差(MSE)最小下參數結果，並以各模型之每日最小誤差及數值方法求解出的參數來衡量各選擇權評價模型的評價績效，以上就台指選擇權及S&P 500選擇權各模型實證結果以年化資料表示並比較其結果如下：

(一)樣本內實證結果

由【表2】可看出在台指選擇權買權樣本資料一中，是以GCK模型其年MSE最小(135992.83)，其次為GC模型(146034.38)、MIVF模型(156387.53)、BS模型(184508.83)，而年MSE最大的為IVF模型(378356.50)；台指選擇權買權樣本資料二中，是以MIVF模型其MSE最小(62454.28)，其次為GCK模型(79904.48)、

GC模型(89235.70)，而MSE最大的為IVF模型(177677.18)。

在S&P 500買權樣本資料一中，是以MIVF模型其MSE最小(289676.25)，其次為GCK模型(291500.50)、GC模型(292323.50)、BS模型(293739.25)，而MSE最大的為IVF模型(294743.00)；S&P 500買權樣本資料二中，是以MIVF模型其MSE最小(608.78)，其次為GCK模型(1871.00)、IVF模型(2255.40)、GC模型(2747.57)，而MSE最大的為傳統的BS模型(3841.57)。

而在台指選擇權及S&P 500選擇權賣權中，在樣本一及樣本二中皆是以MIVF其評價誤差最小，其次為加入GCK模型及GC模型。

由上述結果發現，不論是在台指選擇權或在S&P 500買權中，傳統的BS模型其評價結果並不良好，而放寬常態分配並加入偏態、峰態係數的GCK模型不論是在台指選擇權或在S&P 500買權中其年MSE皆比大部分模型來的小，而利用迴歸模型的IVF模型、MIVF模型在不同市場及不同資料下的結果差異很大。

【表 2】各模型買權 MSE

樣本來源	台指選擇權買權 MSE(年)		S&P 500 買權 MSE(年)	
	樣本一	樣本二	樣本一	樣本二
BS	184508.83	120986.15	293739.25	3841.57
GC	146034.38	89235.70	292323.50	2747.57
GCK	135992.83	79904.48	291500.50	1871.00
IVF	378356.50	177677.18	294743.00	2255.40
MIVF	156387.53	62454.28	289676.25	608.78

說明：利用 Matlab 程式進行數值求解出各模型買權理論價格及市場買權真實價格 MSE 最小的結果

(二)模型參數結果分析

1.波動度分析

由【表3】可看出，在台指選擇權及S&P 500選擇權買權中，各個選擇權評價模型利用規劃求解求出的年平均波動度結果和利用BS模型反推出的隱含波動度結果接近，在台指選擇權樣本中各模型利用Matlab程式進行數值求解後的波動度值皆以買權波動度較賣權波動度大，而在S&P 500選擇權樣本中各模型利用Matlab程式進行數值求解後的波動度值皆以賣權波動度較買權波動度大，且不論是在台指選擇權或S&P 500選擇權樣本一中各模型利用Matlab程式進行數值求解後的波動度值皆大

於樣本二的結果，且台指選擇權買權及賣權利用Matlab程式進行數值求解後的波動度值皆大於S&P 500買權及賣權利用Matlab程式進行數值求解後的波動度估計值。

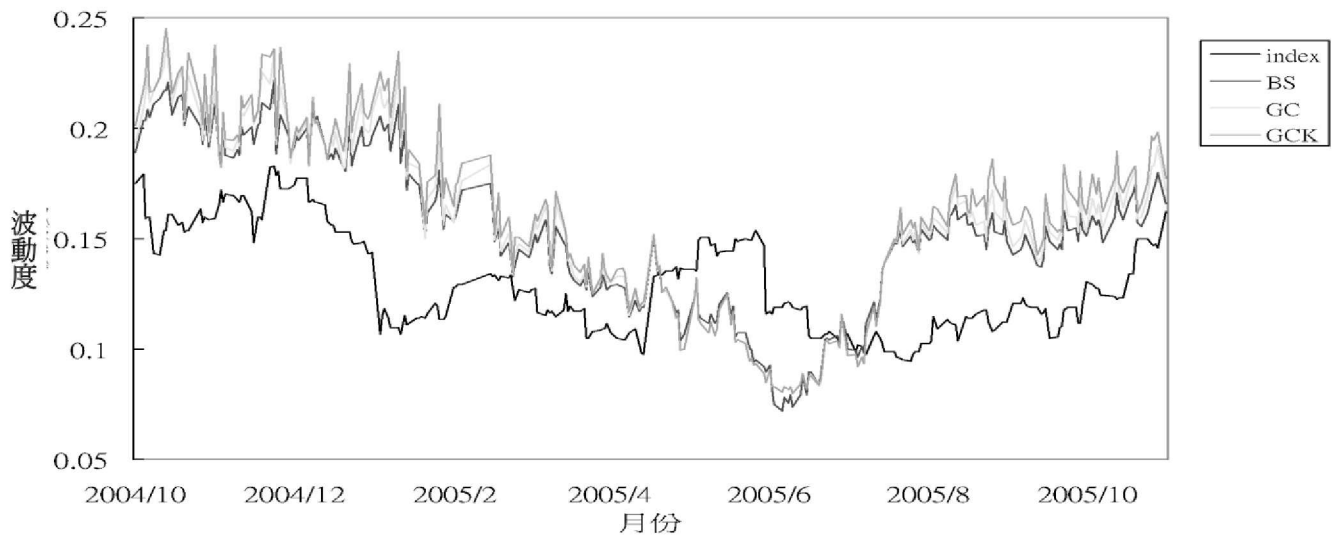
利用上述台指選擇權及S&P 500選擇權之標的指數日報酬率的敘述統計量與各評價模型利用Matlab程式進行數值求解後的買權波動度結果比較發現，由【圖3】發現台指選擇權買權利用Matlab程式進行數值求解後的波動度值與其標的指數的報酬率之波動度具有類似的變動趨勢，因此本研究利用簡單的迴歸式檢定各模型數值求解的參數值與各期標的指數資產報酬之實際波動度的相關性。

【表 3】買權各模型利用 Matlab 程式進行數值求解出的波動度結果

樣本來源	台指選擇權買權波動度(年)		S&P 500 買權波動度(年)	
	樣本一	樣本二	樣本一	樣本二
BS	0.153149	0.152706	0.112972	0.113051
GC	0.157134	0.155695	0.117510	0.116562
GCK	0.161339	0.160027	0.122001	0.121447
平均隱含波動度	0.160169	0.150335	0.108182	0.102537

說明：利用 Matlab 程式進行數值求解出各模型買權理論價格與市場買權真實價格 MSE 最小的波動度結果，及利用 BS 模型求出的買權隱含波動度值

台指選擇權買權及台灣加權股價指數波動度



【圖3】買權各模型波動度結果及台灣加權股價指數波動度(日)

而各評價模型當期利用Matlab程式數值求解出之參數與當期標的資產報酬之真實波動度迴歸結果由【表4】可看出，各模型中是以BS模型對指數之波動度具有較佳的解釋能力，而加入偏態係數、超額峰態係數修正後的GCK模型求解出的波動度對指數之解釋能最差，只加入偏態係數修正GC模型次之，但由選擇權評價實證結果指出GCK具有較小的評價誤差，而GCK模型求解出波動度結果對台灣加權指數之實際波動度解釋能力較BS來的差，可能是因為GCK模型多考慮了三階偏態係數、四階超額峰態係數的關係。

在係數估計結果方面，由【表4】可看出各模型的 α 及 β 係數皆顯著，且各模型之 β 係數顯著大於0，即各模型利用Matlab程式進行數值求解之波動度與指數之歷史波動度具有正向的關係；而各評價模型當期利用Matlab程式數值求解出之參數與各期(預測2天至15天)標的資產報酬之真實波動度迴歸結果發現，各模型 α 及 β 係數皆顯著，且各模型之 β 係數顯著大於0，即各模型利用Matlab程式進行數值求解之波動度與指數之歷史波動度具有正向的關係。

【表4】買權各模型波動度與台灣加權股價指數歷史波動度迴歸結果

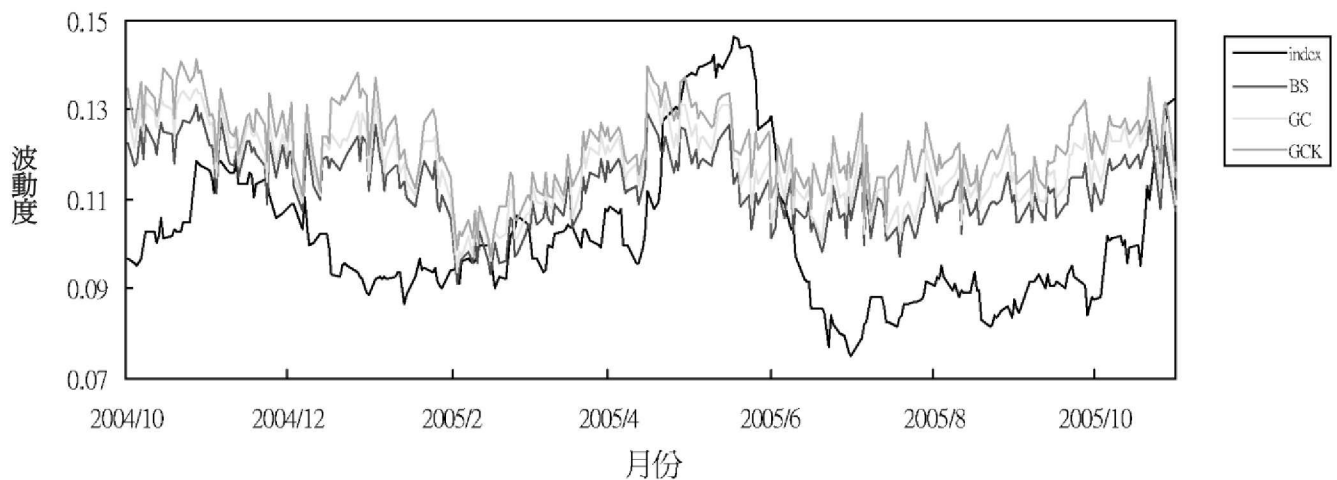
	α	β	R^2	Adjusted R^2	F
BS	0.0772 (15.2540)*	0.3458 (10.7599)*	0.3033	0.3006	115.7764
GC	0.0826 (16.9013)*	0.3022 (10.0133)*	0.2738	0.2710	100.2663
GCK	0.0860 (17.8470)*	0.2733 (9.4484)*	0.2513	0.2485	89.2730

說明：以上表中 α 、 β 參數下之括弧值為檢定參數是否異於0之t-test值，*表示在95%信賴水準下為顯著。

由【圖4】、【表5】：結果發現，S&P 500選擇權市場和台指選擇權市場具有一致的結果，模型數值求解出的波動度亦與S&P 500指數真實波動度具有相似的變動趨勢，且各模型利用Matlab程式進行數值求解求出的波動度與指數之波動度迴歸結果係數顯著大於0，且各

模型中是以BS模型對指數之波動度具有較佳的解釋能力，而加入偏態係數、超額峰態係數修正後的GCK模型求解出的波動度對指數之解釋能力最差。

S&P 500選擇權買權及S&P 500指數波動度



【圖4】買權各模型波動度結果及S&P 500指數波動度(日)

【表 5】買權各模型波動度與 S&P 500 指數歷史波動度迴歸結果

	α	β	R^2	Adjusted R^2	F
BS	0.0123 (1.0041)	0.7939 (7.3288)*	0.1649	0.1618	53.7118
GC	0.0174 (1.4652)	0.7205 (7.1693)*	0.1589	0.1558	51.3982
GCK	0.0225 (1.8204)	0.6517 (6.4500)*	0.1327	0.1295	41.6020

說明：以上表中 α 、 β 參數下之括弧值為檢定參數是否異於0之t-test值，*表示在95%信賴水準下為顯著。

2. 偏態係數分析

由【表6】台指選擇權及S&P 500選擇權買權偏態係數值可看出，不論是只加入偏態係數修正的GC模型，或是同時加入偏態係數、超額峰態係數的GCK模型，在模型價值與真實選擇權市場價值MSE最小下求出的模型偏態係數參數皆為負值，即符合大部分指數市場報酬率之分配特性，即隱含指數大跌機率比大漲機率來的高的特性。

在台指選擇權及S&P 500選擇權中樣本一的各模型利用Matlab程式進行數值求解後的偏態程度皆比樣本二來的明顯，且在二個市場中皆是以賣權偏態程度較買權偏態程度明顯，而不論是在買權或賣權樣本中是以S&P 500的偏態程度較台指選擇權來的明顯。

3. 超額峰態係數分析

由【表7】超額峰態係數可看出台指選擇權及S&P 500選擇權買權及賣權具有高峰及厚尾的特性，和前述大部分指數市場報酬率之分配特性一致，即隱含指數大漲或大跌的機率比常態分配下的發生的機率高。

且不論是在台指選擇權或是在S&P 500選擇權中皆是以買權高峰程度較明顯，而在S&P 500選擇權買權及賣權GCK模型利用Matlab程式進行數值求解後的超額峰態程度皆大於台指選擇權的結果，即在S&P 500指數日報酬率之峰態程度較台灣加權股價指數日報酬率之峰態程度明顯。

【表 6】各模型利用 Matlab 程式進行數值求解出的買權偏態係數結果

樣本來源	台指選擇權買權偏態係數(年)		S&P 500 買權偏態係數(年)	
	樣本一	樣本二	樣本一	樣本二
GC	-0.0311	-0.0278	-0.6121	-0.5394
GCK	-0.0763	-0.0741	-0.6647	-0.5818

說明：利用 Matlab 程式進行數值求解出各模型買權理論價格與市場買權真實價格 MSE 最小的偏態係數結果

【表 7】GCK 模型利用 Matlab 程式進行數值求解出買權超額峰態係數結果

樣本來源	台指選擇權買權超額峰態係數(年)		S&P 500 買權超額峰態係數(年)	
	樣本一	樣本二	樣本一	樣本二
GCK	0.2393	0.2270	0.5390	0.5395

說明：利用 Matlab 程式進行數值求解出各模型買權理論價格與市場買權真實價格 MSE 最小的超額峰態係數結果

4.IVF模型及MIVF模型之實證分析

將IVF模型及MIVF模型之實證結果，分別各迴歸係數說明如下：

由【表 8】、【表 9】發現在台指選擇權及 S&P 500 買權各樣本中，IVF 模型及 MIVF 模型下 α_0 係數皆為正值，表示在 IVF 及 MIVF 模型所求出的波動度值符合模型的限制條件，即波動度需為大於 0 的正值；而在實證樣本期間內台指選擇權及 S&P 500 選擇權中是以 S&P 500 選擇權賣權樣本一其隱含波動度 NAN 值較多，且因 S&P 500 選擇權深價內及深價外的資料仍有交易，因此在未篩減深價內及深價外的 S&P 500 選擇權賣權資料樣本一中會有 α_0 為負值的扭曲現象。

而 α_1 係數是指在波動度估計值與選擇權價內外程度的關係，而 Dumas et al.(1998)指出波動度走勢與報酬率走勢呈現負相關的現象，而 1998 年 Madan, Carr 及 Chang 利用 S&P 500 選擇權價內外程度為迴歸因子對隱含波動度做迴歸發現，選擇權價內外程度的迴歸係數應為負值，即當指數報酬率愈大波動度就愈小，這個特性可以由 α_1 係數看出，若指數價格愈高時會使波動度降低，則 α_1 係數應為負值，而在 IVF 模型及 MIVF 模型下台指選擇權及 S&P 500 選擇權買權各樣本皆符合此一特性，而 MIVF 模型是再經過一次最小化數值求解後的模型，造成在賣權部分並不符合此一特性。

α_2 是指波動度估計值與選擇權價內外程度平方項的關係，也就是波動度曲線的曲度，在 1998 年 Madan, Carr 及 Chang 利用 S&P 500 選擇權價內外程度的平方項為迴歸因子對隱含波動度做迴歸發現，選擇權價內外程度平方項的迴歸係數應為正值，由【表 8】、【表 9】發現台指選擇權不論是在買權或賣權樣本一及樣本二皆符合此一特性，而在 S&P 500 選擇權買權中各樣本及賣權樣本二亦符合上述中 α_2 為正值的特性，但在 S&P 500 選擇權只篩減成交量為 0 及成交價值為 0 的樣本一中，具有上述因 S&P 500 選擇權資料特性扭曲造成 α_1 係數的結果，亦會造成 α_2 係數小於 0 與其他資料結果不符的現象；而在篩減成交量為 0、成交價格為 0 及深價內、深價外的樣本二資料中，台指選擇權樣本二來是以買權微笑曲度較明顯，而在 S&P 500 樣本二來是以賣權的微笑曲度較明顯，且台指選擇權買權的微笑曲度較 S&P 500 買權的曲度明顯，這也可由附錄一的【附圖 1】、【附圖 2】、【附圖 3】、【附圖 4】得到相同的結果。

α_3 是指波動度估計值與選擇權距到期期間的關係，由【表 8】、【表 9】發現在 IVF 及 MIVF 模型下只在台指選擇權買權樣本一係數方向不同外，其他模型下 IVF 模型及 MIVF 模型可得到一致的結果。

α_4 是指在波動度估計值與選擇權距到期期間平方項的關係，而 1998 年 Madan, Carr 及 Chang 利用 S&P 500 選擇權到期期間為迴歸因子對隱含波動度做迴歸發現，選

擇權到期期間的迴歸係數應為正值，而在IVF模型台指選擇權及S&P 500中大部分結果皆符合正值的特性，但在S&P 500樣本二是呈現極小的負值，這也可能和計算結果取的小數位數有關，但大致上仍和其他市場樣本結果相符，而在MIVF模型下僅在台指選擇權買權符合上述的特性。

α_5 是指波動度估計值與選擇權價內外程度及其距到期期間的相互相關，IVF模型下此交叉項中不論是在台指選擇權或是S&P 500選擇權皆有一致性的結果，即在買權時交叉項與波動度估計值有正向關係，而在賣權時交叉項和波動度估計值具有反向的關係；在MIVF模型下台指選擇權賣權樣本二及S&P 500買權樣本一和IVF模型結果不同。

【表 8】台指選擇權及 S&P 500 選擇權 IVF 模型之係數結果

IVF 模型								
	台指選擇權買權		台指選擇權賣權		S&P 500 買權		S&P 500 賣權	
	樣本一	樣本二	樣本一	樣本二	樣本一	樣本二	樣本一	樣本二
α_0	0.188871	0.225948	0.065124	0.022929	0.024585	0.177723	-0.03421	0.116267
α_1	-0.3601	-0.43407	-0.14411	-0.05753	-0.04977	-0.35748	0.049755	-0.25637
α_2	0.018179	0.217779	0.088059	0.043145	0.031419	0.018562	-0.00826	0.146188
α_3	-0.03743	-0.05129	0.07118	0.048549	0.001059	-0.01733	0.011817	0.026756
α_4	0.027739	0.015939	0.025735	0.010212	0.000093	0.000246	0.002431	-0.00022
α_5	0.020657	0.043324	-0.08453	-0.0538	0.000538	0.019402	-0.01525	-0.02564

說明：利用 IVF 迴歸模型求出買權及賣權資料波動度及選擇權資料的迴歸係數結果。

【表 9】台指選擇權及 S&P 500 選擇權 MIVF 模型之係數結果

MIVF 模型								
	台指選擇權買權		台指選擇權賣權		S&P 500 買權		S&P 500 賣權	
	樣本一	樣本二	樣本一	樣本二	樣本一	樣本二	樣本一	樣本二
α_0	0.063434	0.066146	-0.00055	-0.03022	0.00791	0.147293	-0.02944	0.076468
α_1	-0.1284	-0.1242	0.007644	0.064711	-0.02181	-0.30364	0.049553	-0.16169
α_2	0.066328	0.066287	-0.00044	-0.03052	0.019805	0.162175	-0.01389	0.091289
α_3	0.001605	-0.01757	0.012617	0.004777	0.005066	-0.00359	0.007426	0.007634
α_4	0.008959	0.023912	-0.00064	-0.003	-0.0008	-0.00059	-0.00058	-0.00064
α_5	0.007346	0.00629	-0.00871	0.002893	-0.00199	0.006522	-0.0056	-0.00571

說明：利用 IVF 模型求出買權及賣權資料波動度及選擇權資料的迴歸係數結果，再利用 Matlab 程式進行數值求解求出使 IVF 模型理論價值與市場真實價值 MSE 最小下的係數結果。

5. 樣本外實證結果

由上述樣本內實證結果發現，放寬常態分配並加入偏態係數、超額峰態係數修正後的Gram-Charlier數列展開模型及存在不同波動度結果的MIVF模型其評價誤差最小，在樣本內實證結果中Gram-Charlier數列展開模型不論在台指選擇權或S&P 500選擇權買權賣權二個樣本型態下，皆具有較佳的評價結果，而MIVF模型雖然在某些樣本下會具有較小的誤差，但其評價結果會受到樣

本資料篩選原則的影響，因此本研究利用上述各模型利用Matlab程式進行數值求解後的參數結果進行一天至十四天的樣本外預測，【表10】結果發現在樣本內評價結果較佳的Gram-Charlier數列展開模型在樣本外預測下皆可得到最小評價誤差，且在樣本外一天至十四天皆有一致性的結果，而同是樣本內評價結果較佳的MIVF模型在樣本外預測結果並無一致性的評價結果。

【表 10】買權各模型一天後樣本外預測誤差

樣本來源	台指選擇權買權樣本外測試 MSE		S&P 500 選擇權買權樣本外測試 MSE	
	樣本一	樣本二	樣本一	樣本二
BS	198613.64	139664.98	295257.80	4334.56
GC	168233.77	114639.88	293874.27	3254.63
GCK	160545.53	108407.25	293075.85	2384.67
IVF	1141038.29	705769.94	406239.82	6693.22
MIVF	641171.89	152126.70	360343.26	2669.04

說明：利用上一個交易日中各模型以 Matlab 程式進行數值求解求出的買權參數值代入本日選擇權資料，並求出各選擇權評價模型買權理論價值與市場買權價值的誤差。

伍、結論與建議

一、結論

在選擇權價值評價方面，因為選擇權標的資產報酬率真實分配未知，但由過去研究發現選擇權標的資產報酬率常具有偏斜及高峰、厚尾的特性，因此利用假設標的資產報酬率為常態分配下的BS模型會產生評價誤差，且標的資產報酬率之波動度亦非BS模型所假設的常數波動度，因此也會造成BS模型在評價上無法得到精確的選擇權價值，因此本研究分別放寬上述BS的嚴謹假設，加入放寬標的資產報酬常態分配假設，而以加入偏態係數、峰態係數放寬常態分配假設的Gram-Charlier數列展開式模型，及放寬BS模型標的資產報酬率常數波動度的IVF模型及MIVF模型，而台指選擇權及S&P 500選擇權樣本內的實證結果發現，上述選擇權評價模型是以加入偏態係數、峰態係數放寬常態分配假設的Gram-Charlier數列展開式模型，及放寬常數波動度的MIVF模型其評價誤差最小；台指選擇權及S&P 500樣本外預測實證結果發現，是以加入偏態係數、峰態係數放寬常態分配假設的Gram-Charlier數列展開式模型預測誤差最小，而上述樣本內評價誤差較小的MIVF模型在樣本外沒有一致的結果，且可能會產生很大的預測誤差。

各模型利用Matlab程式進行數值求解出的波動度與指數市場未來真實波動度且有類似且領先的趨勢，且利用迴歸分析結果發現，各模型利用Matlab程式進行數值求解出的波動度與指數市場未來真實波動度且有正向的關係，且各模型利用Matlab程式進行數值求解出的偏態係數及峰態係數符合上述指數市場的樣本特性，即偏態係數為負值之負偏分配，峰態係數大於3(超額峰態係數大於0)之高峰分配的特性。

二、建議

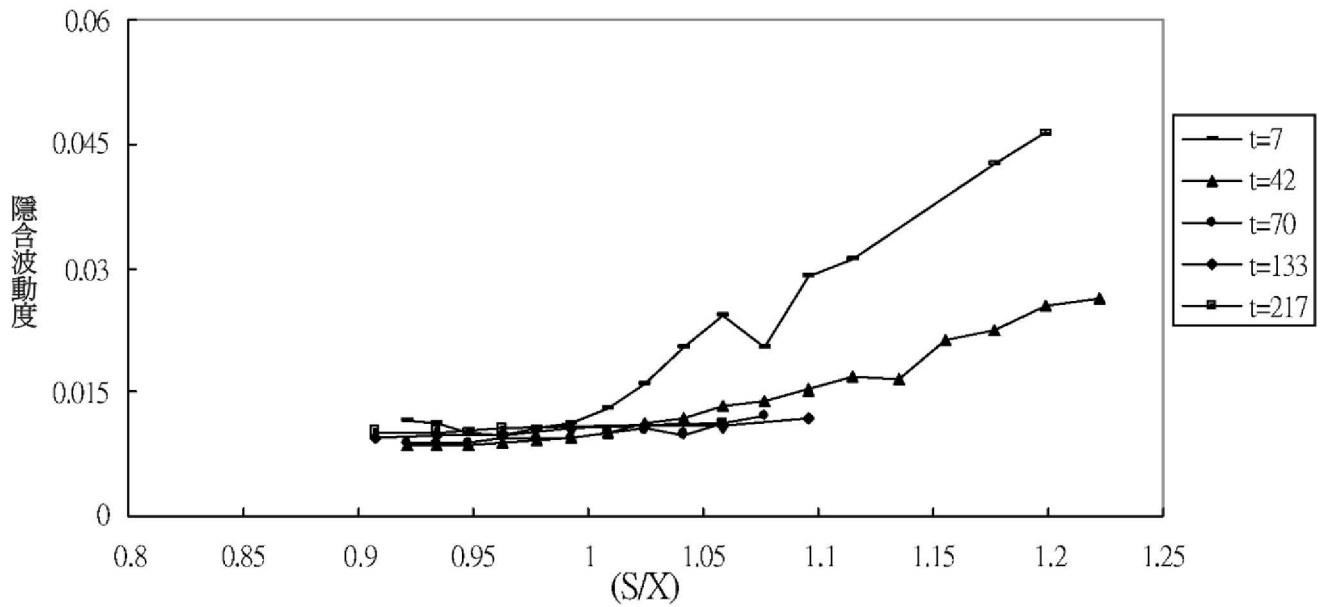
雖然由選擇權評價及其風險值估計方面皆是以放寬常態分配的Gram-Charlier數列展開式模型模型較佳，但在選擇權評價模型方面，本文僅利用BS模型、Gram-Charlier數列展開模型、IVF模型及MIVF模型，後續研究可以尋找較一般化的選擇權評價模型進行實證。

參考文獻

1. 柯政宏，「CBOE新編VIX指數於台指選擇權及實現波動度預測上之應用」，銘傳大學財務金融學系碩士論文，2004
2. Backus, D., S. Foresi, K. Li, and L. Wu (1996), "Accounting for Biases in Black-Scholes," Working paper.
3. Bakshi, G., Cao C., and Chen Z. (1997), "Empirical Performance of Alternative Option Pricing Models," *Journal of Finance*, Vol. 52, pp. 2003-2049.
4. Black, F., and M. Scholes (1973), "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, Vol. 81, pp. 637-659.
5. Carr, P., and L. Wu (2003a), "The Finite Moment Log Stable Processes and Option Pricing," *Journal of Finance*, Vol. 58, pp. 753-777.
6. Christoffersen, P., and K. Jacobs, "The Importance of the Loss Function in Option Valuation," Manuscript, McGill University and CIRANO.
7. Dumas, B., J. Fleming, and R. Whaley (1998), "Implied Volatility Functions: Empirical Tests," *Journal of Finance*, Vol. 53, pp. 2059-2106.
8. Fama, E. F. (1965), "The Behavior of Stock Market Prices," *Journal of Business*, Vol. 34, pp. 420-429.
9. Jarrow, R., and A. Rudd, "Approximation Option Valuation for Arbitrary Stochastic Process," *Journal of Financial Economics*, Vol. 10, 1982, pp. 347-369.
10. Mandelbrot, B., (1963), "The Variation of Certain Speculative Prices," *Journal of Business*, Vol. 36, pp. 394-419.
11. Schoutens, W. (2003), "Lvy processes in finance: pricing financial derivatives," WILEY, Belgium, pp. 1-42.

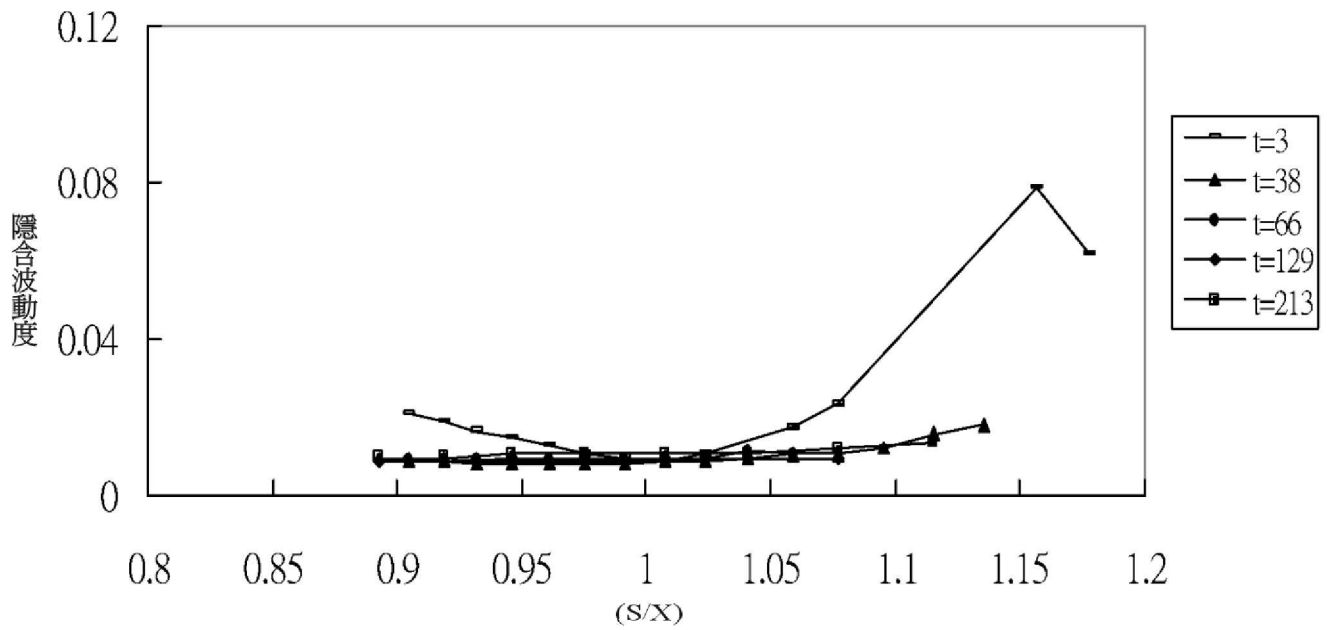
附錄一

2005/8/11台指選擇權買權隱含波動度



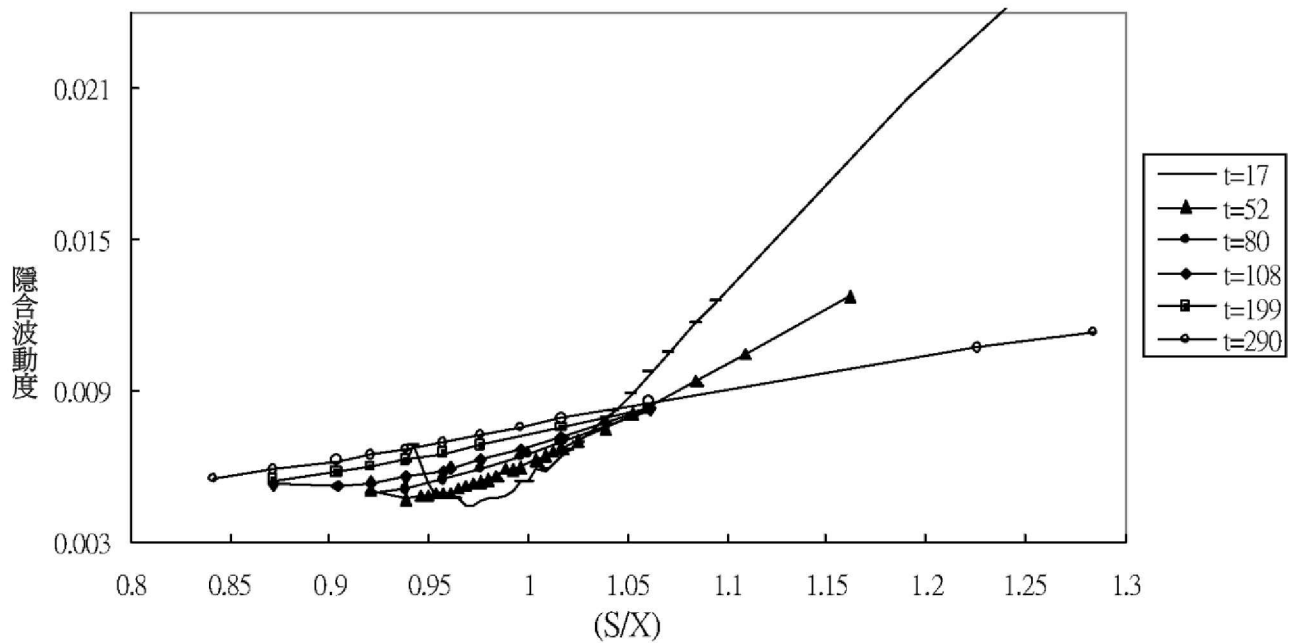
【附圖 1】台指選擇權2005/8/11買權隱含波動度與價內外程度關係圖

2005/8/15台指選擇權買權隱含波動度



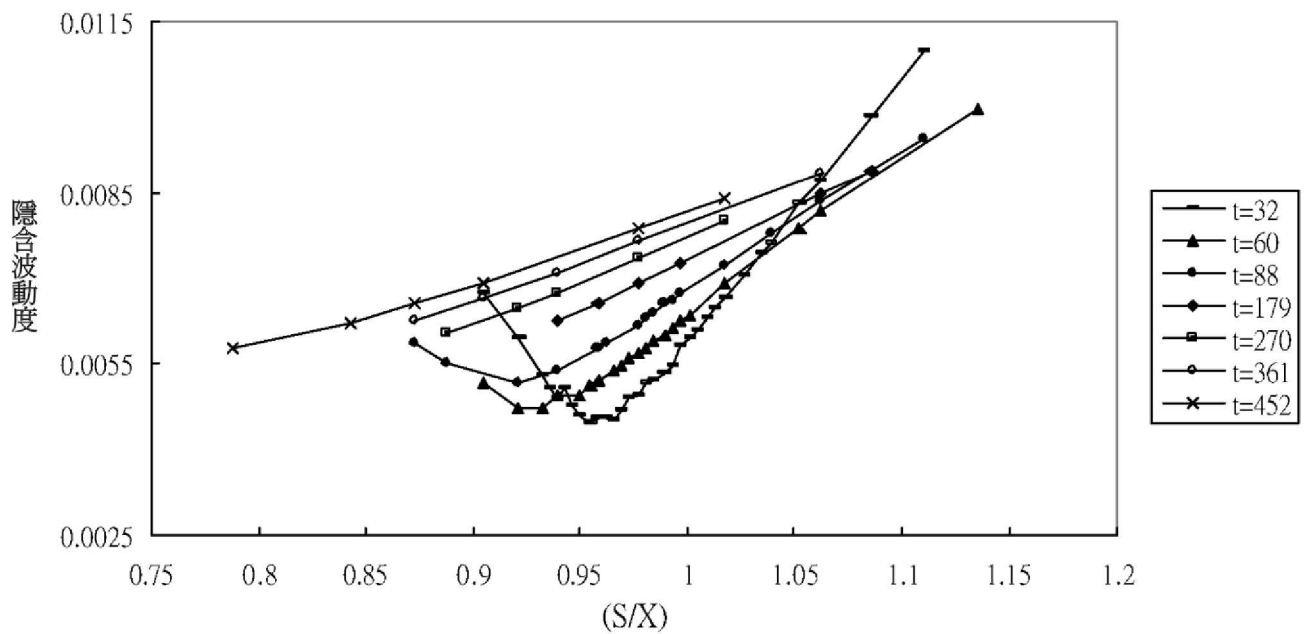
【附圖 2】台指選擇權2005/8/15買

2005/8/31 S&P500買權隱含波動度



【附圖 3】S&P 500選擇權2005/8/31買權隱含波動度與價內外程度關係圖

2005/9/20 S&P500買權隱含波動度



【附圖 4】S&P 500選擇權2005/9/20買權隱含波動度與價內外程度關